

# *Теорема Безу. Схема Горнера и её применение*



Учитель математики  
Романовская Евгения Викторовна  
Белгородская область  
Губкинский район  
МБОУ «Вислодубравская СОШ»



# Содержание

- Вывод формул для схемы Горнера
- Демонстрация работы схемы Горнера
- Разложение многочлена по степеням двучлена
- Домашняя работа



## Горнер Уильям Джордж (1786 - 1837)

Английский математик. Основные исследования относятся к теории алгебраических уравнений.

Разработал способ приближенного решения уравнений любой степени.

В 1819 г. ввёл важный для алгебры способ деления многочлена на двучлен  $(x - a)$  (схема Горнера).



# Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен  $f(x)$  на двучлен  $(x-c)$  значит найти такой многочлен  $q(x)$  и такое число  $r$ , что  $f(x) = (x-c)q(x) + r$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} \underline{f_0 x^n} + \underline{f_1 x^{n-1}} + \underline{f_2 x^{n-2}} + \dots + \underline{f_{n-1} x} + \underline{f_n} = \\ = (x-c)(\underline{q_0 x^{n-1}} + \underline{q_1 x^{n-2}} + \underline{q_2 x^{n-3}} + \dots + \underline{q_{n-2} x} + \underline{q_{n-1}}) + \underline{r} \end{aligned}$$

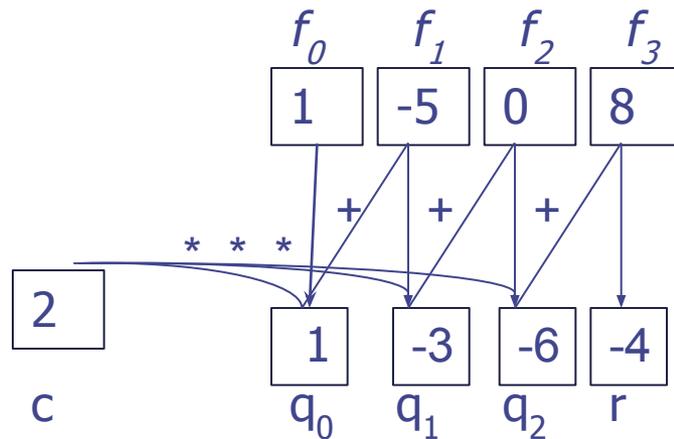
Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n : f_0 &= q_0 & \Rightarrow q_0 &= f_0 \\ x^{n-1} : f_1 &= q_1 - c q_0 & \Rightarrow q_1 &= f_1 + c q_0 \\ x^{n-2} : f_2 &= q_2 - c q_1 & \Rightarrow q_2 &= f_2 + c q_1 \\ \dots & & \dots & \\ x^0 : f_n &= q_n - c q_{n-1} & \Rightarrow q_n &= f_n + c q_{n-1} \end{aligned}$$



# Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$  на двучлен  $x-2$



Записываем коэффициенты исходного многочлена  $f_0, f_1, f_2, f_3$   
 Готовим пустые клетки для остатка  $r$  и коэффициентов неполного частного  $q_0, q_1, q_2$  (или  $q_1, q_2$ )  
 Если делим на  $(x-c)$ , то во второй строке слева пишем  $c$

$$g_0 := f_0 = 1$$

$$g_1 := c * g_0 + f_1 = 2 * 1 + (-5) = -3$$

$$g_2 := c * g_1 + f_2 = 2 * (-3) + 0 = -6$$

$$r := c * g_2 + f_3 = 2 * (-6) + 8 = -4$$

Ответ:  $g(x) = x^2 - 3x - 6$ ;  $r = -4$ .

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 3x - 6) - 4$$



# Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 \text{ по степеням двучлена } (x+2)$$

	1	3	-2	4
-2	1	1	-4	12
-2	1	-1	-2	
-2	1	-3		
-2	1			

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x+2)(x^2 + x - 4) + 12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x+2)((x-1)(x+2) - 2) + 12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (((1 \cdot (x+2) - 3)(x+2) - 2)(x+2)) + 12$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x+2)(x^2 + x - 4) + 12 = (x+2)((x-1)(x+2) - 2) + 12 =$$

$$= (((1 \cdot (x+2) - 3)(x+2) - 2)(x+2)) + 12 = (x+2)^3 - 3(x+2)^2 - 2(x+2) + 12$$



# Домашняя работа

1. Разделить  $f(x)=2x^5-x^4-3x^3+x-3$  на  $x-3$ ;
2. Используя схему Горнера, найдите целые корни многочлена

$$f(x)=x^4-2x^3+2x^2-x-6$$

(\*Замечание: целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена  $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6$ )



## Список литературы

1. Курош А.Г. “Курс высшей алгебры”
2. Никольский С.М, Потапов М.К. и др. 10 класс “Алгебра и начала математического анализа”.

