

Векторы

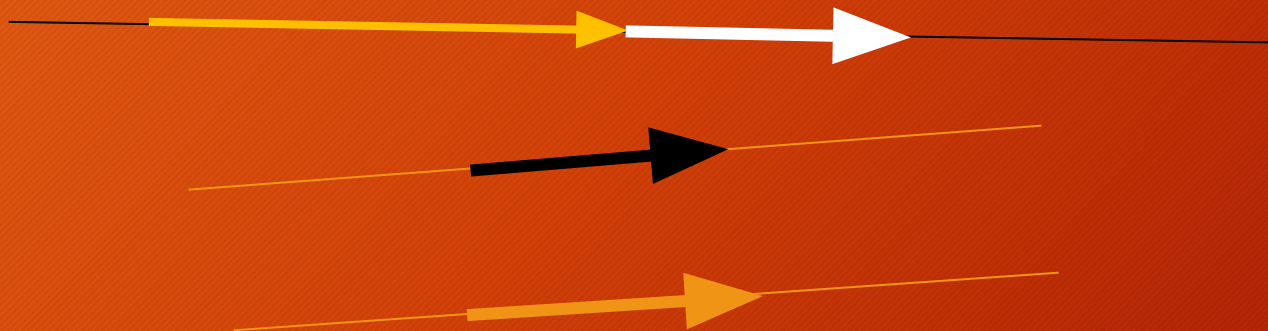
Вектор – любой направленный отрезок



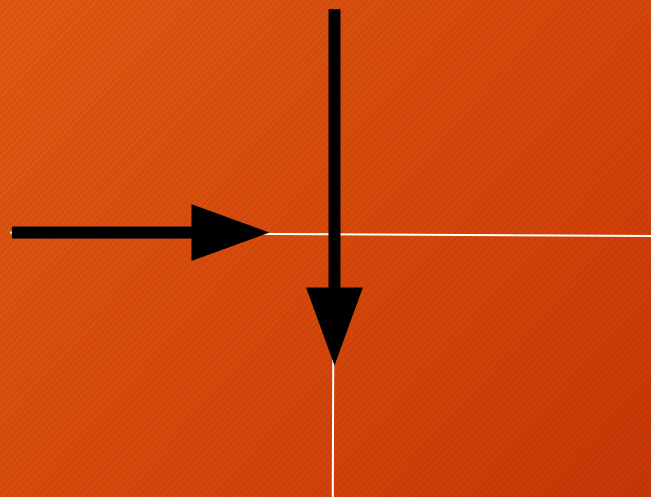
Если на отрезке АВ А принять за начало, а В - за конец, то вектор обозначается $\overrightarrow{AB}$

В начале обозначения вектора - начало вектора, в конце - конец.
Наверху ставится знак вектора.

- Если 2 вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то такие векторы называют **коллинеарными**.



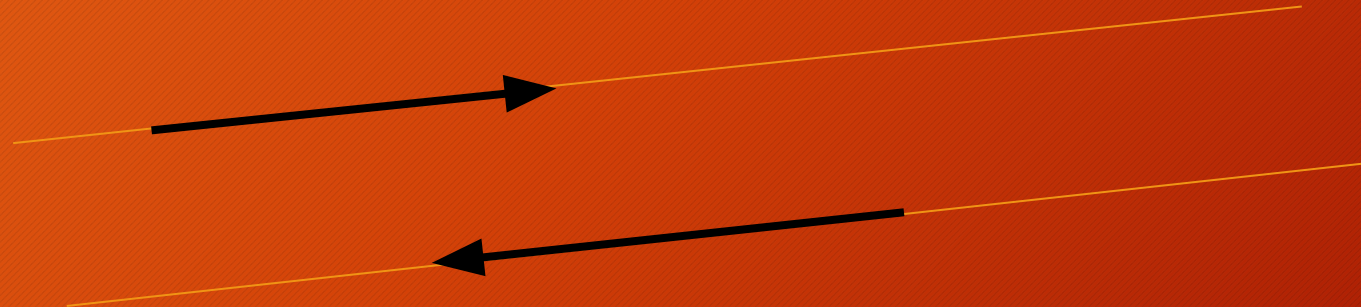
Если векторы лежат на перпендикулярных прямых, то их называют **ортогональными**.



Если векторы коллинеарны и имеют одинаковые направления, то такие векторы называют **сонаправленными**.



Если коллинеарные векторы имеют разные направления, то эти векторы называют **противоположно направленными**.



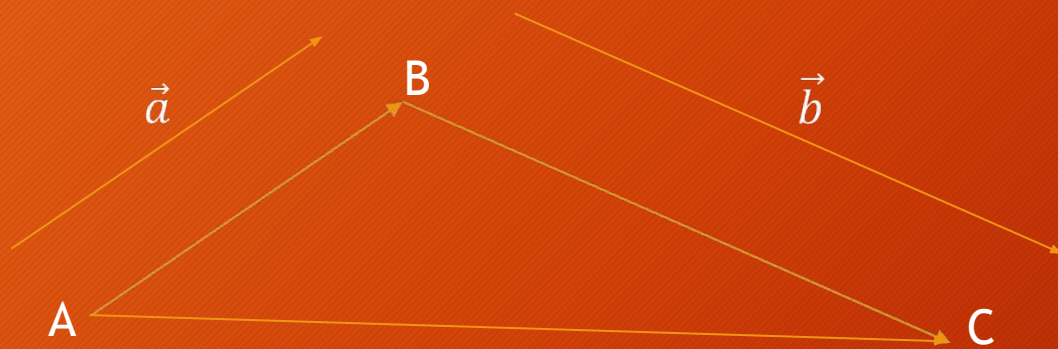
Равенство векторов

Векторы являются равными, если они сонаправлены и их модули равны.

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, то $\vec{a} = \vec{b}$

Сложение векторов

Пусть даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметим на плоскости некоторую точку A и отложим от этой точки $\overrightarrow{AB}$ так, чтобы $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$. А от точки B отложим вектор $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Полученный вектор $\overrightarrow{AC}$ будет являться суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



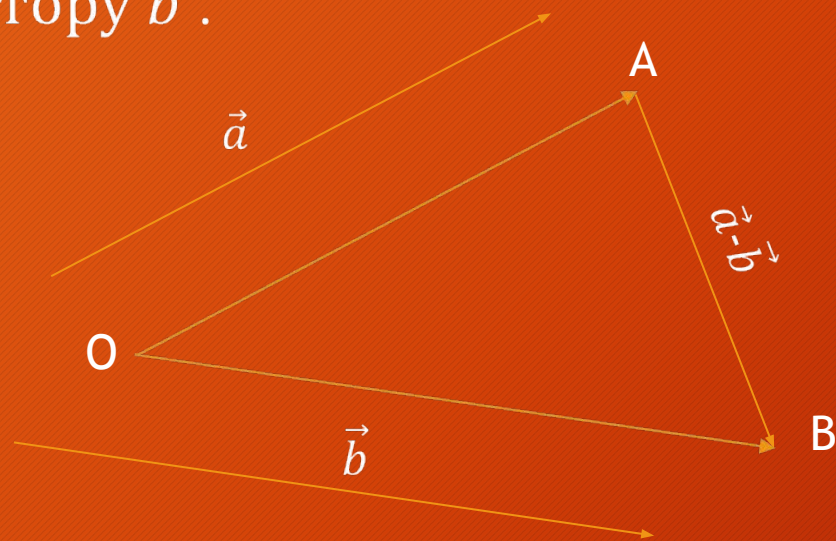
Свойства сложения векторов

Для любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ верно:

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переместительный закон)
2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (сочетательный закон)

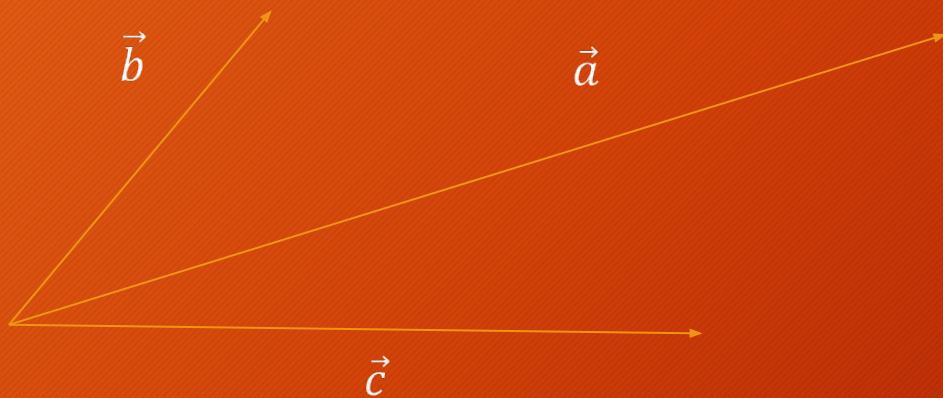
Разность векторов

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\vec{a}$ равен вектору $\vec{b}$.



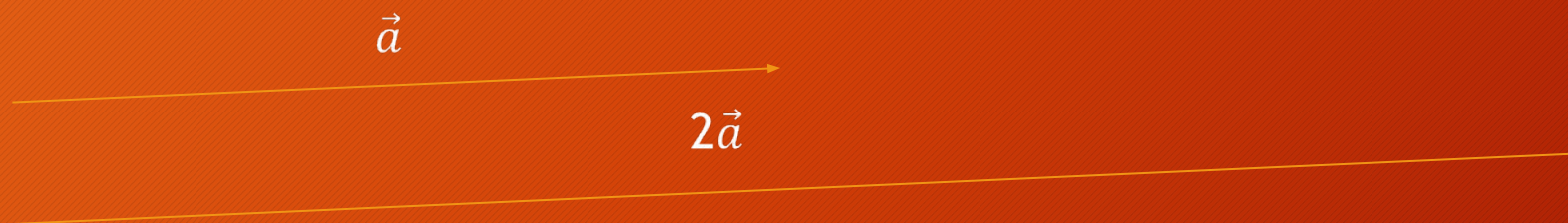
Разложение вектора

Если векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называются составляющими вектора $\vec{a}$. Также говорят что вектор $\vec{a}$ разложен на сумму составляющих векторов.



Умножение вектора на число

Произведением вектора $\vec{a} \neq 0$ на число k называется вектор, модуль которого равен числу $|k| * |\vec{a}|$ и сонаправлен с вектором $\vec{a}$ при $k > 0$ и противоположно направлен при $k < 0$. Произведение числа k на вектор $\vec{a}$ записывают так: $k\vec{a}$



Для любых чисел α, β и любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ верны

$$1. (\alpha * \beta) \vec{a} = \alpha (\beta * \vec{a}) \quad (\text{сочетательный закон})$$

$$2. (\alpha + \beta) \vec{a} = \alpha \vec{a} + \beta \vec{a} \quad (\text{1-ый распределительный закон})$$

$$3. \alpha (\vec{a} + \vec{b}) = \alpha \vec{a} + \alpha \vec{b} \quad (\text{2-ой распределительный закон})$$

Угол между векторами

Углом между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ называется угол BAC . Углом между ненулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.

Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними.

Координаты вектора

Если ненулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то для любого вектора $\vec{c}$ найдутся числа такие, что выполняется условие

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}.$$

Рассмотрим векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ на координатной плоскости. Тогда, согласно теореме, для любого вектора $\vec{a}$ найдутся числа x и y такие, что будет выполняться равенство

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

Векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ - координатные векторы, а x и y - координаты вектора $\vec{a}$.

Свойства координат вектора

1. У равных векторов соответствующие координаты равны.
2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты.
3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число.

Координаты вектора, заданного координатами концов.

Пусть задан вектор $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ и $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Тогда выполняется равенство $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.

Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ вычисляется по формуле

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Скалярное произведение вектора в координатах

- $\vec{a} * \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$