

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

2013-14 уч. г.

Соклакова Марина Вячеславовна

Каф. ТОЭ 1 к., ауд.1102-1111

Содержание курса ТОЭ ФИБС весенний семестр 2013-14

7. Передаточная функция цепи и основные характеристики цепи

7.1. Нормирование параметров цепи

7.2. ПФ цепи и ее свойства

7.3. Виды частотных характеристик

7.4. Связь полосы пропускания RLC -контура с его добротностью

7.5. Понятие о фильтрах

8. Анализ УПР в цепи

8.1. Периодические сигналы и их спектры

Содержание курса ТОЭ ФИБС

весенний семестр 2013-14

8.1.1. Формы записи РФ

8.1.2. Дискретные спектры периодических сигналов

8.1.3. Использование преобразования Лапласа для анализа УПР в цепи

8.2. Мощность и действующее значение РФ

8.2.1. Мощность

8.2.2. Действующее значение

8.3. Методы анализа УПР

8.3.1. Анализ УПР в цепи с использованием РФ

8.3.2. РФ в замкнутой форме

9. Анализ цепей спектральным методом

Содержание курса ТОЭ ФИБС

весенний семестр 2013-14

9.1. Аперриодические сигналы и их спектры

9.1.1. Переход от периодического сигнала к аперриодическому

9.1.2. Спектральные характеристики аперриодических сигналов

9.1.3. Примеры спектров основных сигналов

9.2. Критерии ширины спектра сигнала

9.2.1. Энергия сигнала и критерии ширины спектра сигнала

9.2.2. Связь ширины спектра с длительностью сигнала

9.2.3. Связь ширины спектра с крутизной сигнала

9.3. Приближённый расчёт сигнала по спектру

9.3.1. Расчет сигнала по его амплитудному и фазовому спектру

9.3.2. Связь сигнала с его мнимым и вещественным спектром

Содержание курса ТОЭ ФИБС весенний семестр 2013-14

9.4. Спектральный метод расчёта цепей

9.4.1. Общая характеристика спектрального метода расчёта цепей

9.4.2. Свойства идеальных цепей

9.4.3. Характеристики реальных цепей

9.5. Спектры амплитудно-модулированных сигналов

10. Анализ четырёхполюсников и активных цепей

10.1. Общая характеристика пассивных четырёхполюсников

10.1.1. Уравнения ЧП

10.1.2. Расчет ПФ и соединения ЧП

10.1.3. Симметричный четырёхполюсник в согласованном
режиме

Содержание курса ТОЭ ФИБС

весенний семестр 2013-14

10.2. Расчет цепей с зависимыми источниками

10.2.1. Общая характеристика активных элементов и цепей

10.2.2. Схемы замещения необратимых ЧП

10.2.3. Особенности методов расчета цепей с ЗИ

10.3. Расчет цепей с ОУ

10.3.1. ОУ и его свойства

10.3.2. Использование операционных усилителей для реализации основных математических операций

10.3.3. Особенности расчета цепей с ОУ

11. Анализ нелинейных цепей

Содержание курса ТОЭ ФИБС весенний семестр 2013-14

11.1. Общая характеристика нелинейных цепей

11.1.1. Исходные понятия

11.1.2. Классификация НЦ

11.2. Методы расчета НЦ

11.2.1. Графический метод расчета R-цепей

11.2.2. Аналитический расчет R-цепей

11.2.3. Расчет R-цепей с диодами

11.2.4. Общая характеристика расчёта нелинейных динамических цепей

Курсовая работа ФИБС 2013-14

В методичке (Курсовое проектирование по теории электрических цепей / Уч.пос. для самоств.раб.ств. СПб, 1996. («№9222» 3 21/К 93)) **тема № 4**, в электронной версии методички **тема № 2** (номер варианта сообщается преподавателем, ведущим практические занятия) **с ВОЗМОЖНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ СХЕМЫ И ВИДА ВХОДНОГО СИГНАЛА** на усмотрение преподавателя.

Курсовая работа оформляется в соответствии с правилами, изложенными во введении к учебному пособию.

Защита курсовой работы принимается **преподавателем, ведущим практические занятия** до начала экзаменационной сессии. Студент, **не защитивший** курсовую работу **до экзамена не допускается**.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Глава 7. Передаточная функция цепи и основные характеристики цепи

7.1. Нормирование параметров цепи

Цели нормировки (масштабирования):

- 1) Перейти к безразмерным параметрам: R_* , L_* , C_* близким к 1, т.е. уменьшить разброс параметров цепи .
- 2) Получить максимально однотипные формулы для одинаковых классов цепей.

Типы нормировки:

- 1) Нормирование по *времени* (по *частоте*).

$t_* = t/t_6$ — нормированное, безразмерное время, где t_6 какой-либо характерный интервал, например, постоянная времени для цепи 1-го порядка или время импульса входного сигнала.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Нормированная частота $\omega_* = \omega / \omega_6 = \frac{2\pi}{T\omega_6} = \frac{2\pi}{T_*T_6\omega_6} = \frac{\omega_*}{T_6\omega_6}$, т.е. $t_6\omega_6 = 1$, т.е. $\omega_6 = 1/t_6$, т.е. *нормирование по времени обратно нормированию по частоте*.

2) Нормирование по *уровню сопротивления* $Z_* = \frac{Z}{R_6}$, базисная величина R_6 — характерное сопротивление цепи, например, R_3 в цепи 1-го порядка или сопротивление нагрузки.

3) Нормирование по *уровню сигнала* $f_* = f / f_6$, базисная величина f_6 — максимальное значение входного сигнала. Этот тип нормировки основан на свойстве пропорциональности линейных цепей.

Каждая нормировка уменьшает число параметров цепи на 1.

Параметры цепи: $R_* = R / R_6$, $Z_{L*} = j\omega L / R_6 = j\omega_*\omega_6 L / R_6 = j\omega_* L_*$, т.е. $L_* = \omega_6 L / R_6$, аналогично дуально $C_* = \omega_6 C / G_6 = \omega_6 C R_6$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

● В курсовом за базисные величины принять $\omega_6 = 10^6$, $R_6 = R_2 = R_H$.

Нормировать все R, L, C -элементы, нормировать уровень сигнала не надо.

Следует учесть:

(килоОмы) $\text{кОм} = 10^3 \text{ Ом}$;

(миллиГенри) $\text{мГн} = 10^{-3} \text{ Гн}$;

(пикоФарады) $\text{пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}$.

См. пример в электронном варианте курсовой.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

● 7.1. Передаточная функция цепи и ее свойства

По теореме свертки преобразования Лапласа имеем:

$$f_2(t) = \int_0^t f_1(\tau)h(t - \tau)d\tau \div F_2(s) = F_1(s)H(s)$$

здесь введено обозначение $H(s) \div h(t)$.

Найдем изображение переходной характеристики

$$h_1(t) \div H_1(s) = \frac{1}{s}H(s).$$

Определение: **Передаточной функцией** цепи (ПФ) $H(s)$ называется отношение изображения реакции к изображению единственного в цепи воздействия при нулевых ННУ.

$$H(s) = \frac{F_2(s)}{F_1(s)}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

- *Свойства:*

1. *ПФ является изображением ИХ цепи $H(s) \div h(t)$.*

Свойство 1 называют вторым определением ПФ

2. *ПХ находят как интеграл ИХ $h_1(t) \div H_1(s) = \frac{H(s)}{s}$.*

3. *По ПФ находят частотные характеристики цепи $H(j\omega)$.*

Для перехода к МКА от операторного метода достаточно провести формальные замены $s = j\omega$.

4. *ПФ полностью определяет ДУ цепи, знаменатель ПФ – характеристический полином.*

Вывод: ПФ связывает все основные характеристики цепи.

Замечание:

ИН подключен к пассивному ДП, найдем входной ток.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

● 7.3. Виды частотных характеристик

Определение: **Обобщенной ЧХ** или просто ЧХ цепи $H(j\omega)$ называется отношение комплексной амплитуды реакции к комплексной амплитуде единственного в цепи воздействия в УСР.

$$H(j\omega) = \frac{\dot{F}_{m_{\text{ВЫХ}}}(j\omega)}{\dot{F}_{m_{\text{ВХ}}}(j\omega)}$$

Т.к. ЧХ – комплексная функция, ее можно представить в алгебраической и показательной форме:

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\Phi(\omega)} = B(\omega) + jM(\omega) = \frac{F_{m_{\text{ВЫХ}}}e^{j\alpha_{\text{ВЫХ}}}}{F_{m_{\text{ВХ}}}e^{j\alpha_{\text{ВХ}}}}$$

- 1) $A(\omega)$ – АЧХ
- 2) $\Phi(\omega)$ – ФЧХ
- 3) $B(\omega)$ – ВЧХ
- 4) $M(\omega)$ – МЧХ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Очевидны соотношения между ними

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{B(\omega)^2 + M(\omega)^2}$$

$$\Phi(\omega) = \arg H(j\omega) = \text{фаза } H(j\omega) = \arctg \frac{M(\omega)}{B(\omega)}$$

$$B(\omega) = \operatorname{Re} H(j\omega) = A \cos \Phi$$

$$M(\omega) = \operatorname{Im} H(j\omega) = A \sin \Phi$$

$$5) H(j\omega) = A\Phi X$$

Замечание: АФХ содержит полную информацию о всех видах характеристик, ее строят или по АЧХ и ФЧХ или по ВЧХ и МЧХ и проставляют необходимые частоты.

Выводы по ЧХ:

- 1) АЧХ $A(\omega) = \frac{F_{\text{мВЫХ}}}{F_{\text{мВХ}}}$ — содержит полную информацию об отношении амплитуд синусоид на выходе и входе в УСР.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

2) ФЧХ $\Phi(\omega) = \alpha_{\text{ВЫХ}} - \alpha_{\text{ВХ}}$ — содержит полную информацию о сдвиге фаз синусоид реакции и воздействия в УСР.

Замечание: на практике АЧХ снимают с помощью двух приборов (на входе и выходе), а ФЧХ с помощью двухлучевого осциллографа.

Пример:

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{\dot{F}_{m\text{ВЫХ}}(j\omega)}{\dot{F}_{m\text{ВХ}}(j\omega)} = \frac{\dot{I}_{m\text{ВЫХ}}}{\dot{U}_{m\text{ВХ}}} = Y_{\text{ВХ}}(j\omega) = \frac{1}{Z_{\text{ВХ}}(j\omega)} \\ &= \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{R - j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \end{aligned}$$

$$\text{АЧХ } A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$\text{ФЧХ } \Phi(\omega) = 0^\circ - \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Построим качественно графики характеристик:

*Замечание: графики АЧХ и ФЧХ построены качественно по 3-м точкам.
График АФХ построен на комплексной плоскости по АЧХ и ФЧХ.*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Замечание: необходимо уметь контролировать ЧХ цепи по эквивалентным схемам цепи на характерных частотах.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

● 7.4.Связь полосы пропускания RLC-контура с его добротностью

Определение: Полосой пропускания (ПП) обычно называют диапазон частот в районе максимума АЧХ, в котором $A(\omega) \geq A_{max}/\sqrt{2} = 0,707 A_{max}$.

Замечание: граничные частоты полосы пропускания часто называют частотами среза

$$|Y_{BX}| = \frac{1}{|Z_{BX}|} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Дадим трактовку граничным частотам:

при резонансной частоте: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$|Z_{\text{вх}}| = R = \min, I_0 = \frac{U}{R} = \max.$$

$$\text{На границе ПП } |Z_{\text{вх}}|_{\text{гр}} = R\sqrt{2}, I_{\text{гр}} = \frac{U}{Z_{\text{гр}}} = \frac{U}{R\sqrt{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Уменьшается на границе ПП в $\sqrt{2}$ раз.

$$P_{\text{гр}} = RI_{\text{гр}}^2 = \frac{U^2}{R(\sqrt{2})^2} = \frac{P_0}{2} \text{ падает в 2 раза.}$$

Найдем ПП $\Delta\omega$

$$|Y_{\text{вх}}|_{\text{гр}} = \frac{1}{R\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega_{\text{гр}}L - \frac{1}{\omega_{\text{гр}}C}\right)^2}}, \text{ т.е. } \left|\omega_{\text{гр}}L - \frac{1}{\omega_{\text{гр}}C}\right| = R$$

$$1) \omega_{\text{гр}}L - \frac{1}{\omega_{\text{гр}}C} = R \left(* \frac{\omega_A}{L}\right), \text{ т.е. } \omega_A L > \frac{1}{\omega_A C}$$

$$\omega_A^2 - \frac{1}{LC} - \frac{R\omega_A}{L} = 0, \text{ т.е. } \omega_A = \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}, \text{ т.е. } \omega_A > 0 \text{ «+»}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

$$2) \omega_{\text{гр}} L - \frac{1}{\omega_{\text{гр}} C} = -R \left(* \frac{\omega_{\text{Б}}}{L} \right), \text{ т.е. } \omega_{\text{Б}} L < \frac{1}{\omega_{\text{Б}} C}$$

$$\omega_{\text{Б}}^2 - \frac{1}{LC} + \frac{R\omega_{\text{Б}}}{L} = 0, \text{ т.е. } \omega_{\text{Б}} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}}$$

$$\Delta\omega = \omega_{\text{А}} - \omega_{\text{Б}} = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} + \frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \frac{R}{L}$$

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} = \frac{R\omega_0}{L\omega_0} = \frac{R\omega_0}{\rho} = \frac{\omega_0}{Q} = \Delta\omega$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

Выводы : чем больше добротность резонансного контура, тем меньше его полоса пропускания.

Замечание: 1) $\Delta\omega = \frac{R}{L}$, т.е. от C не зависит, следовательно, при настройке в резонанс при изменении емкости полоса пропускания не изменяется.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

2) Зная график АЧХ $|Y_{BX}(j\omega)|$ можно найти все параметры контура.

7.5. Понятие о фильтрах

Рассмотрим ЧП

Определение: **Четырехполюсником** (ЧП) называется часть цепи, имеющая 2 пары внешних выводов (полюсов).

Определение: **Фильтром** называется ЧП, у которого в некоторой полосе частот, называемой ПП, АЧХ обычно изменяется от 1 до 0,707 или от k до $k/\sqrt{2}$, а в остальной полосе частот, называемой полосой задерживания (ПЗ) АЧХ быстро затухает.

Определение: **Фильтр** называется идеальным, если у него в ПП АЧХ=1, а в ПЗ АЧХ=0.

Замечание: идеальный фильтр реализовать невозможно хотя бы потому, что его ЧХ $H(j\omega)$ не является дробно-рациональной функцией от обобщенной частоты $s = j\omega$ как это должно быть у реальных цепей.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Классификация фильтров:

рассмотрим классические симметричные фильтры типа «к»

1. ФНЧ – фильтр нижних частот, пропускает на низких частотах

Трактовка поведения цепи на характерных частотах:

1) $\omega \rightarrow 0, Z_L = j\omega L \rightarrow 0$, т.е. КЗ;

$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow \infty$, т.е. ХХ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

2) $\omega \rightarrow \infty, Z_L = j\omega L \rightarrow \infty$, т.е. ХХ;

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \rightarrow 0, \text{ т.е. КЗ}$$

2. ФВЧ – фильтр верхних частот, пропускает на высоких частотах

Трактовка дуальна

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

3. ППФ – полосовой пропускающий фильтр, пропускает сигнал в некотором диапазоне частот

4. ПЗФ – полосовой заграждающий фильтр, не пропускает сигнал в некотором диапазоне частот

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Рассматривают и другие типы фильтров. Например, полиномиальные (фильтры Баттерворта и Чебышева различного порядка), фильтры типа m и другие.

8. Анализ УПР в цепи

8.1. Периодические сигналы и их спектры

8.1.1. Формы записи РФ

Условно считаем, что периодическое воздействие приложено к цепи при $t = -\infty$. Тогда к любому моменту времени t свободная составляющая затухла и в цепи установившийся (вынужденный) периодический режим.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Реальные периодические сигналы удовлетворяют условиям Дирихле:

- 1) в пределах периода они ограничены по уровню,
- 2) в пределах периода они непрерывны, имеют конечное число максимумов и минимумов, если имеют разрывы, то это разрывы 1 рода и их число конечно.

Определение: Периодический сигнал $f(t)$ удовлетворяющий условиям Дирихле при всех t можно разложить в сходящийся гармонический **ряд Фурье** причем частоты гармоник $\omega_k = k\omega_1$ кратны частоте первой (основной) гармоники $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$, т.е. $T_1 = T$, период сигнала ($k = 0, 1, 2, \dots$) при этом сумма ряда Фурье в точках непрерывности равна $f(t)$, а в т. разрыва 1 рода равна полусумме пределов слева и справа, т.е. РФ плохо сходится в точках разрыва.

Формы записи РФ:

$$1. f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t]$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos k\omega_1 t dt,$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin k\omega_1 t dt.$$

Нулевая гармоника, т.е. постоянная составляющая $\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt = \frac{S_T}{T} = f_{\text{ср}}$

2. Можно преобразовать РФ к другой форме

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(k\omega_1 t + \Phi_k)]$$

$$\frac{A_0}{2} = \frac{a_0}{2} = f_{\text{ср}}$$

Свойства РФ симметричных сигналов:

1) Четные сигналы $f(t) = f(-t)$

не содержат синусоид, т.е. $b_k = 0$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

2) Нечетные сигналы $f(t) = -f(-t)$

не содержат косинусоид, т.е. $a_k = 0$.

3) РФ сигналов, симметричных относительно оси t при сдвиге на полпериода $f(t) = -f(t \pm \frac{T}{2})$

не содержат гармоник четных номеров

3. Комплексная форма записи РФ

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k e^{-jk\omega_1 t}$$

8.1.2. Дискретные спектры периодических сигналов

Определение: Множество комплексных амплитуд гармоник РФ $\{\dot{A}_k\}$ называется **дискретным спектром периодического сигнала** $f(t)$, соответственно множество амплитуд $\{A_k\}$, называют дискретным амплитудным спектром, а множество фаз $\{\Phi_k\}$, называют дискретным фазовым спектром.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Амплитудный спектр $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = A_{-k}$ четная функция; фазовый спектр $\Phi_k = \arctg \frac{-b_k}{a_k} = -\arctg \frac{-b_{-k}}{a_{-k}} = -\Phi_{-k}$ нечетная функция.

Замечание 1: Спектр называется дискретным, т.к. он существует только при дискретных значениях частоты $\omega_k = k\omega_1$, расстояние между гармониками по оси частот $\Delta\omega = \omega_1$

2: Спектр часто называют линейчатым, т.к. его обозначают отрезками прямых линий.

3: Особенность спектра в том, что $A_0 = 2f_{\text{ср}} = 2 \frac{a_0}{2}$.

4: Синусоида тоже периодический сигнал. Его спектры

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Выводы: амплитудный спектр полностью характеризует амплитуды гармоник, т.е. синусоид, которыми РФ заменяет периодический сигнал, а фазовый спектр полностью характеризует начальные фазы, каждая гармоника существует в ∞ временном интервале и число гармоник тоже бесконечно.

Замечание 1: Попутно доказали, что гармоника отрицательной частоты имеет такое же право на существование как и гармоника положительной частоты

2: Все формы записи РФ эквивалентны.

8.1.3. Использование преобразования Лапласа для анализа УПР в цепи

$$\begin{aligned}\dot{A}_k &= A_k e^{-j\Phi_k} = a_k - jb_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) [\cos k\omega_1 t - j \sin k\omega_1 t] dt = \\ &= \frac{2}{T} \int_0^T f(t) e^{-jk\omega_1 t} dt = \frac{2}{T} \int_0^\infty f_1(t) e^{-st} dt = \frac{2}{T} F_1(s)\end{aligned}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция №9

Условным первым импульсом назовем описание периодического сигнала внутри условного первого периода, переходим к преобразованию Лапласа, расширив верхний предел и подставив его в интеграл.

Вывод: коэффициенты РФ можно найти используя изображение по Лапласу условного 1-го импульса периодического сигнала.

8.2. Мощность и действующее значение РФ

8.2.1. Мощность

Рассмотрим пассивный ДП в УПР, ток и напряжение которого разложены в РФ

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [U_{mk} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{uk})]$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1} [I_{mk} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{ik})]$$

Средняя мощность за период (активная мощность ДП)

$$P = P_a = P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t)dt$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

Подставим РФ тока и напряжения с учетом того, что

$$\frac{1}{T} \int_0^T \cos(k\omega_1 t + \alpha) dt = 0 \text{ (суммарная площадь синусоиды за период),}$$
$$\cos \gamma \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\gamma - \beta) + \cos(\gamma + \beta))$$

и интеграл от произведения гармоник с разными номерами тоже равен 0.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} [U_{mk} I_{mk} \cos(\alpha_{uk} - \alpha_{ik}) + \cos(2k\omega_1 t + \alpha_{uk} + \alpha_{ik})]) dt = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k$$

8.2.2. Действующее значение РФ

Среднеквадратичное значение, имеющее энергетическую трактовку

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} \quad \text{Заменяя на } u(t) \text{ на } i(t) \text{ в формуле}$$

МОЩНОСТИ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

● Аналогично для напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{mk}^2}{\sqrt{2}^2}}$$

Замечание: U сигнала постоянной величины мгновенное, амплитудное, среднее и действующее значение одно и то же.

8.3. Методы анализа УПР

8.3.1. Анализ УПР в цепи с использованием РФ

Основная идея: РФ воздействия считаем суммой элементарных воздействий и методом наложения находим РФ реакции.

Последовательность действий:

1. Периодическое воздействие раскладываем в РФ. На практике обычно ограничиваются несколькими первыми гармониками, т.к. РФ быстро сходится, используют «укороченный РФ» (отрезок РФ)

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

- $$f_{\text{BX}}(t) = F_{0\text{BX}} + \sum_{k=1}^{3 \dots 7} [F_{mk\text{BX}} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{k\text{BX}})]$$

2. Находим ПФ цепи, по ней ЧХ (АЧХ и ФЧХ)

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = A(\omega)^{\Phi(\omega)}$$

Смысл ЧХ $H(j\omega) = \frac{F_{m\text{ВЫХ}}(j\omega)}{F_{m\text{ВХ}}(j\omega)} = \frac{F_{m\text{ВЫХ}} e^{j\alpha_{\text{ВЫХ}}}}{F_{m\text{ВХ}} e^{j\alpha_{\text{ВХ}}}}$ в УСР, а для каждой гармоники ц цепи УСР.

3. Методом наложения находим РФ реакции

$$f_{\text{ВЫХ}}(t) = F_{0\text{ВЫХ}} + \sum_{k=1}^{3 \dots 7} [F_{mk\text{ВЫХ}} \cos(k\omega_1 t + \alpha_{k\text{ВЫХ}})]$$

На основании 1-3

$$F_{mk\text{ВЫХ}} = F_{mk\text{ВХ}} \cdot A(\omega) |_{\omega=k\omega_1}$$

$$\alpha_{k\text{ВЫХ}} = \alpha_{k\text{ВХ}} + \Phi(\omega) |_{\omega=k\omega_1}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

Являясь приближенным, метод эффективен, если цепь ФНЧ. Однако, в некоторых цепях убыль амплитуд воздействия компенсируется ростом АЧХ цепи, приходится учитывать сотни гармоник и приближенный расчет по РФ становится трудоемким.

Замечание 1: Спектральный состав реакции полностью соответствует спектральному составу воздействия и новые гармоники на выходе появиться не могут.

2: Цепь пропускает разные гармоники с разными коэффициентами передачи, т.е. форма периодического сигнала на выходе не соответствует форме периодического сигнала на входе.

8.3.2. РФ в замкнутой форме (точный расчет УПР)

Основная идея метода – свободная составляющая определяется корнями ХП (т.е. полюсами ПФ), а вынужденная имеет математическую форму воздействия (не выполняется при резонансе).

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

Последовательность действий:

Условно считаем, что периодическое воздействие приложено при $t=0$

1. Находим изображение воздействия

$$f_{\text{BX}}(t) = f_{1\text{BX}}(t) + f_{1\text{BX}}(t - T) + f_{1\text{BX}}(t - 2T) + \dots \quad \div$$

$$F_{\text{BX}}(s) = F_{1\text{BX}}(s)[1 + e^{-sT} + e^{-2sT} + \dots] = \frac{F_{1\text{BX}}(s)}{1 - e^{-sT}}$$

с учетом формулы для суммы затухающей геометрической прогрессии

2. Находим ПФ цепи $H(s) = \frac{B(s)}{D(s)} = \frac{B(s)/d_n}{\prod(s - s_k)}$

находим полюсы ПФ, полюсы предполагаем некрратными.

3. Находим изображение реакции (выходного сигнала) и выделяем в нем свободную и вынужденную составляющие.

$$F_{\text{ВЫХ}}(s) = H(s)F_{\text{BX}}(s) = \frac{B(s)/d_n}{\prod(s - s_k)} \cdot \frac{F_{1\text{BX}}(s)}{1 - e^{-sT}} = \sum_n \frac{A_k}{s - s_k} + \frac{F_{1\text{ВЫХ}}(s)}{1 - e^{-sT}}$$

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

- $$F_{\text{ВЫХ}}(s) = F_{\text{ВЫХ СВ}}(s) + F_{\text{ВЫХ ВЫН}}(s)$$

Свободная составляющая определяется полюсами ПФ, а вынужденная имеет математическую форму воздействия, т.е. геометрическая прогрессия $F_{1\text{ВЫХ}}(s) \div f_{1\text{ВЫХ}}(t) = f_{\text{ВЫХ УСТ}}(t) \Big|_{0 < t < T}$, т.е. искомое описание первого импульса установившейся реакции в интервале первого периода

$$A_k = (s - s_k) F_{\text{ВЫХ}}(s) \Big|_{s=s_k}$$

т.е. определяем как обычно

4. Находим 1-й импульс на выходе

$$F_{1\text{ВЫХ}}(s) = [F_{\text{ВЫХ}}(s) - \sum_n \frac{A_k}{s - s_k}](1 - e^{-sT})$$

Определяем его оригинал, т.е. точное описание периодической реакции в интервале 1 периода и периодически продолжаем ее.

Замечание 1: Найденное точное решение называют РФ в замкнутой форме, т.к. оно учитывает бесконечное число гармоник.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

лекция № 9

Замечание 2: Если считать, что входной сигнал начинается от 0, то этот метод можно применить для расчета ПП, фактически найдена свободная составляющая $f_{\text{ВЫХ СВ}}(t)$ в $F_{\text{ВЫХ}}(s) = F_{\text{ВЫХ СВ}}(s) + F_{\text{ВЫХ ВЫН}}(s)$
3: Расчет A_k можно проводить и для не дробно-рациональной функции.

Глава 9. Анализ цепей спектральным методом

9.1. Аперриодические сигналы и их спектры

9.1.1. Переход от периодического сигнала к аперриодическому

Аперриодический сигнал (одиночный импульс) можно рассматривать как периодический при $T \rightarrow \infty$.

Преобразуем РФ в комплексной форме для периодического сигнала

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{jk\omega_1 t} =$$
$$= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{jk\omega_1 t} \left(\frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) [\cos(k\omega_1 t) - j \sin(k\omega_1 t)] dt \right) =$$