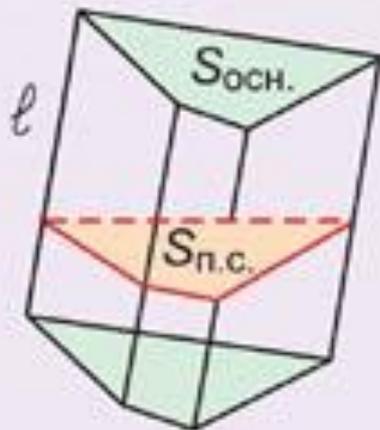


# Задание №9

Площадь поверхности фигур

# ПРИЗМА

## Произвольная призма

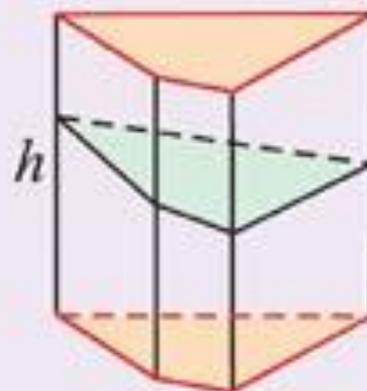


$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{п.с.}} \cdot l$$

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h = S_{\text{п.с.}} \cdot l$$

$S_{\text{п.с.}}$  – площадь  
перпендикулярного сечения

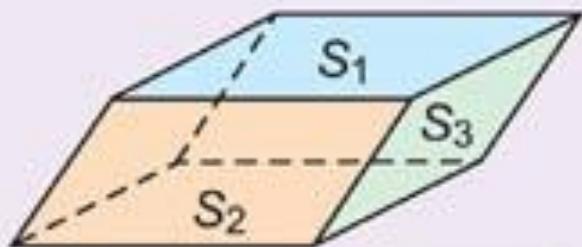
## Прямая призма



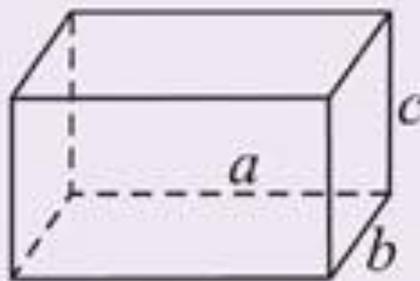
$$S_{\text{бок.}} = P_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$

## Частные случаи

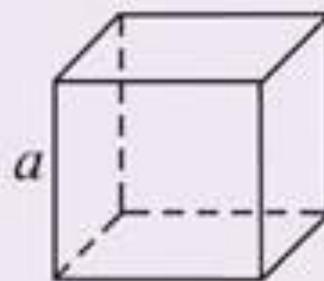


$$V = S_1 h_1 = S_2 h_2 = S_3 h_3$$



$$V = abc$$

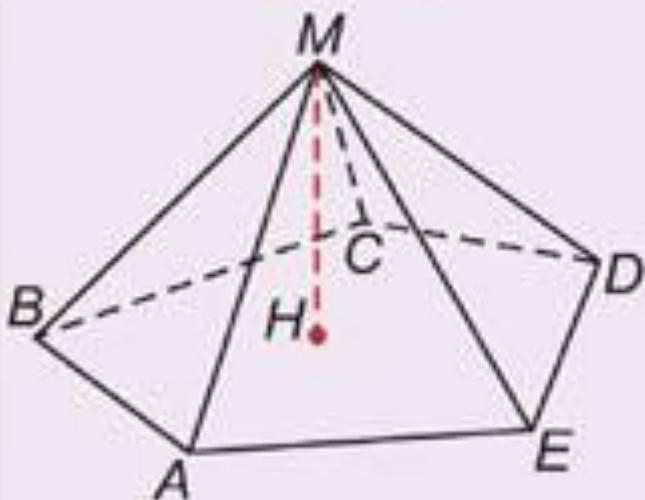
$$S = 2(ab + bc + ac)$$



$$V = a^3$$

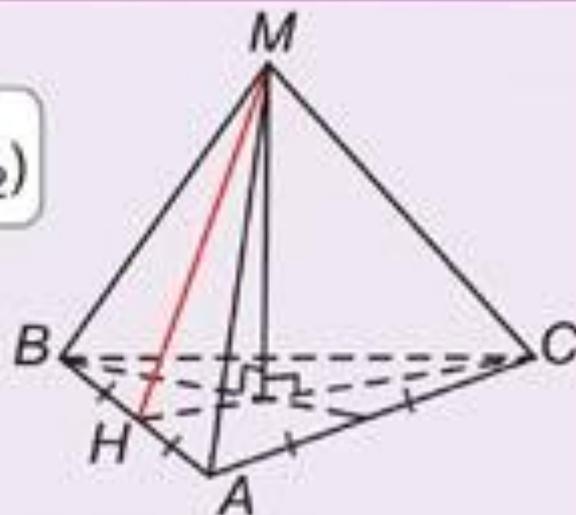
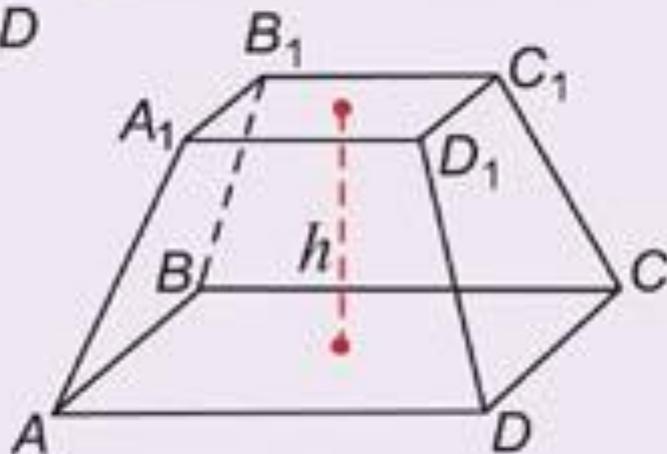
$$S = 6a^2$$

# ПИРАМИДА



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

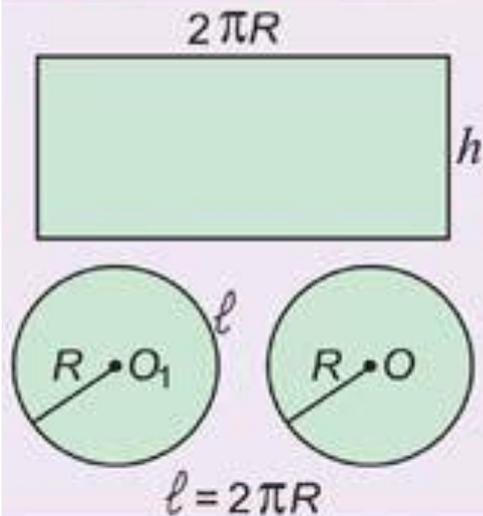
$$V = \frac{1}{3} h (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$



$$S_{\text{бок.}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн.}} \cdot h_a$$

$h_a$  – апофема

## ЦИЛИНДР



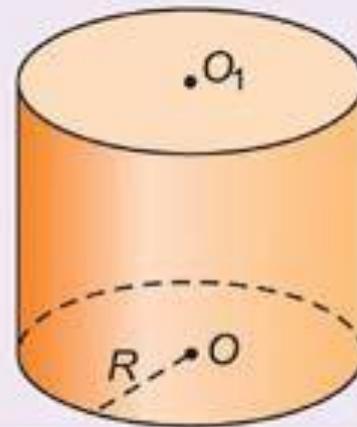
Площадь боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h$$

$R$  – радиус основания  
 $h$  – высота цилиндра

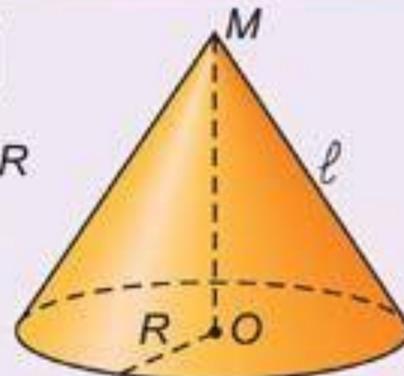
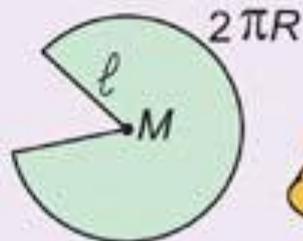
Площадь полной поверхности

$$S_{\text{полн}} = 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R (h + R)$$



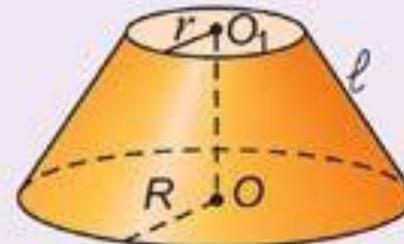
## КОНУС

$$S_{\text{бок}} = \pi R \ell$$



$$S_{\text{полн}} = \pi R \ell + \pi R^2 = \pi R (\ell + R)$$

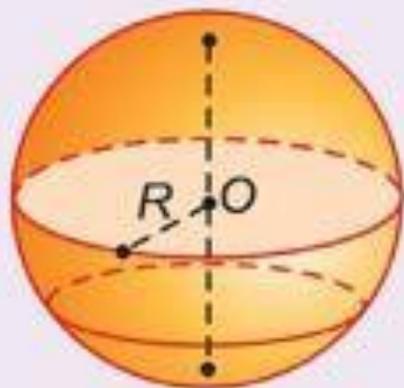
$$S_{\text{бок}} = \pi \ell (R + r)$$



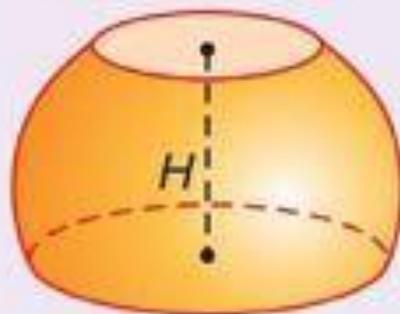
$$S_{\text{полн}} = \pi \ell (R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$$

## ШАР И ЕГО ЧАСТИ

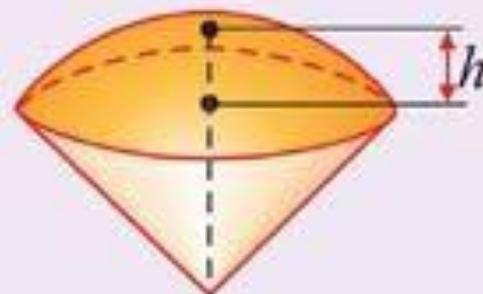
$$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$$




$$S_{\text{сегм.}} = 2\pi Rh$$



$$S_{\text{слоя}} = 2\pi RH$$



$$S_{\text{сек.}} = \pi R(2h + \sqrt{2Rh - h^2})$$

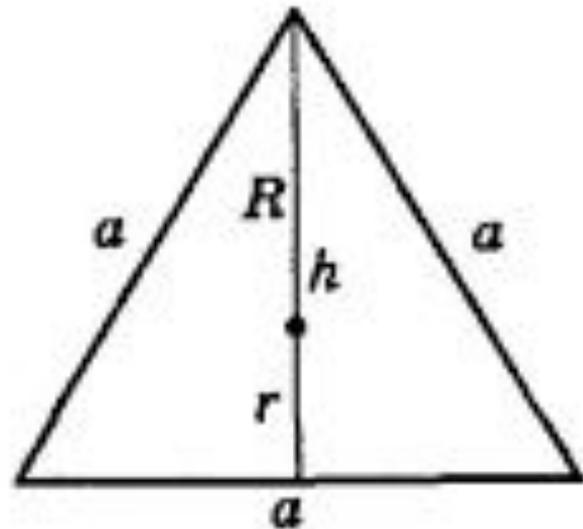
# Правильный треугольник

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

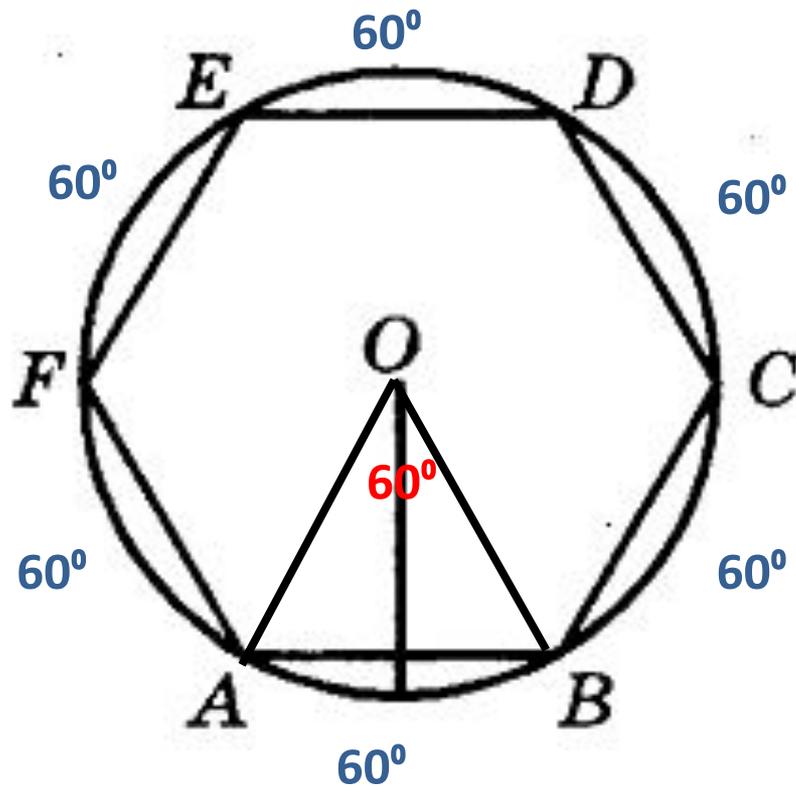
$$h = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

$$R = 2r$$

$$R = \frac{a \sqrt{3}}{3} \quad r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$$

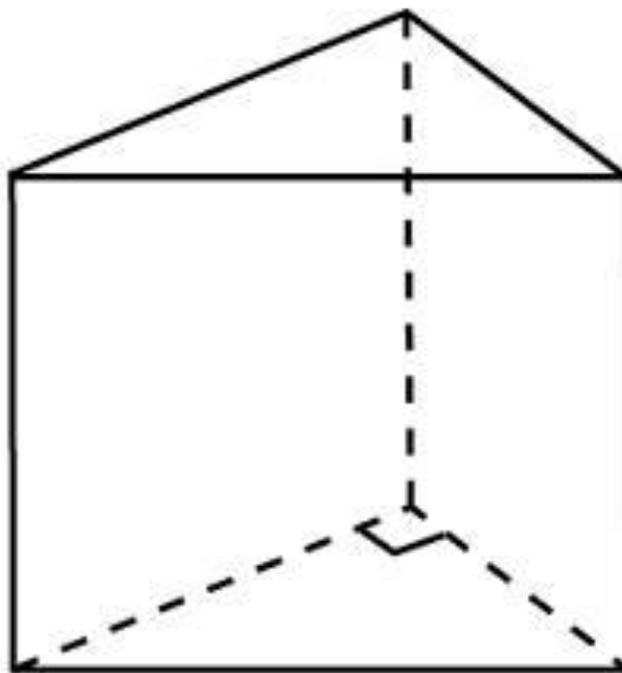


# Правильный шестиугольник



**№1**

Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 6. Какой станет площадь поверхности призмы, если все её рёбра увеличатся в три раза, а форма останется пре



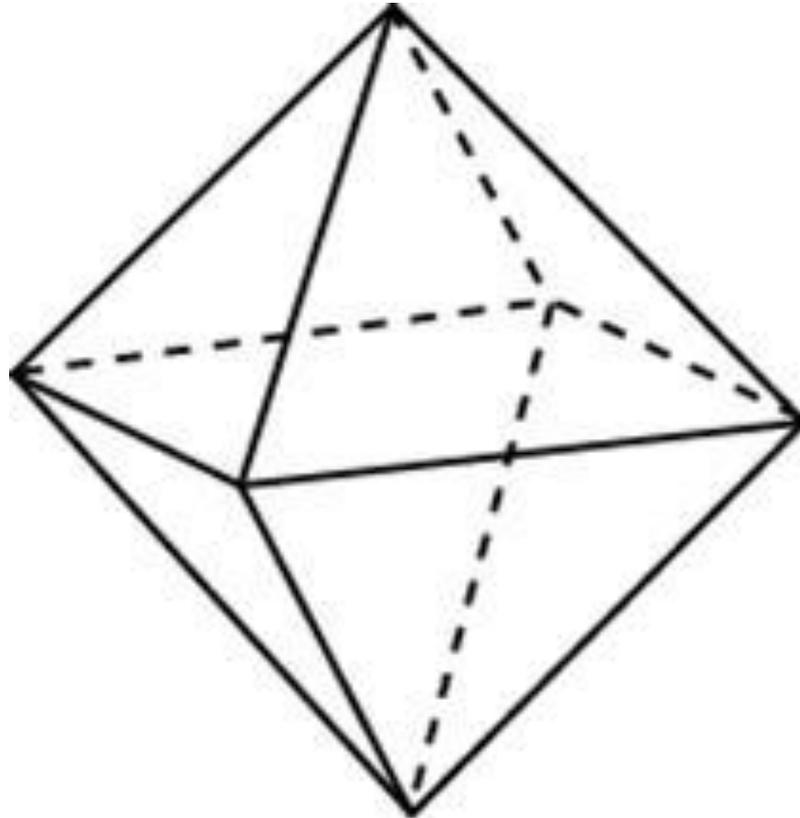
**Ответ: 54**

# Свойство многогранников

- Если все рёбра многогранника увеличить в одно и то же число раз, то получится подобный ему многогранник с коэффициентом подобия  $n$ .
- В этом случае все линейные размеры увеличиваются в то же самое число раз, все квадратные размеры увеличиваются в  $n^2$  раз, все кубические - в  $n^3$  раз.

**№2**

Во сколько раз увеличится площадь поверхности октаэдра, если все его ребра увеличить в 3 раза?

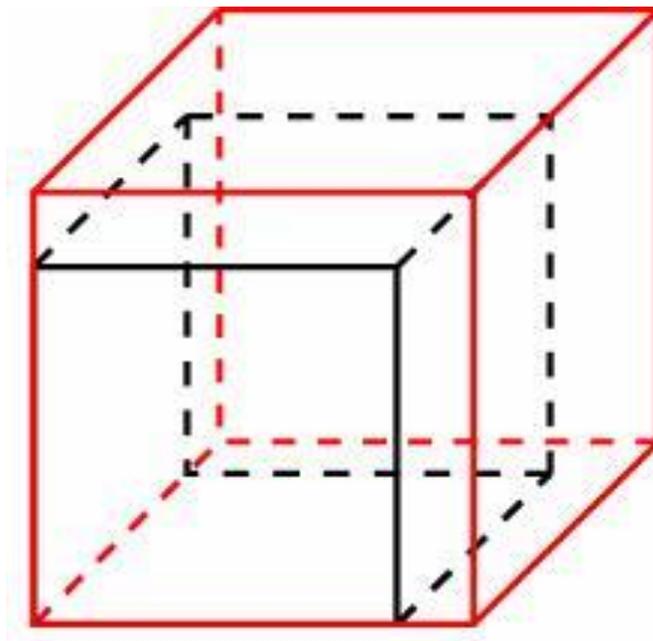


**Ответ:**

**9**

**№3**

Если каждое ребро куба  
увеличить на 1, то его площадь  
поверхности увеличится на 54.  
Найдите ребро куба.



**Ответ:**

**4**

## №4

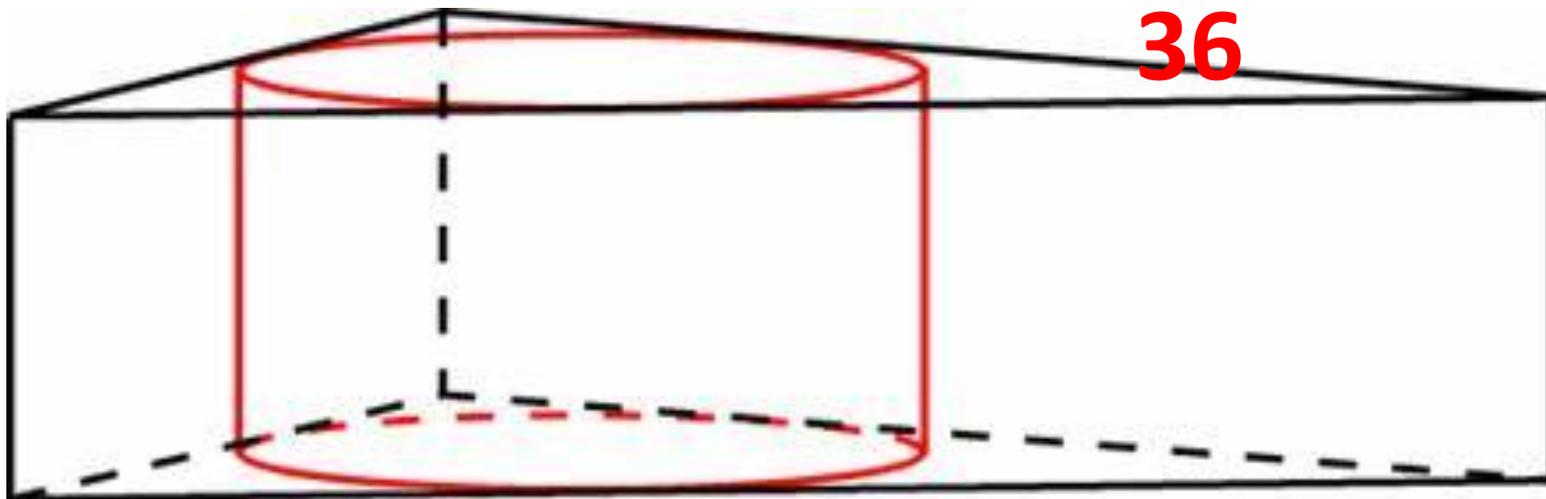
Площадь поверхности куба равна 18.  
Найдите его диагональ.

**№5**

Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен  $\sqrt{3}$ , а высота равна 2.

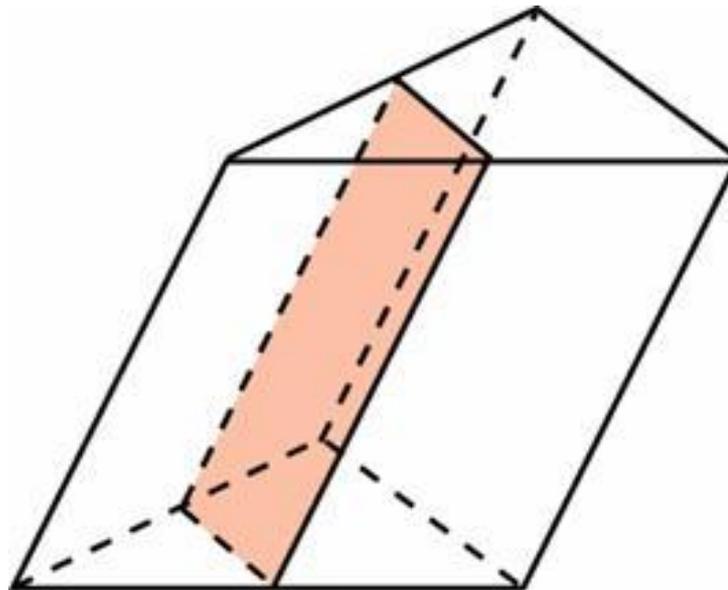
**Ответ:**

**36**



**№6**

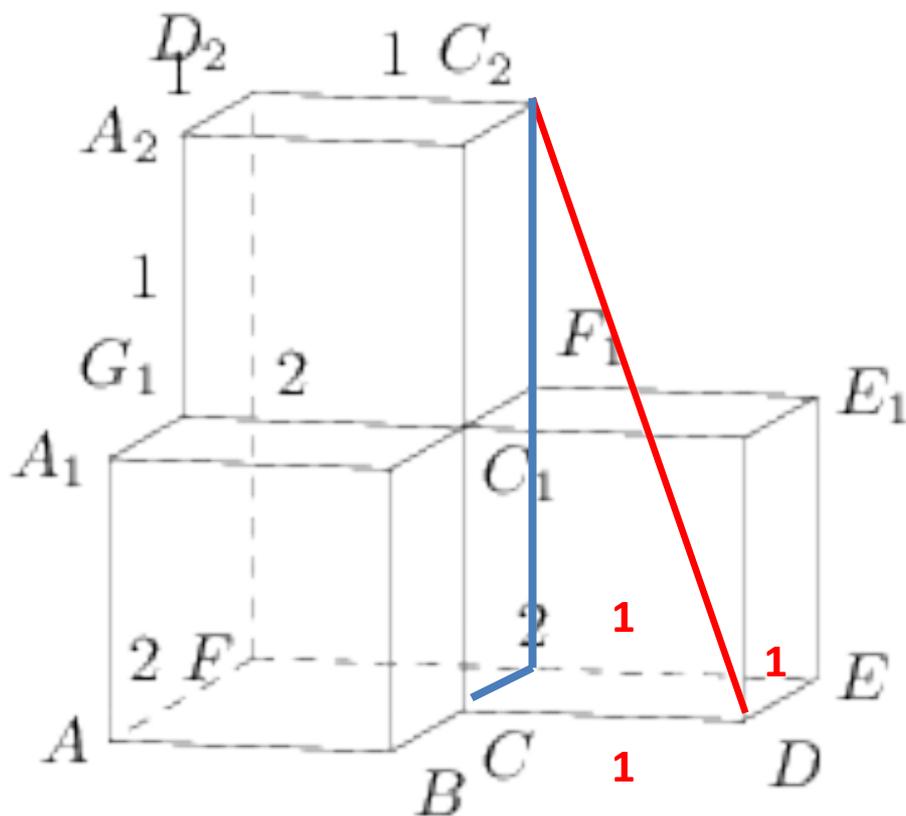
Через среднюю линию основания треугольной призмы, площадь боковой поверхности которой равна 24, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



**Ответ:  
12**

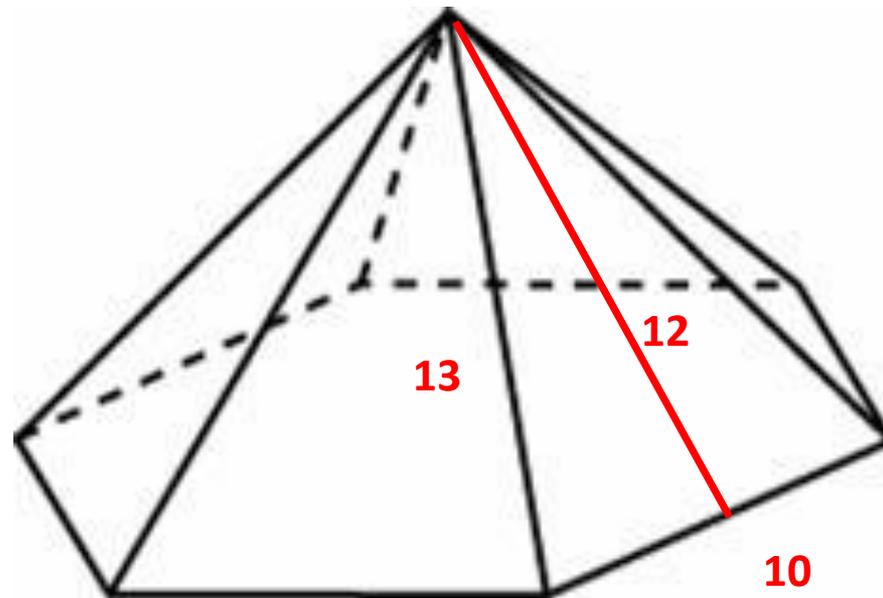
№7

Найдите квадрат расстояния между вершинами  $D$  и  $C_2$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



**№8**

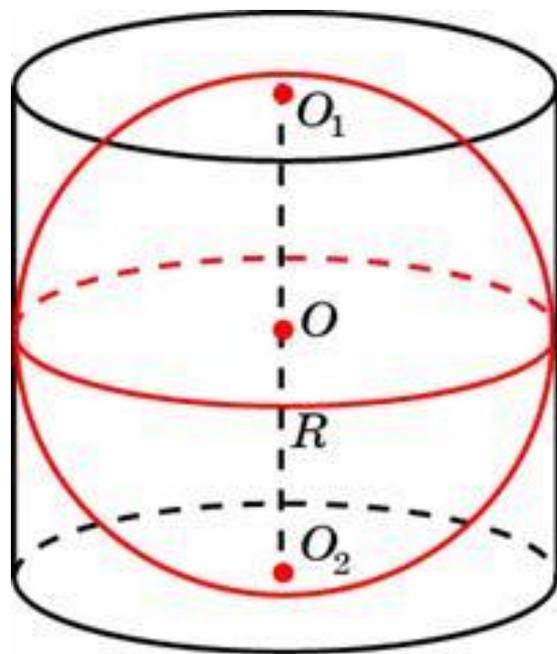
Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



**Ответ: 360**

№9

Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности цилиндра равна 114. Найдите площадь поверхности шара.



# Задание №12

Объем фигур

# №1

Куб вписан в шар радиуса  $\sqrt{3}$ . Найдите объем куба.

Решение:

$2\sqrt{3}$  – диаметр шара и диагональ куба

$d = a\sqrt{3}$  - диагональ куба

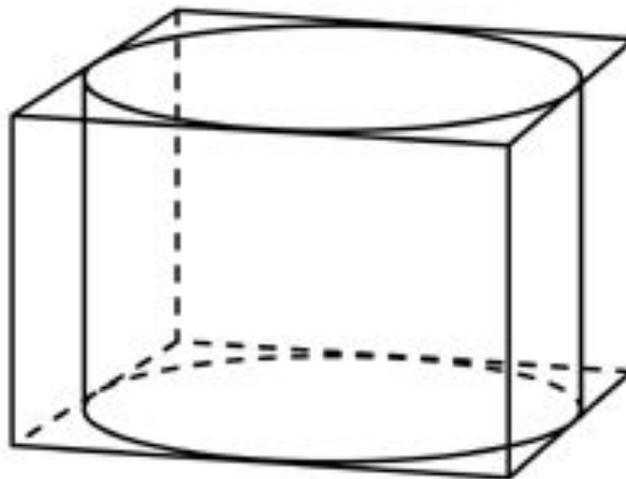
$a = 2$  – сторона куба

$$V = 2^3 = 8$$

Ответ: 8

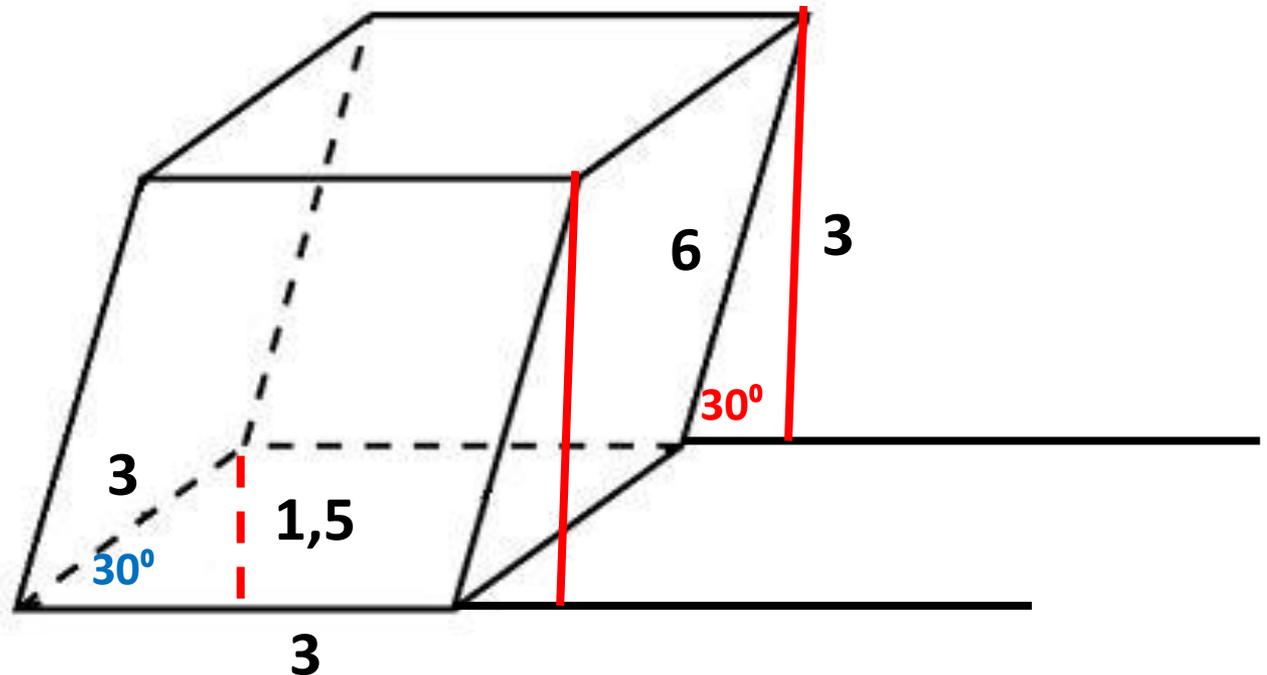
## №2

- Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда.



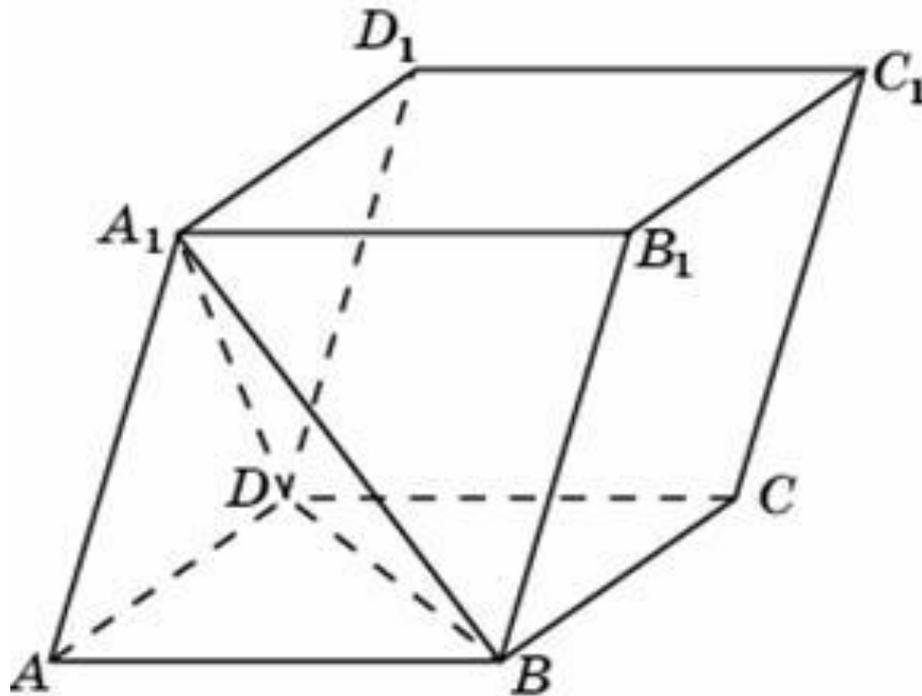
## №3

Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 3 и острым углом  $30^\circ$ . Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол  $30^\circ$  и равно 6. Найдите объем параллелепипеда.



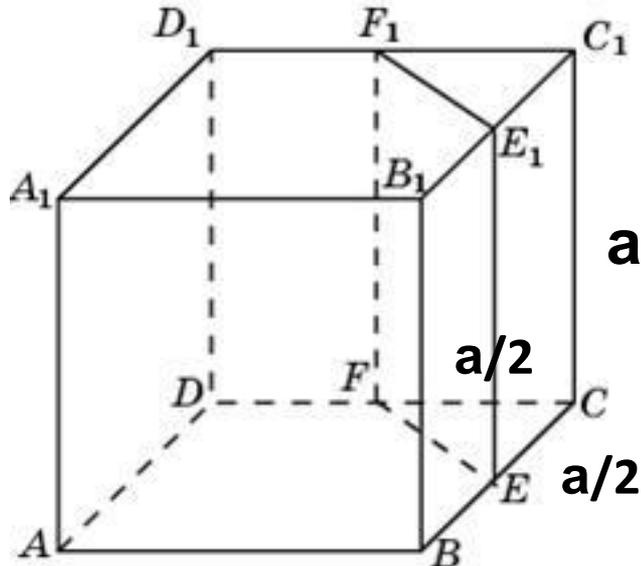
## №4

- Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды  $ABDA_1$ .



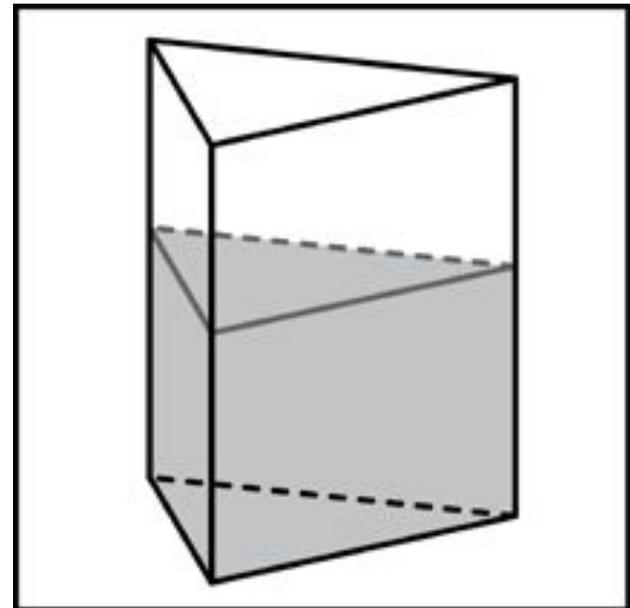
# №5

- Объём куба равен 12. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



## №6

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 245 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 7 раз больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.

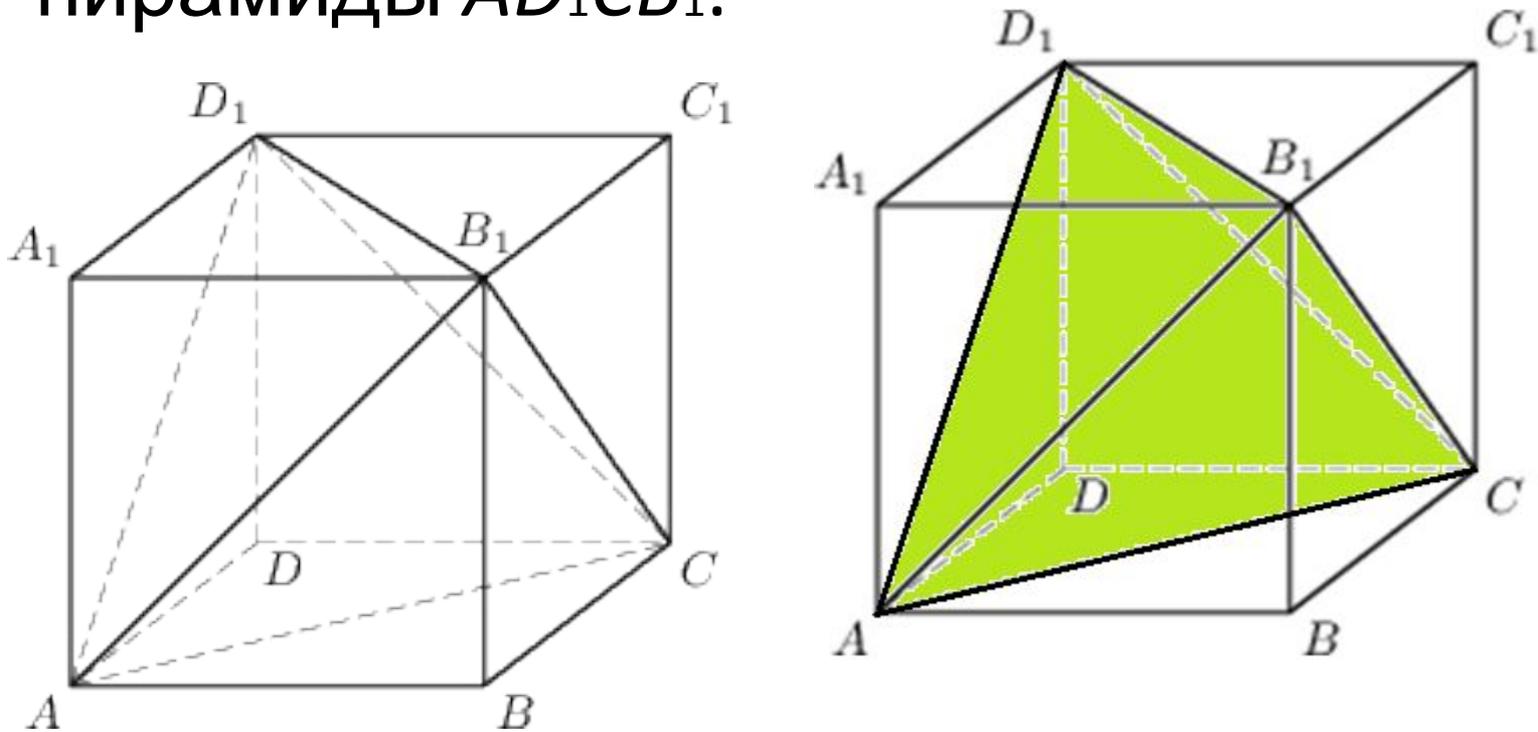


**Ответ:**

**5**

## №6

- Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 4,5. Найдите объем треугольной пирамиды  $AD_1 C B_1$ .



**Ответ: 1,5**

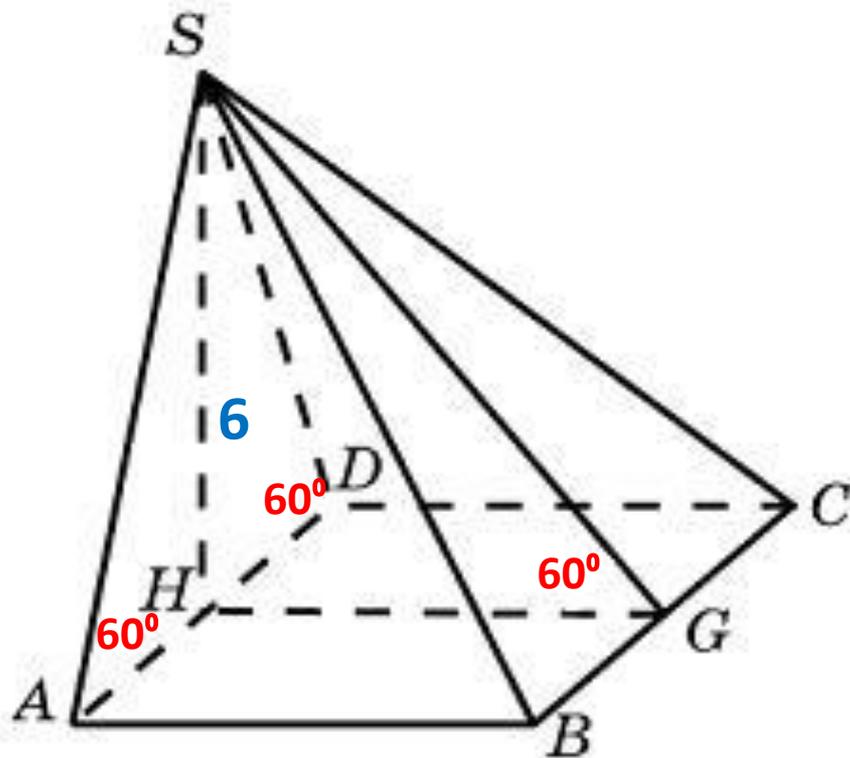
## №7

Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом  $60^\circ$ . Высота пирамиды равна 6. Найдите объем пирамиды.

$$AD = 12/\sqrt{3} \quad GH = 6/\sqrt{3}$$

$$S_{\text{осн}} = 24$$

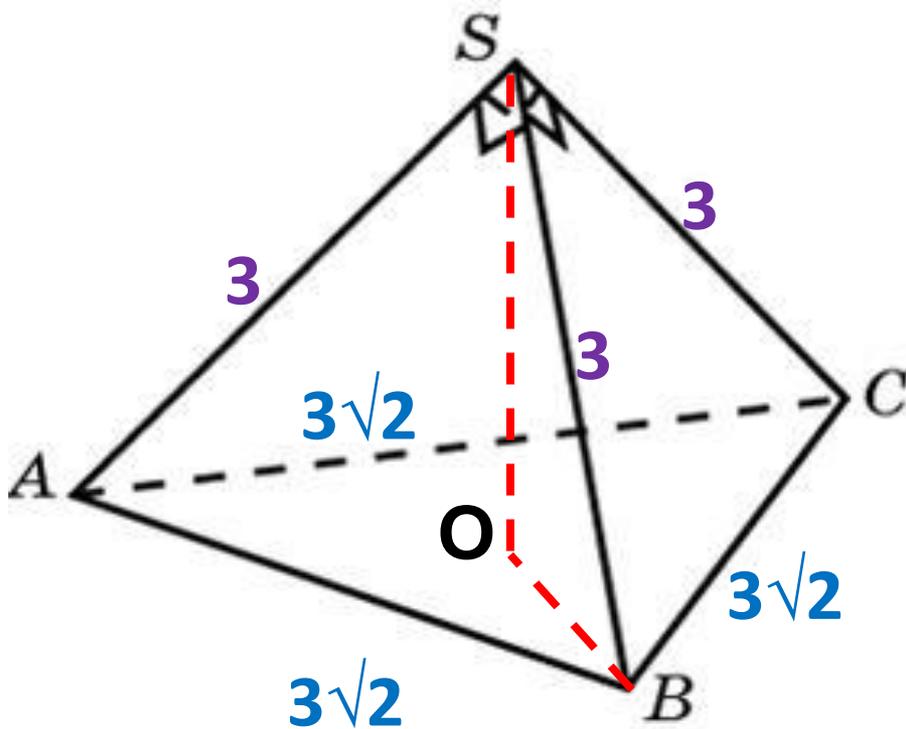
$$V = 48$$



**Ответ: 48**

## №8

Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 3. Найдите объем пирамиды.



$$OB = \sqrt{6}$$

$$SO = \sqrt{3}$$

$$S_{\text{осн}} = 4,5\sqrt{3}$$

$$V = 4,5$$

**Ответ: 4,5**

## №8

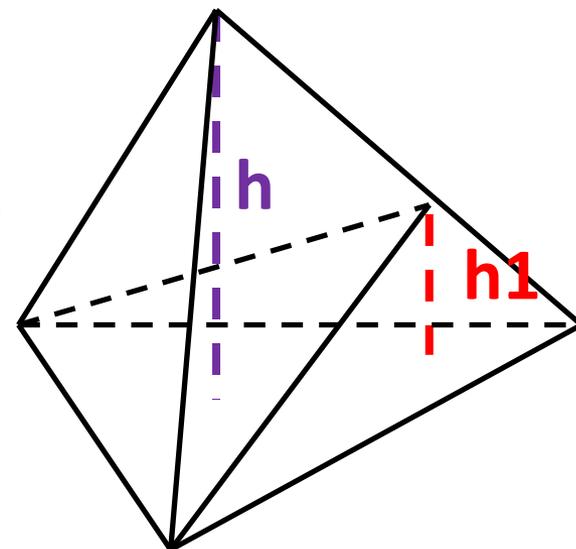
Объем треугольной пирамиды равен 51. Плоскость проходит через сторону основания этой пирамиды и пересекает противоположное боковое ребро в точке, делящей его в отношении 9:8, считая от вершины пирамиды. Найдите больший из объемов пирамид, на которые плоскость разбивает исходную пирамиду.

$$h_1 = 8/17 h$$

$$V = 1/3 \cdot S_{\text{осн}} \cdot h_1 = 1/3 \cdot S_{\text{осн}} \cdot h \cdot 8/17$$

$$V = 24$$

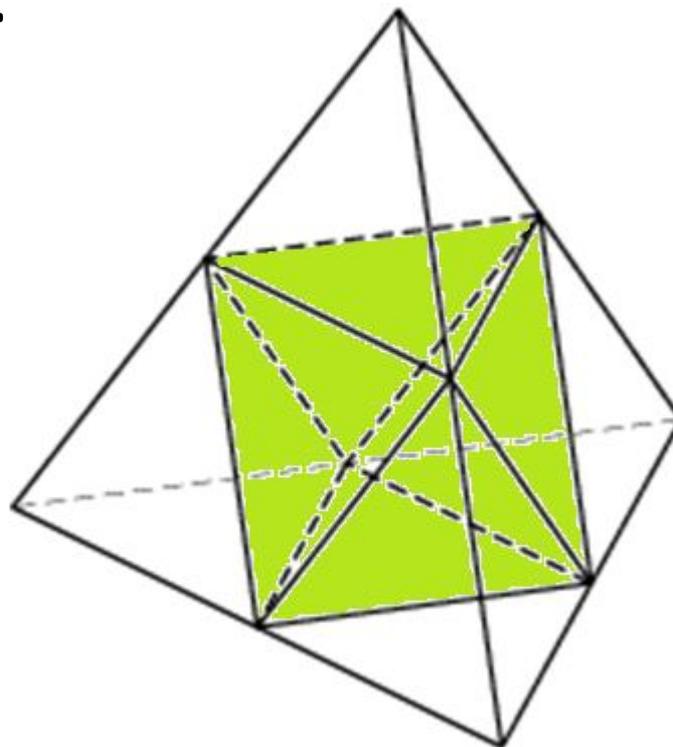
$$V = 51 - 24 = 27$$



**Ответ: 27**

## №9

Объём тетраэдра равен 190. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются середины рёбер данного тетраэдра.



**Ответ: 95**

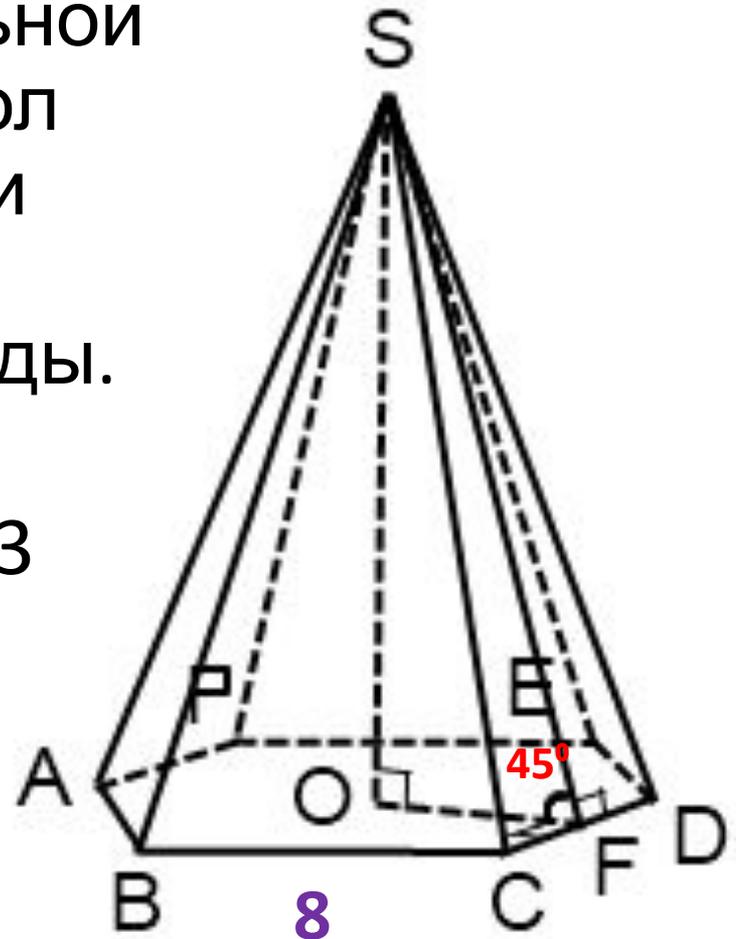
## №10

Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 8, а угол между боковой гранью и основанием равен  $45^\circ$ .  
Найдите объем пирамиды.

$$S_6 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 96\sqrt{3}$$

$$SO = OF = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8 = 4\sqrt{3}$$

$$V = 384$$



**Ответ: 384**

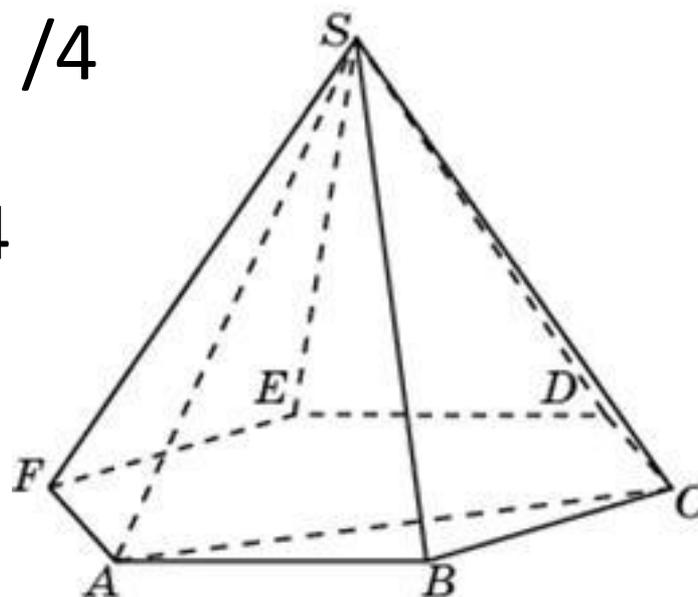
## №11

Объем треугольной пирамиды  $SABC$ , являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды  $SABCDEF$ , равен 1. Найдите объем шестиугольной пирамиды.

$$S_6 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = 6\sqrt{3} \frac{a^2}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot a = \sqrt{3} \frac{a^2}{4}$$

$$V_6 = 6$$



**Ответ: 6**