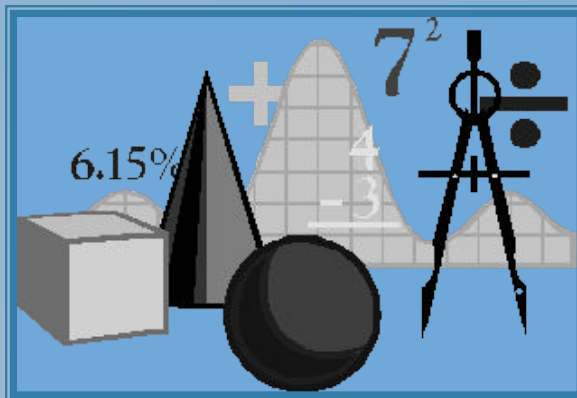
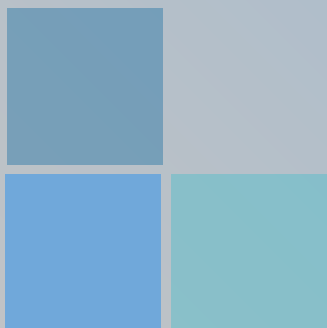
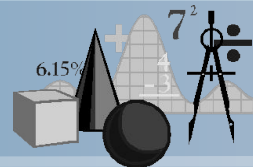




Условная вероятность



Условная вероятность

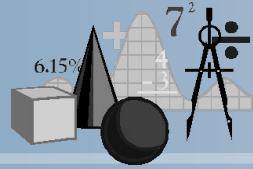


- Вероятность события A при условии того, что событие B произошло, называется **условной** вероятностью и обозначается

$$P(A / B) \text{ или } P_B(A)$$



Пример 1.



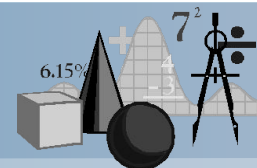
Пусть пять студентов вытягивают на экзамене один билет из пяти, причем один из них - очень лёгкий. Какова вероятность для того, кто идёт третьим, вытащить удачный билет?

Решение.

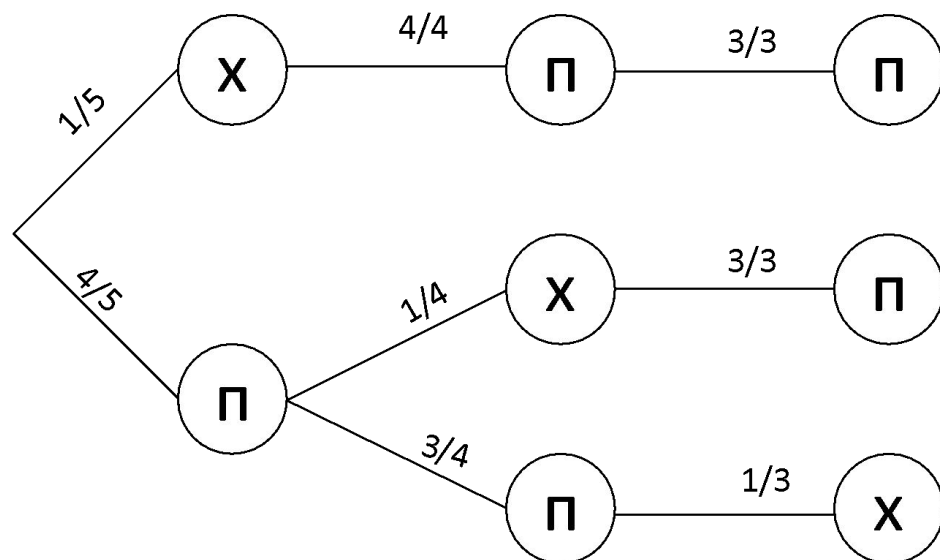
Очевидно, что эта вероятность зависит от того, что попало предыдущим студентам, и вытянуть удачный билет третий студент может только в том случае, когда его не взяли двое предыдущих: $P_{\overline{A} \cdot \overline{B}}(C)$



Решение задачи



Пусть пять студентов вытягивают на экзамене один билет из пяти, причем один из них очень лёгкий. Какова вероятность для того, кто идёт третьим, вытащить удачный билет?

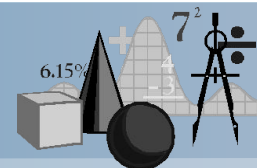


В) ~~Э~~ студент возьмет хороший билет

$$) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$



Формула полной вероятности



Для вычисления полной вероятности события A нужно перечислить все условия H_i , при которых может наступить A , и перемножить вероятности этих условий на соответствующие им условные вероятности.

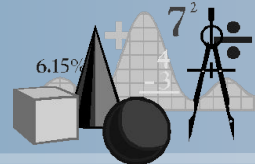
$$P(A) = P(H_1) \cdot P_{H_1}(A) + P(H_2) \cdot P_{H_2}(A) + \dots + P(H_k) \cdot P_{H_k}(A)$$

Причем сумма вероятностей гипотез должна быть равна 1, т.е.

$$\sum P(H_i) = 1$$



Формула Байеса

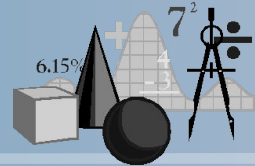


Пусть событие A может быть вызвано набором причин H_i . Тогда вероятность того, что к событию A привело событие H_i , пропорциональна произведению вероятности соответствующей причины на вероятность следствия.

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P_{H_i}(A)}{P(A)}$$



Пример 2.

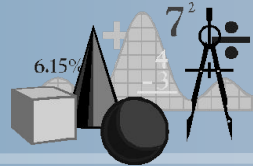


Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 4 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных.

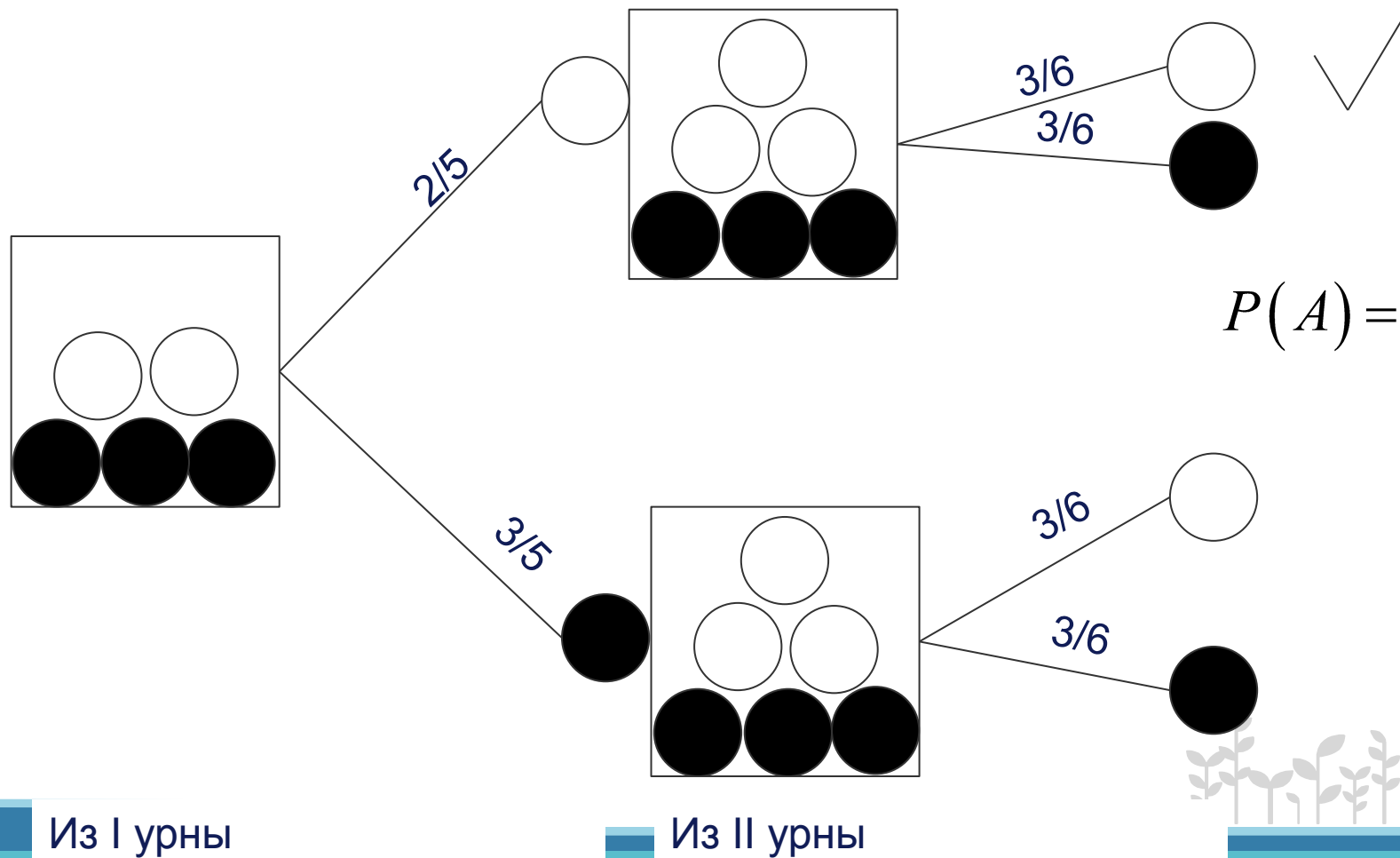
- Из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары белые.
- Выбирается урна и из нее извлекается 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары белые. Найти вероятность того, что они были взяты из первой урны.
- Из первой урны во вторую переложили 1 шар, а затем из второй (пополненной) урны достали 2 шара. Они оказались белыми. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.



Пример 2.1



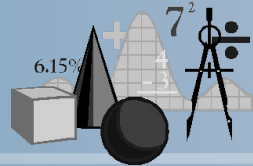
Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Из каждой урны достали по одному шару. Найти вероятность того, что эти шары белые.



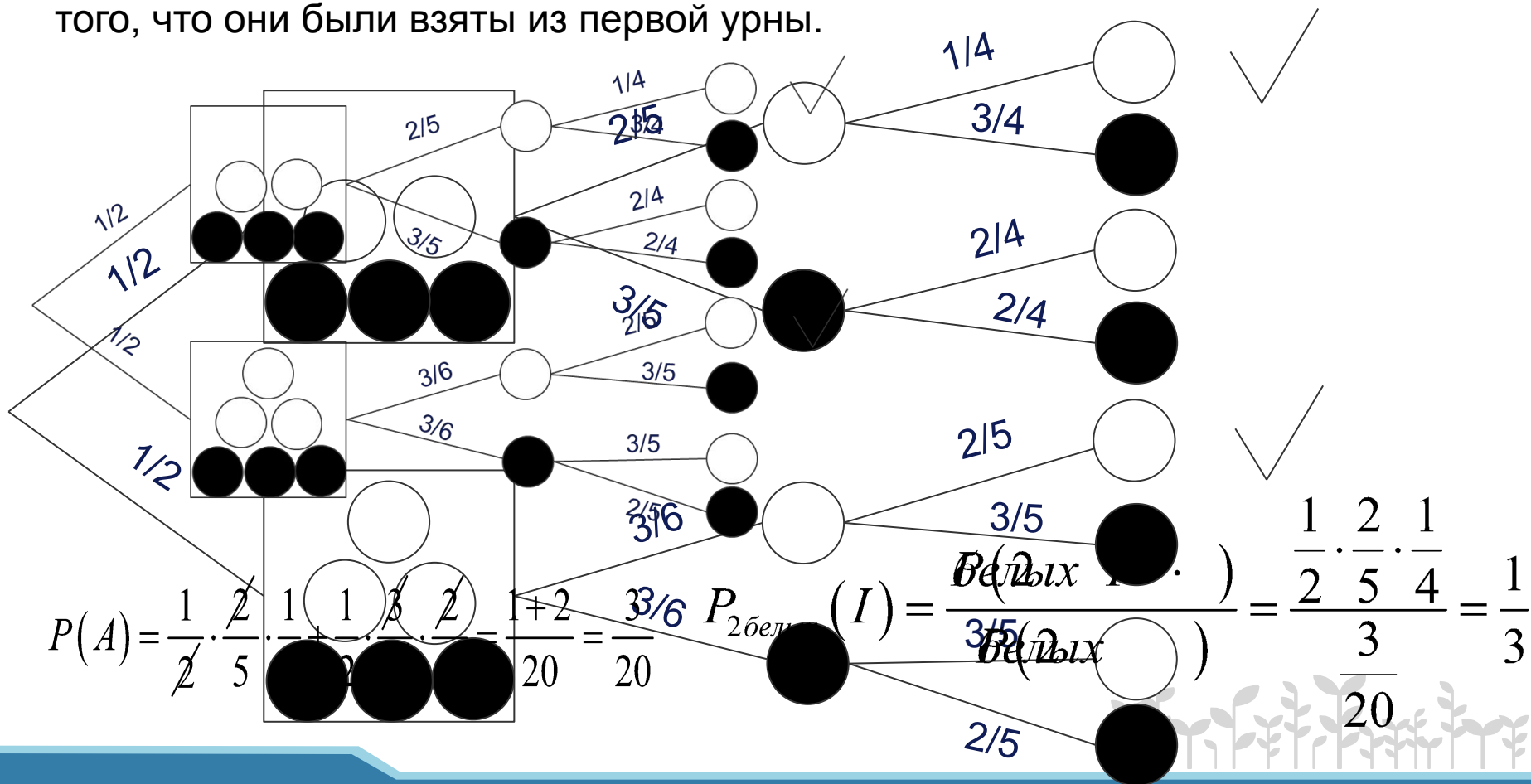
$$P(A) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{5}$$



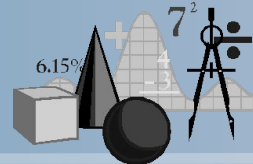
Пример 2.2



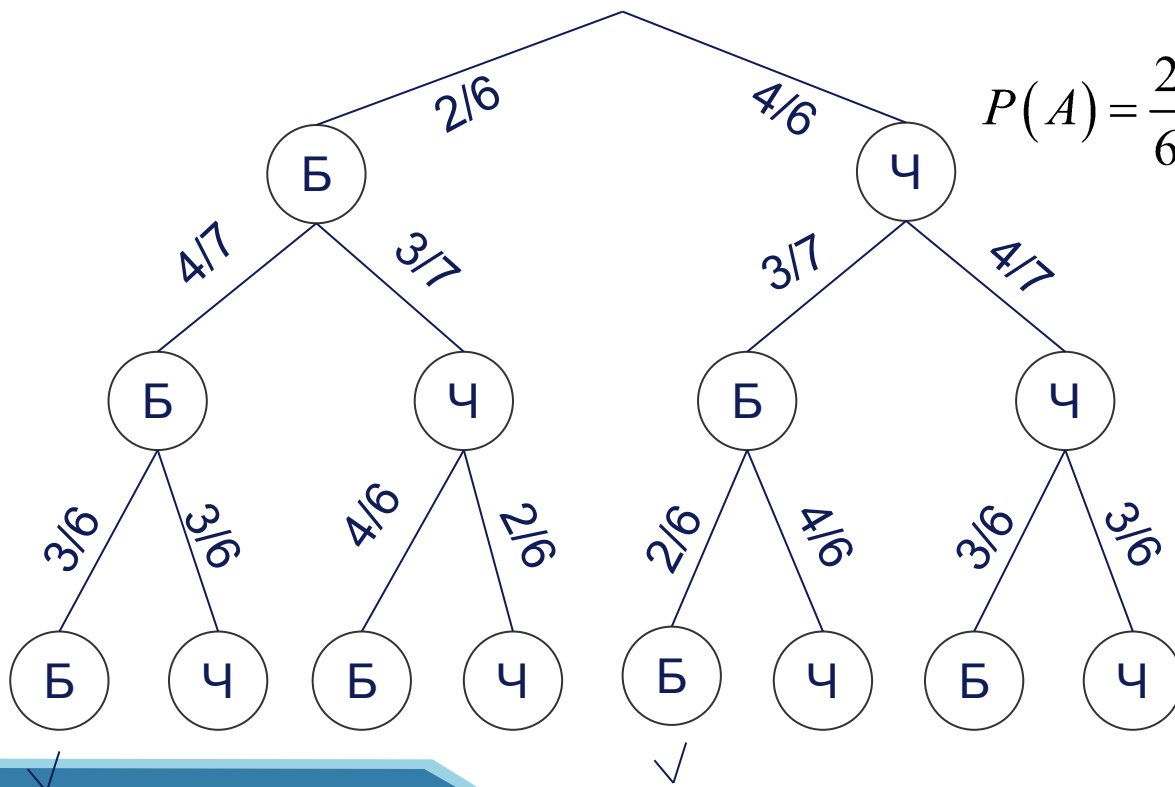
Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 3 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Выбирается урна и из нее извлекается 2 шара. Найти вероятность того, что эти шары белые. Найти вероятность того, что они были взяты из первой урны.



Пример 2.3



Имеются 2 урны с шарами. В первой урне находятся 2 белых и 4 черных шара, во второй – 3 белых и 3 черных. Из первой урны во вторую переложили 1 шар, а затем из второй (пополненной) урны достали 2 шара. Они оказались белыми. Найти вероятность того, что был переложен белый шар.



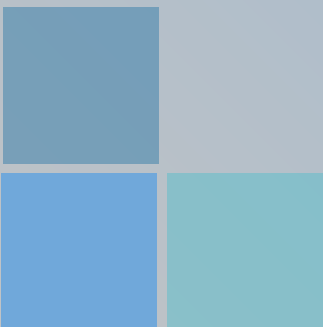
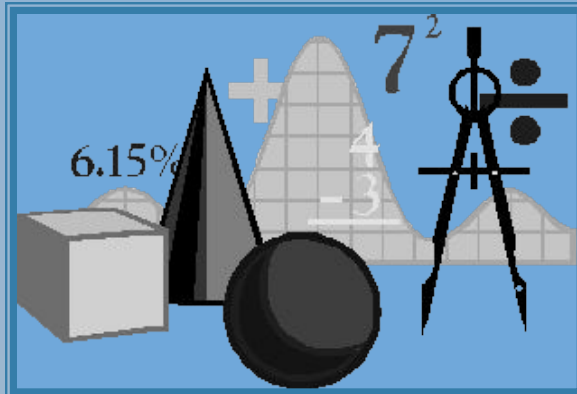
$$P(A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = 2 \cdot \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 4}{\cancel{6} \cdot 6 \cdot 7} = \frac{4}{21}$$

Из I урны во II

1 шар из II урны

2 шар из II урны





Дерево исходов

