Транспортная задача

- Постановка задачи:
- Имеется *m* пунктов отправления (поставщиков) грузов: $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_i, \ldots, A_m,$
- на которых сосредоточены запасы какого-либо однородного груза в объемах соответственно:
- Величины a_t определяют максимально возможные

размеры вывоз $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i, \ldots, a_m.$ отправления.

- Суммарный запас груза поставщиков составляет $\sum_i^m a_i$
- Кроме того, имеется *n* пунктов назначения: $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_j, \ldots, B_n,$
- которые подали заявки на поставку грузов в объемах соответстве $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_j, \ldots, b_n.$
- Суммарная величина заявок составляет $\sum_j^n b_j$.

- Стоимость перевозки одной единицы груза от поставщика A_t к потребителю *Bj* обозначим через c_{ij} (транспортный тариф). Общая стоимость перевозок составляет матрицу транспортных издержек С. В качестве критерия оптимальности выбираем суммарные издержки по перевозке грузов.
- Тогда транспортная задача формулируется следующим образом: необходимо составить оптимальный план, т. е. найти такие значения объема перевозок грузов от поставщиков *Ai* к потребителям Bj, чтобы вывести все грузы от поставщиков; удовлетворить заявки каждого потребителя и обеспечить минимальные транспортные расходы на перевозку груза.

- Все исходные данные транспортной задачи можно записать в виде таблице, которая называется транспортной: С и *Х.*

Пункты отправления	Пункты назначения						
	В1	В2	В3			Вп	запасы
А1	Х11 с11						а1
А2	Х21 с21						а2
Ак							ак
заявки	в1	в2	в3			вп	сумма

- Задача заключается в определении плана перевозок - матрицы *X, которая удовлетворяет условиям:*
  - $\sum xij=ai$
  - $\sum xij=bj$
  - $F=\sum\sum cij*xij \rightarrow min$

- Рассмотрим транспортную задачу, где критерием оптимальности является стоимость перевозок всех грузов, которая должна быть минимальной.
- Экономико-математическая модель транспортной задачи содержит системы линейных уравнений, условие неотрицательности переменных x_{ij} и целевую функцию.
- Следует иметь в виду, что:
- 1. Всякое неотрицательное решение системы линейных уравнений, определяемое матрицей ***X = (xij), i*** = 1, k***; j*** = 1, л; называется допустимым планом транспортной задачи.
- 2. Ранг матрицы, составленный из коэффициентов при не известных системы линейных уравнений транспортной задачи, на единицу меньше числа уравнений, т. е. равен ***(т + п -*** 1). Следовательно, число линейно независимых уравнений равно ***(т + п*** - 1), они образуют базис, а соответствующие им ***(т + п - 1)*** переменных будут являться базисными.
- 3. Допустимый план транспортной задачи, имеющий не более ***(т*** + ***п*** - 1) отличных от нуля величин x_{ij}, называется опорным.

- 4. Если в опорном плане число отличных от нуля компонент равно в точности $(m + n - 1)$, то план является невырожденным, если меньше, то план называется вырожденным.
- 5. План $\boldsymbol{X} = (x_{ij})$ ($i = l$, m; $j = 1$, n), при котором функция принимает свое минимальное значение, называется оптимальным планом транспортной задачи.
- 6. Для решения транспортной задачи необходимо и достаточно, чтобы суммарные запасы груза в пунктах отправл авны сумме заявок пунктов назначе

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

- 7. Модель транспортной задачи, удовлетворяющая условию, называется закрытой. Если же указанное условие не выполняется, то модель называется открытой.

- В случае превышения запаса над заявками

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

- вводится фиктивный *(n* + 1) пункт назначения с потребностью **$b_{n+1}=\sum a_i-\sum b_j$** и соответствующие тарифы считаются равными нулю **$c_{i,n+1}=0$.**
- При

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

- вводится фиктивный (m + 1) пункт отправления с запасо

$$a_{m+1} \sum_{i=1}^{m} b_j - \sum_{j=1}^{n} a_i$$

- и соответствующие тарифы принимаются равными нулю:

$$c_{m+1,j} = 0,\ j = \overline{1,\ n}.$$

- Наилучшим элементом матрицы тарифов С называется наименьший тариф, если задача поставлена на минимум, наибольший тариф - если задача поставлена на максимум целевой функции.
- Алгоритм построения первого опорного плана методом наименьшей стоимости включает следующие этапы:
- а) среди тарифов находится наименьший;
- б) клетка с выбранным тарифом заполняется величиной, равной максимально возможному объему груза с учетом ограничений по строке и столбцу. При этом либо весь груз вывозится от соответствующего поставщика, либо полностью удовлетворяется заявка потребителя. Строка или столбец таблицы вы черкивается и в дальнейшем распределении не участвует;
- в) из оставшихся тарифов вновь находится наилучший (наименьший), и процесс продолжается до тех пор, пока не будет распределен весь груз.

- **Замечание:**
- Если модель транспортной задачи открытая и введены фиктивный поставщик или потребитель, то распределение осуществ ляется сначала для действительных поставщиков и потребителей, и в последнюю очередь нераспределенный груз направляется от фиктивного поставщика или к фиктивному потребителю.
- Дальнейшее улучшение первого опорного плана и получение оптимального плана производим методом потенциалов, который основан на теории двойственности.

- План $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x}_{ij})$ транспортной задачи будет являться оптимальным, если существует система $\boldsymbol{m + n}$ чисел α_i, β_j называемых потенциалами, удовлетворяющая условиям:
-
- **1. F(X) →min**
- $a_i+b_j = c_{ij}$ для занятых клеток, где $x_{ij}>0$
- $a_i+b_j \le c_{ij}$ для занятых клеток, где $x_{ij}=0$
-
- **2. F(X) →max**
- $a_i+b_j = c_{ij}$ для занятых клеток, где $x_{ij}>0$
- $a_i+b_j \ge c_{ij}$ для занятых клеток, где $x_{ij}=0$

- Потенциалы a_i и bj являются переменными двойственной транспортной задачи и обозначают оплату за перевозку единицы груза в пунктах отправления (поставщиками) и назначения (потребителями) соответственно, поэтому их сумма равна транспортному тарифу $a_i + bj = c_{ij}$, а условия получены на основании второй теоремы двойственности.

- Введем обозначение оценки свободной клетки таблицы

$$\Delta_{ij} = a_i + b_j - c_{ij}.$$

- Если среди Δ_{ij} оценок нет положительных (задача поставлена на минимум), то опорный план является оптимальным.
- Алгоритм оценки оптимальности плана методом потенциалов включает следующие этапы.
- а. Построение первого опорного плана.
- б. Проверка вырожденности плана. Потенциалы a_i и b_j могут быть рассчитаны только для невырожденного плана. Если число занятых клеток в опорном плане меньше, чем $(m + n - 1)$, то не хватит количества уравнений для определения потенциалов, поэтому вносим нуль в одну из свободных клеток таблицы так, чтобы общее число занятых клеток стало равным $(m + n - 1)$. Нуль вводят в клетку с наименьшим тарифом, например в клетку одновременно вычеркиваемых строки и столбца таблицы при составлении нового плана. При этом фиктивно занятая нулем клетка не должна образовывать замкнутого прямоугольного контура с другими клетками таблицы.

- в. Определение значения функции цели путем суммирования произведений тарифов (удельных затрат) на объем перевозимого груза по всем занятым клетками таблицы.
- г. Проверка условия оптимальности. Определяем потенциалы a_i и bj. Для каждой занятой клетки таблицы записываем ура $a_i + b_j = c_{ij}\ (i = 1,\ m;\ j = 1,\ n)$

- Получим систему $(m + n - 1)$ уравнений с $(m + n)$ переменными.
- Так как число переменных больше числа уравнений, то система является неопределенной и имеет бесконечное множество решений. Поэтому одному из неизвестных потенциалов a_i, bj задают произвольное значение, например, для простоты вычислений полагаем $a_1 = 0$. Тогда остальные потенциалы опреде Δ_{ij}. тся из приведенных соотношений.
- В транспортную таблицу добавляются дополнительная строка и столбец, куда заносятся потенциалы.
- Определяем оценки свободных клеток

- Если все $\Delta_{ij} \le 0$ (задача решается на минимум целевой функции) все $\Delta_{ij} \ge 0$ (задача решается на максимум целевой функции), то оптимальный план найден. Если хотя бы одна оценка свободной клетки $\Delta_{ij} > 0$ (задача поставлена на минимум) или $\Delta_{ij} < 0$ (задача поставлена на максимум), план не является оптимальным, его можно улучшить, осуществив перераспределение груза.
- д. Построение нового опорного плана. Из всех положительных оценок свободных клеток выбираем наибольшую (если задача поставлена на минимум), из отрицательных — наибольшую по абсолютной величине (если задача поставлена на максимум). Клетку, которой соответствует наибольшая оценка, следует заполнить,

  т. е. направить груз.

  Заполняя выбранную клетку, необходимо изменить объемы поставок, записанных в ряде других за нятых и связанных с заполняемой так называемым циклом.

- Циклом, или прямоугольным контуром, в таблице условий транспортной задачи называется ломаная линия, вершины которой расположены в занятых клетках таблицы, а звенья - вдоль строк и столбцов, причем в каждой вершине цикла встречаются ровно два звена, одно из которых находится в строке, другое - в столбце. Если ломаная линия, образующая цикл, пересекается, то точки пересечения не являются вершинами. Для каждой свободной клетки таблицы можно построить единственный цикл.
- Вершинам цикла, начиная от вершины, находящейся в свободной клетке, присваиваем поочередно знаки « + » и «-».
- Из объемов груза, стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее и обозначим его **γ**. Перераспределяем величину **γ** по циклу, прибавляя **γ** к соответствующим объемам груза, стоящим в плюсовых клетках и вычитая **у** из объемов груза, находящихся в минусовых клетках таблицы. В результате клетка, которая ранее была свободной, становится занятой, а одна из занятых клеток цикла становится свободной.
- Полученный новый опорный план проверяется на оптимальность, т. е. возвращаемся к четвертому этапу

- *Примечания*:
- Если в минусовых клетках построенного цикла находятся два (или несколько) одинаковых минимальных значения то при перераспределении объемов груза освобождаются две (или несколько) клеток, и план становится вырожденным. Для про должения решения необходимо одну или несколько освобождающихся клеток таблицы занять нулем, причем предпочтение отдается клетке с наилучшим тарифом. Нулей вводится столько, чтобы во вновь полученном опорном плане число занятых клеток было равно $(m + n - 1)$.
- Если в оптимальном плане транспортной задачи оценка свободной клетки равна нулю , то задача имеет множество оптимальных планов. Для клетки с нулевой оценкой можно построить цикл и перераспределить груз. В результате полученный оптимальный план будет иметь такое же значение целевой функции.

- Значение целевой функции на каждой итерации можно рассчитать следующим образом:
- $F(\bar{X}_k) = F(\bar{X}_{k-1}) - \gamma\Delta_{ij}$ (задача поставлена на минимум);
- $F(\bar{X}_k) = F(\bar{X}_{k-1}) + \gamma\Delta_{ij}$ (задача поставлена на максимум),
- где γ - величина перемещаемого по циклу объема груза;
- Δ_{ij} - оценка свободной клетки, в которую направляется груз при переходе к новому плану;
- $F(\bar{X}_k)$ значение целевой функции на *к*-й итерации;
- $F(\bar{X}_{k-1})$ значение целевой функции на предыдущей итерации.

-
- Пример 1. На три базы A_1, A_2, A_3 поступил однородный груз в количествах, соответственно равных 6, 8, 10 ед. Этот груз требуется перевезти в четыре магазина B_x, B_2, B_3, B_4 соответственно в количествах 4, 6, 8, 8 ед. Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов (тыс. руб. за ед. груза):
- 1 2 4 3
- С = 4 3 8 5
- 2 7 6 3
- $i = 1,2,3 \quad j = 1,2,3,4$
-
- $\sum a_i = 6+8+10=24$
-
- $\sum bj=4+6+8+8=26$
-
- Отсюда следует, что транспортная задача является открытой. Введем дополнительную базу A_4 с запасом груза 26-24=2 ед. Тарифы перевозки полагаем равными нулю.

Второй план

A_i \ B_j		B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы a_i
	α_i \ β_j	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = -1$	$\beta_3 = 4$	$\beta_4 = 1$	
A_1	$\alpha_1=0$	− 1 4	2	+ 4 2	3	6
A_2	$\alpha_2=4$	4	3 6	8 2	5	8
A_3	$\alpha_3=2$	2 +	7	6 − 2	3 8	10
A_4	$\alpha_4=-4$	0	0	0 2	0	2
Потреб-ности b_j		4	6	8	8	26 \ 26

- $F(X_1) = 4\cdot1 + 2\cdot 2 + 4\cdot 3 + 4\cdot 8 + 2\cdot 6 + 8\cdot 3 + 2\cdot 0 = 88$ тыс. руб.

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1 + \beta_1 = 1, \\ \alpha_1 + \beta_2 = 2, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 3, \\ \alpha_2 + \beta_3 = 8, \\ \alpha_3 + \beta_3 = 6, \\ \alpha_3 + \beta_4 = 3, \\ \alpha_4 + \beta_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ 0 + \beta_1 = 1, \\ 0 + \beta_2 = 2, \\ \alpha_2 + 2 = 3, \\ 1 + \beta_3 = 8, \\ \alpha_3 + 7 = 6, \\ -1 + \beta_4 = 3, \\ \alpha_4 + 7 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \beta_1 = 1, \\ \beta_2 = 2, \\ \alpha_2 = 1, \\ \beta_3 = 7, \\ \alpha_3 = -1, \\ \beta_4 = 4, \\ \alpha_4 = -7. \end{cases}$$

$$\Delta_{ij} = (\beta_j + \alpha_i) - c_{ij};$$

$$\Delta_{13} = 7 + 0 - 4 = 3;\ \Delta_{14} = 4 + 0 - 3 = 1;\ \Delta_{21} = 1 + 1 - 4 = -2;$$
$$\Delta_{24} = 4 + 1 - 5 = 0;\ \Delta_{31} = 1 + (-1) - 2 = -2;\ \Delta_{32} = 2 + (-1) - 7 = -6;$$
$$\Delta_{41} = 1 + (-7) - 0 = -6;\ \Delta_{42} = 2 + (-7) - 0 = -5;\ \Delta_{44} = 4 + (-7) - 0 = -3.$$

Опорный план 3

$$F(\bar{X}_2) = F(\bar{X}_1) - \gamma\Delta_{13} = 88 - 2 \cdot 6 = 82 \text{ (тыс. руб.)}$$

A_i \ B_j		B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы a_i
	α_i \ β_j	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = -1$	$\beta_3 = 4$	$\beta_4 = 2$	
A_1	$\alpha_1=0$	1 2 −	2	4 4 +	3	6
A_2	$\alpha_2=4$	4 +	3 6	8 2 −	5	8
A_3	$\alpha_3=1$	2 2	7	6	3 8	10
A_4	$\alpha_4=-4$	0	0	0 2	0	2
Потреб-ности b_j		4	6	8	8	26 / 26

$$F(X_3) = F(X_2) - \gamma \cdot \Delta_{31} = 82 - 2 \cdot 1 = 80 \text{ тыс. руб.}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1 + \beta_1 = 1, \\ \alpha_1 + \beta_3 = 4, \\ \alpha_2 + \beta_3 = 8, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 3, \\ \alpha_3 + \beta_1 = 2, \\ \alpha_3 + \beta_4 = 3, \\ \alpha_4 + \beta_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ 0 + \beta_1 = 1, \\ 0 + \beta_3 = 4, \\ \alpha_2 + 4 = 8, \\ 4 + \beta_2 = 3, \\ \alpha_3 + 1 = 2, \\ 1 + \beta_4 = 3, \\ \alpha_4 + 4 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \beta_1 = 1, \\ \beta_3 = 4, \\ \alpha_2 = 4, \\ \beta_2 = -1, \\ \alpha_3 = 1, \\ \beta_4 = 2, \\ \alpha_4 = -4. \end{cases}$$

$\Delta_{12} = -1 + 0 - 2 = -3$; $\Delta_{14} = 2 + 0 - 3 = -1$; $\Delta_{21} = 1 + 4 - 4 = 1$; $\Delta_{24} = 2 + 4 - 5 = 1$; $\Delta_{32} = -1 + 1 - 7 = -7$; $\Delta_{33} = 4 + 1 - 6 = -1$; $\Delta_{41} = 1 + (-4) - 0 = -3$; $\Delta_{42} = -1 + (-4) - 0 = -5$; $\Delta_{44} = 2 + (-4) - 0 = -2$.

Опорный план 4

A_i \ B_j		B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы a_i
	α_i \ β_j	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = 0$	$\beta_3 = 4$	$\beta_4 = 2$	
A_1	$\alpha_1=0$	1 0	2	4 6	3	6
A_2	$\alpha_2=3$	4 2	3 6	8	5	8
A_3	$\alpha_3=1$	2 2	7	6	3 8	10
A_4	$\alpha_4=-4$	0	0	0 2	0	2
Потреб-ности b_j		4	6	8	8	26 \ 26

$$F(\bar{X}_4) = F(\bar{X}_3) - \gamma \cdot \Delta_{21} = 80 - 2 \cdot 1 = 78 \text{ тыс. руб.}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \alpha_1 + \beta_1 = 1, \\ \alpha_1 + \beta_3 = 4, \\ \alpha_2 + \beta_1 = 4, \\ \alpha_2 + \beta_2 = 3, \\ \alpha_3 + \beta_1 = 2, \\ \alpha_3 + \beta_4 = 3, \\ \alpha_4 + \beta_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ 0 + \beta_1 = 1, \\ 0 + \beta_3 = 4, \\ \alpha_2 + 1 = 4, \\ 3 + \beta_2 = 3, \\ \alpha_3 + 1 = 2, \\ 1 + \beta_4 = 3, \\ \alpha_4 + 4 = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 0, \\ \beta_1 = 1, \\ \beta_3 = 4, \\ \alpha_2 = 3, \\ \beta_2 = 0, \\ \alpha_3 = 1, \\ \beta_4 = 2, \\ \alpha_4 = -4. \end{cases}$$

$\Delta_{12} = 0 + 0 - 2 = -2$; $\Delta_{14} = 2 + 0 - 3 = -1$; $\Delta_{23} = 4 + 3 - 8 = -1$; $\Delta_{24} = 2 + 3 - 5 = 0$; $\Delta_{32} = 0 + 1 - 7 = -6$; $\Delta_{33} = 4 + 1 - 6 = -1$; $\Delta_{41} = 1 + (-4) - 0 = -3$; $\Delta_{42} = 0 + (-4) - 0 = -4$; $\Delta_{44} = 2 + (-4) - 0 = -2$.

- Поскольку все оценки неположительны, меньше или равны нулю, то план IV является оптимальным, что можно представить в виде матрицы:

$$X_4^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 6 & 0 \\ 2 & 6 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$F(X_4^*) = 78 \text{ тыс. руб.}$$

- **Анализ плана**. С первой базы необходимо весь груз направить в третий магазин, со второй базы направить в первый и второй магазины в количестве 2 ед. и 6 ед., а груз с третьей базы следует вывозить в первый и четвертый магазины в количестве 2 и 8 ед. соответственно. При этом потребность третьего магазина B_3 остается неудовлетворенной в объеме 2 ед. Общая стоимость доставки груза потребителям будет минимальной и со ставляет 78 тыс. руб. Так как оценка свободной клетки Δ_{24} = О, то задача имеет множество оптимальных планов.

- **Пример выполнения задачи в Excel**.
- ***Задача организации оптимального снабжения.***
- Три фермерских хозяйства $Л_1, Л_2, Л_3$ ежедневно могут доставлять в город соответственно 60, 60 и 50 ц молока для обеспечения пяти торговых точек: B_1 B_2, B_3, B_4, B_5. Стоимость перевозки 1 ц
М
т

Фермерские хозяйства	Затраты на перевозку 1 ц к торговым точкам					Запас молока, ц
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	6	8	10	12	60
A_2	9	5	7	4	6	60
A_3	6	8	4	9	7	50
Потребности в молоке, ц	30	20	55	20	25	

Определить оптимальный план поставки молока в каждую точку для удовлетворения потребностей, чтобы суммарные транспортные издержки были минимальными.

- Экономико-математическая модель задачи
- *Переменные*: $\boldsymbol{x_{ij}}$ ($\boldsymbol{i}$ = 1,3; j = 1,5) — **количество молока, постав ляемое фермерским хозяйством J в *I* -ю торговую точку.**
- ***Целевая функция*** — суммарные транспортные издержки, кото рые необходимо минимизировать:

$$
\begin{aligned}
f(\bar{X}) = 7x_{11} + 6x_{12} + 8x_{13} + 10x_{14} + 12x_{15} + \\
+ 9x_{21} + 5x_{22} + 7x_{23} + 4x_{24} + 6x_{25} + \\
+ 6x_{31} + 8x_{32} + 4x_{33} + 9x_{34} + 7x_{35} \to \min.
\end{aligned}
$$

Функциональные ограничения:

по поставщикам:

$$
\begin{cases}
x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} \le 60, \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} \le 60, \\
x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} \le 50;
\end{cases}
$$

по потребителям:

$$
\begin{cases}
x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30, \\
x_{12} + x_{22} + x_{32} = 20, \\
x_{13} + x_{23} + x_{33} = 55, \\
x_{14} + x_{24} + x_{34} = 20, \\
x_{15} + x_{25} + x_{35} = 25.
\end{cases}
$$

- 1. Указать адреса ячеек, в которые будет помещен результат решения.

Изменяемые ячейки — B11: F13. В эти ячейки в результате ре шения задачи будут записаны оптимальные значения *Xij.*

- 2

	A	B	C	D	E	F	G
1		Затраты на перевозку 1ц к торговым точкам:					Запас молока (ц)
2	Фермерские хозяйства	B1	B2	B3	B4	B5	
3	A1	7	6	8	10	12	60
4	A2	9	5	7	4	6	60
5	A3	6	8	4	9	7	50
6	Потребности в молоке(ц)	30	20	55	20	25	

- 3. Ввести зависимости для ограничений.

$$a_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij},$$

Поместите курсор в ячейку G11.
Выберите функцию СУММ.
Выделите необходимые для суммирования ячейки B11:F11.
Нажмите кнопку ОК для подтверждения ввода формулы для суммирования

- Аналогичные действия выполните для ячеек С14 и F14.

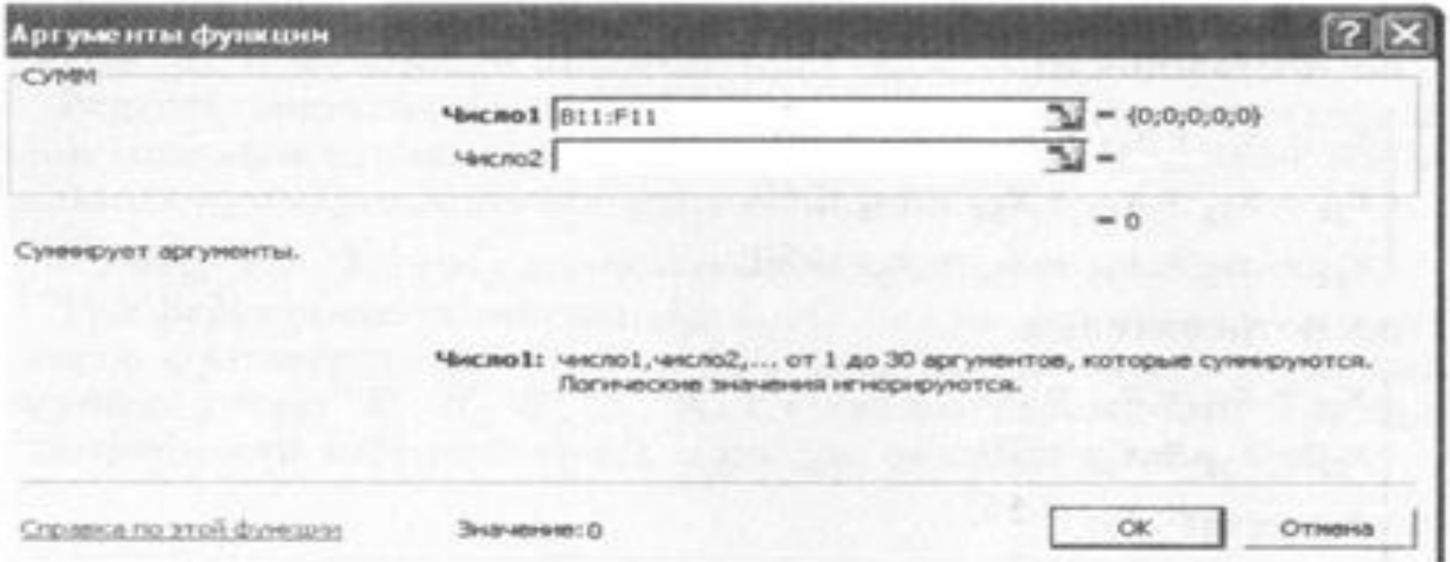


Рис. 1.27

Затем введите *условия удовлетворения запросов потребителей:*

$$b_j = \sum x_{ij},$$

- Для вычисления значения целевой функции, соответствующей минимальным суммарным затратам на доставку груза, зарезервируйте ячейку и введите формулу для ее вычисления:
- Запустите **Мастер функций** (значок f_x***).***
- В окне **Категория** выберите **Математические.**
- В окне **Функция** выберите **СУММПРОИЗВ.**
- Нажмите кнопку ОК.
- В окне **СУММПРОИЗВ** укажите адреса массивов, элементы которых обрабатываются этой функцией
- В нашей задаче целевая функция представляет собой произ ведение затрат на доставку молока (ячейки B3:F5) и объемов поставок для каждого потребителя (содержимое ячеек В11 :F13). В поле Массив1 укажите адреса B3:F5.
- В поле Массив2 укажите адреса B11:F13.
- Нажмите кнопку ОК.
- В поле ячейки G14 появится некоторое числовое значение, равное произведению поставок на коэффициенты затрат по до ставке грузов

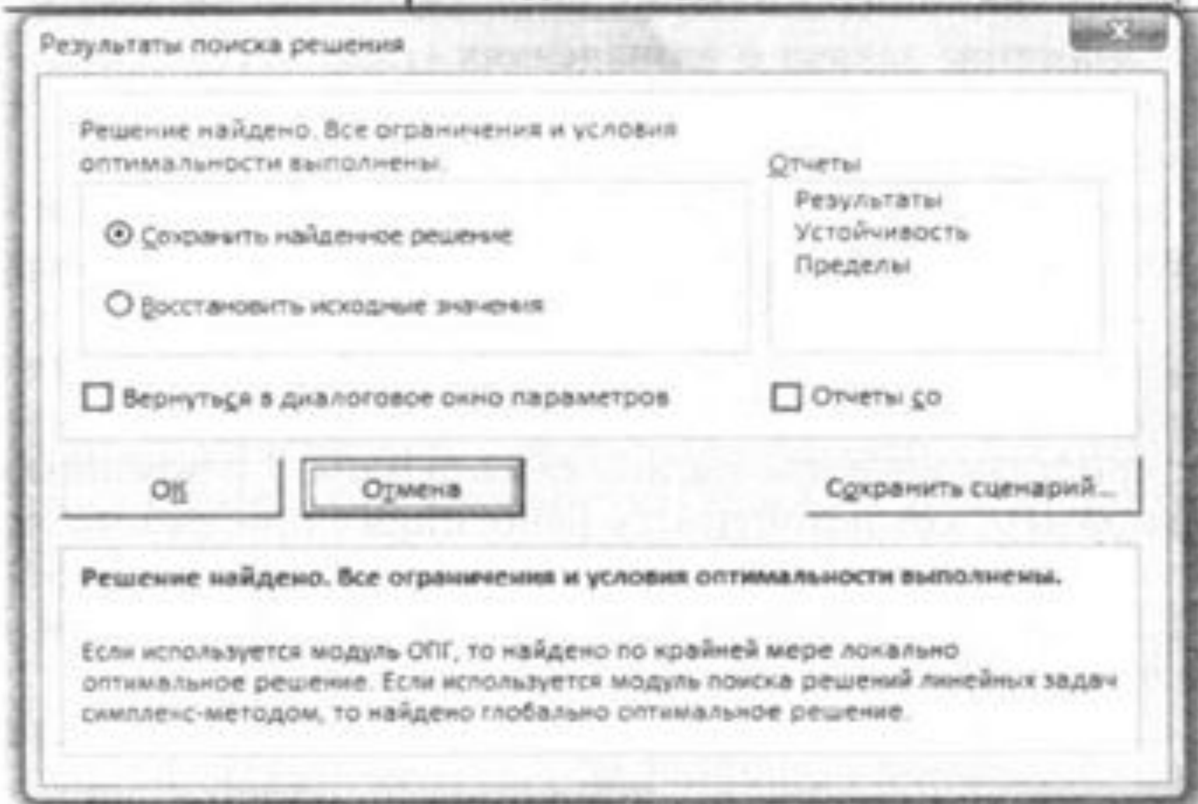
	A	B	C	D	E	F	G
1		Затраты на перевозку 1ц к торговым точкам:					Запас молока (ц)
2	Фермерские хозяйства	B1	B2	B3	B4	B5	
3	A1	7	6	8	10	12	60
4	A2	9	5	7	4	6	60
5	A3	6	8	4	9	7	50
6	Потребности в молоке(ц)	30	20	55	20	25	
7							
8							
9		Количество перевезенного молока от фермерского хозяйства Ai к торговой точке Bj:					
10	Фермерские хозяйства	B1	B2	B3	B4	B5	
11	A1						0
12	A2						0
13	A3						0
14		0	0	0	0	0	0

Фермерские хозяйства	Количество перевезенного молока от фермерского хозяйства Ai к торговой точке Bj:					
	B1	B2	B3	B4	B5	
A1						=СУММ(B11:F11)
A2						=СУММ(B12:F12)
A3						=СУММ(B13:F13)
	=СУММ (B11:B13)	=СУММ (C11:C13)	=СУММ (D11:D13)	=СУММ (E11:E13)	=СУММ (F11:F13)	=СУММПРОИЗВ (B3:F5,B11:F13)

- Запустить команду Поиск решений.

- Ввести ограничения.
- Поместите указатель мыши на кнопку **Добавить.** Появится диа логовое окно **Добавление ограничения.**
- Первая запись в поле **В соответствии** с **ограничениями** представляет собой ***ограничения по уровню спроса,*** вторая запись — ***ограничения по уровню запасов.***
- После ввода всех ограничений нажмите кнопку ОК.
- Ввести параметры для решения ЗЛП.
- Установите флажок: Сделать переменные без ограничений неотрицательными.
- **В** окне **Выберите метод решения** укажите **Поиск решения линейных задач симплекс-методом.**
- Нажмите кнопку **Найти решение** — на экране появится диалого вое окно **Результаты поиска решения**

Фермерские хозяйства	Количество перевезенного молока от фермерского хозяйства Ai к торговой точке Bj:					
	B1	B2	B3	B4	B5	
A1	30	5	5	0	0	40
A2	0	15	0	20	25	60
A3	0	0	50	0	0	50
	30	20	55	20	25	785



- Ответ: Общие затраты на перевозку продукции составят 785 ден. ед. Спрос торговых точек удовлетворен полностью — они получат 150 ц молока. У первого фермерского хозяйства останется нереализованным 20 ц молока.
- Следует иметь в виду, что при решении задач в Excel результаты иногда выдаются в экспоненциальной форме записи. Данный формат используется для отображения и вывода очень больших (45 ООО ООО ООО ООО, в Excel это 4.5Е+13) или очень малых чисел (0,000 000 002 1, в Excel это 2.1Е-09).
- Надстройка **Поиск решения** при заданной точности решения такие числа (например, 2.1Е-09) не отличает от нуля.

- **Задача о назначениях** — это распределительная задача, в которой для выполнения каждой работы требуется один и только один ресурс (один человек, одна автомашина и т.д.) и каждый ресурс может быть использован на одной и только одной работе, т.е. ресурсы неделимы между работами, а работы неделимы между ресурсами. Таким образом, задача о назначениях явля ется частным случаем транспортной задачи. Задача о назначени ях имеет место при распределении людей на должности или ра боты, автомашин на маршруты, водителей на машины, групп по аудиториям, научных тем по научно-исследовательским лабора то

Ресурсы \ Работы	B_1	B_2	...	B_m	Количество ресурсов
A_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1m}	1
A_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2m}	1
...	...	...	...	...	...
A_n	c_{n1}	c_{n2}	...	c_{nm}	1
Количество работ	1	1	...	1	$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$

- Экономико-математическая модель задачи

$$f(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij} \to \min,$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, m, \\ x_{ij} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m. \end{cases}$$

По сравнению с ***транспортной задачей*** процесс приведения задачи о назначениях к сбалансированному виду имеет свои особенности (принимают значение «0» или «1»). Для этого необходимо при вводе ограничений указать тип переменных **Двоичное .** При добавлении ограничений на целочисленность справа вводят адреса изменяемых ячеек