Министерство образования и науки Челябинской области
Государственное бюджетное образовательное учреждение
Среднего профессионального образования (ССУЗ)
«Челябинский радиотехнический техникум»

ВВЕДЕНИЕ В ЛОГИКУ

Выполнил: Нестеренко Е.В.
Преподаватель спецдисциплин

Челябинск, 2014

<Математику уже затем учить надо, что она ум в порядок приводит>.

М.В. Ломоносов

Содержание

Введение

В процессе своей жизнедеятельности человек познает мир (получает информацию). Процессу познания сопутствует мышление. Мышление управляет действиями человека, следит за тем, чтобы соблюдался определенный порядок, последовательность его действий.

Мыслительная деятельность человека представляет собой сложный и многогранный процесс, происходящий как на сознательном. Так и на бессознательном уровнях. Это высшая ступень человеческого познания. Способность к адекватному отражению предметов и явлений действительности, т. е. к нахождению истины.

Введение

Логика и интуиция – два противоположных и неразрывно связанных между собой свойства человеческого мышления.

- Логическое (дедуктивное) мышление отличается тем, что оно от истинных посылок всегда приводит к истинному заключению, не опираясь при этом на опыт, интуицию и другие внешние факторы.
- Интуиция (от лат. intuitio – «пристальное всматривание») представляет собой способность постижения истины путем прямого её усмотрения без основания с помощью логического строгого доказательства.

Введение

Таким образом.

Интуиция является антиподом,

противовесом логики и строгости.

Логическая часть мыслительного процесса протекает на уровне сознания,

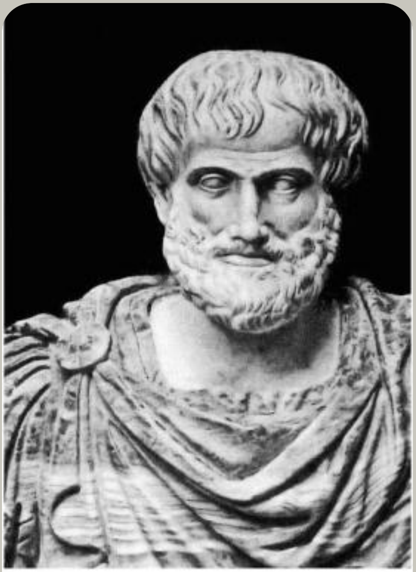
интуитивная – на подсознательном уровне

Введение

Термин «логика» – наука о способах доказательств и опровержений – происходит

от греч. λογοξ (логос), что означает «слово», «понятие», «смысл»

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ



Аристотель

Считается, что первые работы по логике появились в V в. до н. э. **Основоположником логики** как науки является древнегреческий философ и ученый **Аристотель (384-322 гг. до н.э.)**

Он в своем труде «Аналитики» систематизировал известные до него сведения, и эта система стала называться ***формальная логика***.

Он впервые разработал теорию дедукции, т.е. теорию логического вывода

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

2-й этап появление **математической** или ***символической логики*** связан с применением в логике математических методов, начало, которому положил немецкий ученый и философ

Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716 гг.)

Он пытался построить универсальный язык, с помощью которого можно было решать споры между людьми, а затем и вовсе все «идеи заменить вычислениями» .

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

Первая реализация идей Лейбница принадлежит английскому ученому Дж.Булю.

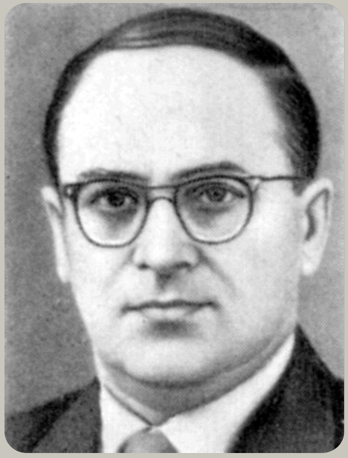
Джордж Буль (1815-1864 (1815-1864 гг)

основоположник *математической логики*, как самостоятельной дисциплины.
В его работах логика обрела свой алфавит, свою орфографию и грамматику. Поэтому начальный раздел математической логики называют *алгеброй логики*, или *булевой алгеброй.*

ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

Логика была значительно развита в работах
шотландского логика А. де Моргана (1806-1871 гг.)
английского логика У.Джевонса (1835-1882 гг.)
американског логика Ч. Пирса (1839-1914 гг.)
немецкого алгебраиста и логика Э. Шрёдера
гг.)
русского математика, астронома и логика
П.С. Порецкого (1846-1907 гг.)



ЭТАПЫ РАЗВИТИЯ ЛОГИКИ

Немалый вклад в развитие логики внесли и советские математики Н.А. Васильев, И.И. Жегалкин, А.Н. Колмогоров, П.С. Новиков, А.А. Марков, А.И. Мальцев, С. А. Яновская.

XX век – это период начала глубокого проникновения идей и методов математической логики в технику, прежде всего в процесс конструирования и создания ЭВМ, в программирование, кибернетику, вычислительную математику, структурную лингвистику.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Под множеством понимают объединение в одно целое объектов, хорошо различимых человеческой интуицией или мыслью.

Множество – это совокупность объектов любой природы, рассматриваемая как единое целое.

Множества обозначают прописными латинскими буквами A, B, M, …

Пример. N = {1, 2, 3, …} – множество целых чисел

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Объекты, образующие множество, называются элементами множества (обозначаются строчными буквами).

Если элемент a входит в множество A, то это обозначается так : $a \in A$.

Запись $a \notin A$ означает, что элемент a не принадлежит множеству A.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Множество, содержащее конечное число элементов, называется конечным (в противном случае — бесконечным).

Пример 1.

Множество гласных букв в слове “математика” состоит из трёх элементов – это буквы “а”, “е”, “и”, причем, гласная считается только один раз, т.е. элементы множества при перечислении не повторяются.

Пример 2.

Множество натуральных чисел бесконечно.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Если множество A конечно, то число его элементов называется мощностью множества и обозначается $|A|$.

Если множество не содержит ни одного элемента, то оно называется пустым множеством и обозначается символом $\varnothing$.

Пример 3.

Множество действительных корней уравнения $x^2+1=0$.

Пример 4.

Множество людей, проживающих на Солнце.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Часто приходится определять принадлежность данного элемента конкретному множеству.

Множество A является подмножеством множества B, если любой элемент A принадлежит также множеству B

Это свойство обозначается $A \subseteq B$

(читается: B включает или равно A).

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Пример 5.

Мы говорим, что число 5 натуральное, т.е. утверждаем, что число 5 принадлежит множеству натуральных чисел. Символически принадлежность множеству записывается с помощью знака $\in$. В данном случае символическая запись будет такой: $5 \in N$. Читается: “5 принадлежит множеству натуральных чисел”.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Пример 6.

Число 5,2 не принадлежит множеству натуральных чисел, т.к. не является натуральным числом. Символически отношение “не принадлежит” записывается с помощью знака $\notin$ (реже $\overline{\in}$). Таким образом, здесь имеем: 5,2 $\notin$ N

Читается: “5,2 не принадлежит множеству натуральных чисел”.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Множества A и B равны тогда и только тогда, когда их элементы совпадают. В этом случае пишут $A = B$

Так как при равенстве множеств A и B во множестве A нет элементов, не принадлежащих B, *а в* B нет элементов, не принадлежащих A, то признаком равенства множеств является одновременное выполнение двух условий: $A \subseteq B$ *и* $B \subseteq A$.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

- Если $A \subseteq B$ и $B \neq A$, то множество A называется ***собственным подмножеством*** множества B Обозначается $A \subset B$ (строгое включение).
- Одним из частных случаев является ситуация, когда элементами некоторого множества являются другие множества.
- Например, пусть A — множество футболистов команды «Спартак», B — множество команд высшей лиги. Тогда . $A \in B$

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Если в рамках некоторого класса задач рассматриваются различные множества, то полная совокупность всех элементов, из которых могут формироваться все множества и подмножества, образует универсальное множество — «универсум» или полное пространство.

Обозначается универсальное множество символом U (генеральная совокупность).

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Множество может быть задано:

1) перечислением всех его элементов. Например,

$$A = \{a, b, c, d\} \quad B = \{0, 1, 3, 8, 9\}$$

2) порождающей процедурой. ***Порождающая процедура*** представляет собой правило получения элементов множества на основе уже имеющихся элементов либо из других объектов. Элементами множества считаются все объекты, которые получены с помощью этой процедуры;

3) описанием характеристик и свойств, которыми обладают все элементы множества.

Например, $A = \{x \mid x \in N, x \le 100\}$.

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

В ряде случаев одно и то же множество может быть задано разными способами.

Пример: Множество натуральных чисел, меньших, чем 10.

1. $N<10=\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.
2. $N<10=\{z \mid z<10,\ z \in N\}$.

Одно и то же множество может быть задано с помощью различных характеристических свойств.

Пример: Множество квадратов.

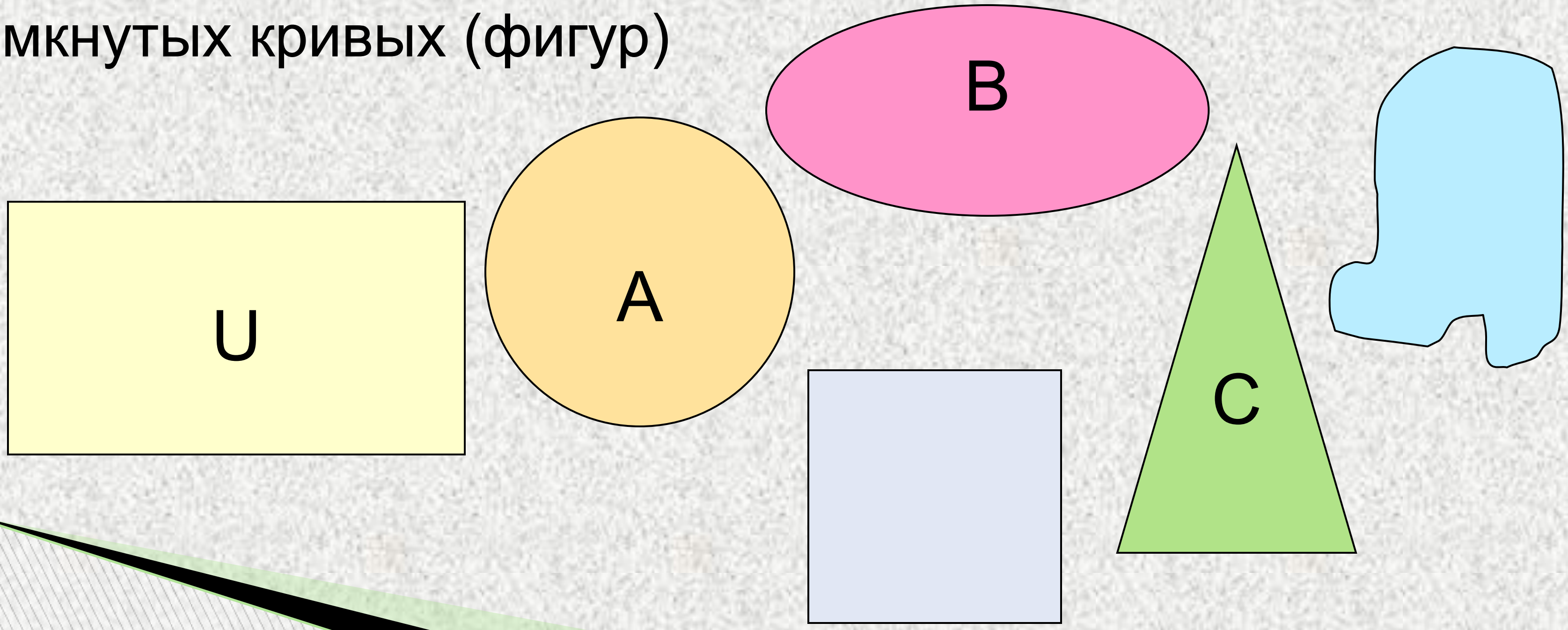
1. A={x│x – ромб с прямыми углами}.
2. A={ x│x – прямоугольник с равными сторонами}.

. .

Отношения между множествами.

Наглядно отношения между множествами изображают при помощи особых чертежей, называемых КРУГАМИ ЭЙЛЕРА (или диаграммами Эйлера – Венна).

Для этого множества, сколько бы они ни содержали элементов, представляют в виде кругов или любых других замкнутых кривых (фигур)



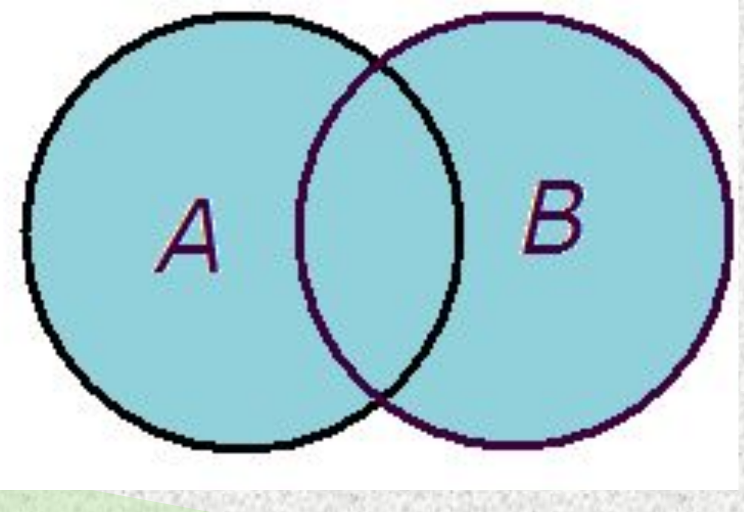
ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Объединение множеств $(A \cup B)$ — это множество, состоящее из тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из исходных множеств:

$A \cup B = \{x | x \in A$ или $x \in B\}$ *Пример:* Если

$$A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d, m\}, A \cup B = \{a, b, c, d, m\}$$

Операции над множествами удобно представлять с помощью диаграммы Эйлера - Венна — замкнутой линии, ограничивающей элементы одного множества.

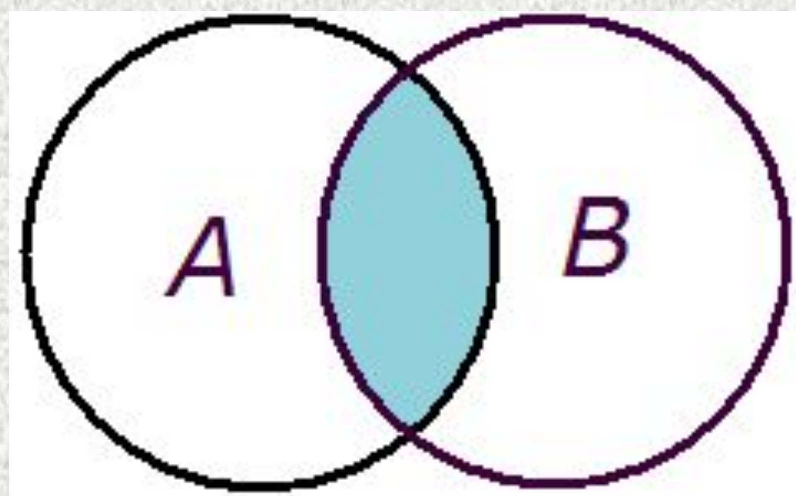


ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Пересечение множеств $(A \cap B)$ — это множество тех и только тех элементов, которые принадлежат и множеству A, и множеству B

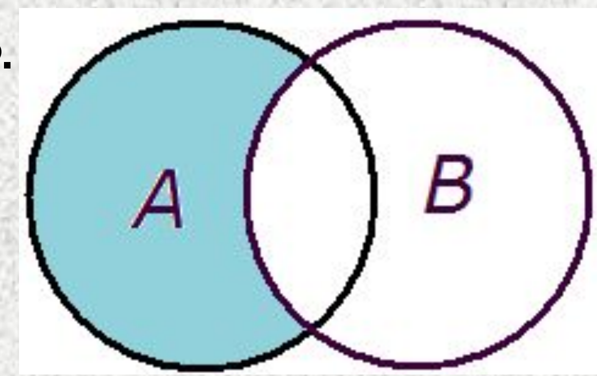
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

Пример: $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d, m\}, A \cap B = \{b, c\}$



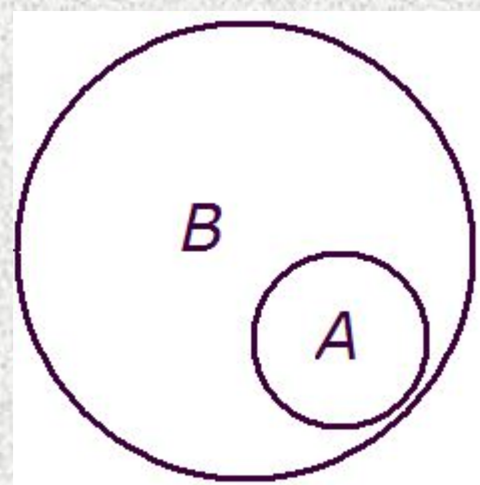
ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Разность множеств $(A \setminus B)$ — это множество, состоящее из тех и только тех элементов множества A, которые не содержатся в множестве B.



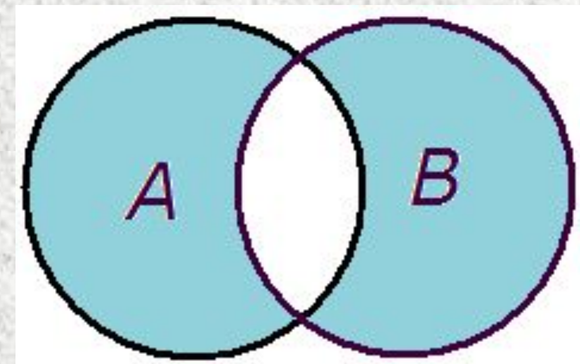
$$(A \setminus B) = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$

Если $A \setminus B = \emptyset$, то $A \subseteq B$



ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

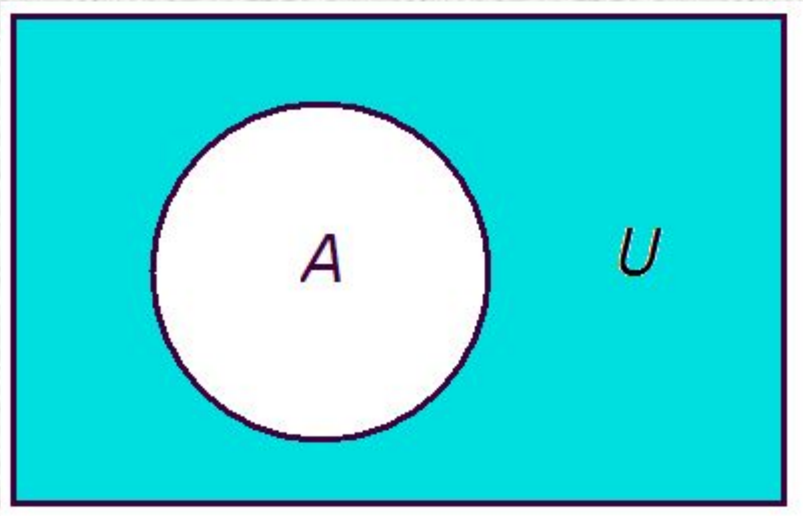
Симметричная разность $(A \div B)$ — это множество элементов, принадлежащих множествам A или B за исключением их общих элементов



$$A \div B = \{(x \mid x \in A \text{ и } x \notin B) \text{ или } (x \in B \text{ и } x \notin A)\}$$

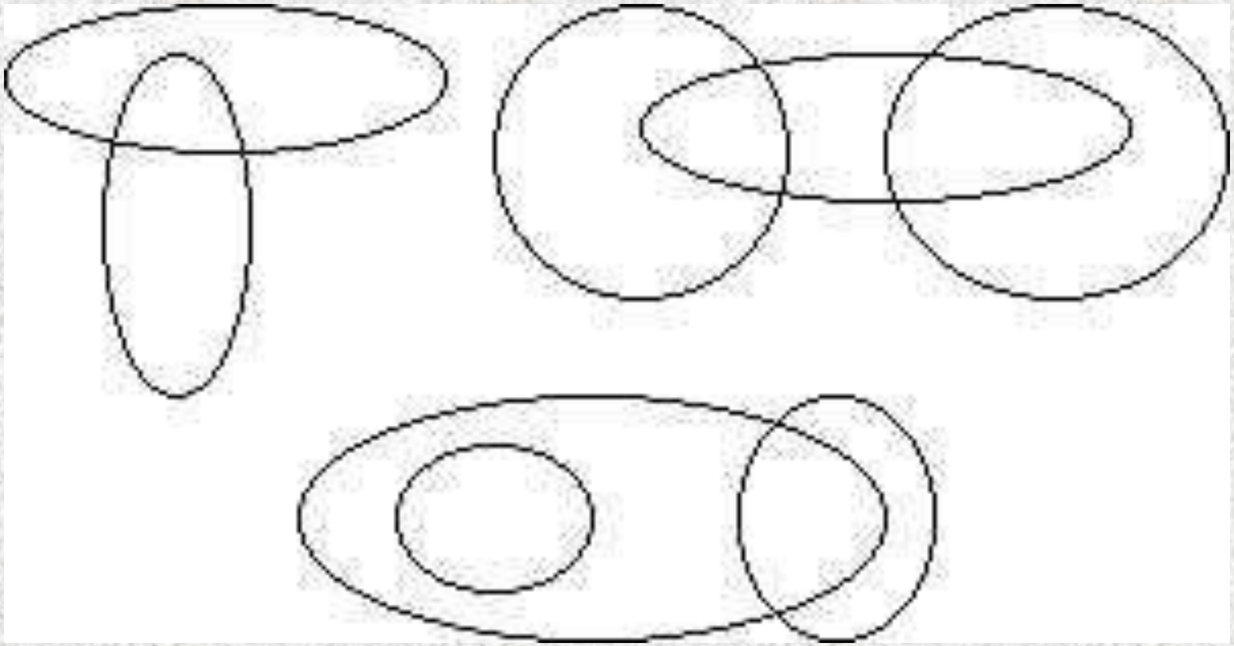
ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Дополнением множества A до множества U (обозначается $\overline{A}$) называется множество всех элементов U, не принадлежащих множеству A.



ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Придумайте и запишите элементы множества, используя рисунок.



ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

Основные свойства операций над множествами.

Для всех множеств A, B, C и универсального множества U справедливы следующие равенства:

1) $A \cup B = B \cup A$;
2) $A \cap B = B \cap A$;
3) $A \cap A = A$;
4) $A \cup A = A$;
5) $A \cup \varnothing = A$;
6) $A \cap \varnothing = \varnothing$;
7) $A \cup U = U$;
8) $A \cap U = A$;

ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

9) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

10) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$;

11) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap B(A \cup C)$;

12) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

13) $\bar{\bar{A}} = A$;

14) $\bar{\emptyset} = U$;

15) $\bar{U} = \emptyset$;

16) $A \cup \bar{A} = U$;

17) $A \cap \bar{A} = \emptyset$;

18) $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$;

19) $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$.

Построение таблицы истинности по логическому выражению

Таблицу, показывающую, какие значения принимает сложное высказывание при всех сочетаниях значений входящих в него простых высказываний (переменных), называют таблицей истинности сложного высказывания (логической формулы).

По формуле логической функции легко рассчитать ее таблицу истинности, соблюдая приоритет логических операций и действия в скобках.

Построение таблицы истинности по логическому выражению

Пример. Построим таблицу истинности следующей функции:

Порядок действий:

1. **Количество строк в таблице $Q=2^n$**, где n - количество переменных (аргументов), здесь n = 3 (A, B, C) и тогда **$Q=2^3=8$**
2. **Количество столбцов = число переменных + число операций** (здесь 3+3=6 столбцов)
3. **Выписать наборы входных переменных.** Это удобнее сделать так:

Построение таблицы истинности по логическому выражению

a) разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю половину 0, нижнюю половину 1.
b) разделить колонку значений второй переменной на 4 части и заполнить каждую четверть чередующимися группами 0 и 1 , начиная опять с группы 0.
c) продолжить деление колонок значений последующих переменных на 8, 16 и т.д. частей и заполнение их группами из 0 или 1 до тех пор, пока группы 0 и 1 не будут состоять из одного символа. (Можно заполнять все колонки, начиная с группы единиц.)

4. Провести заполнение таблицы истинности по столбикам, выполняя логические операции.

A	*B*	*C*			
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ