

# Тема 12. САМОИНДУКЦИЯ И ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ.

## 12.1. Явление самоиндукции.

**12.2. Влияние самоиндукции на ток при замыкании и размыкании цепи, содержащей индуктивность.**

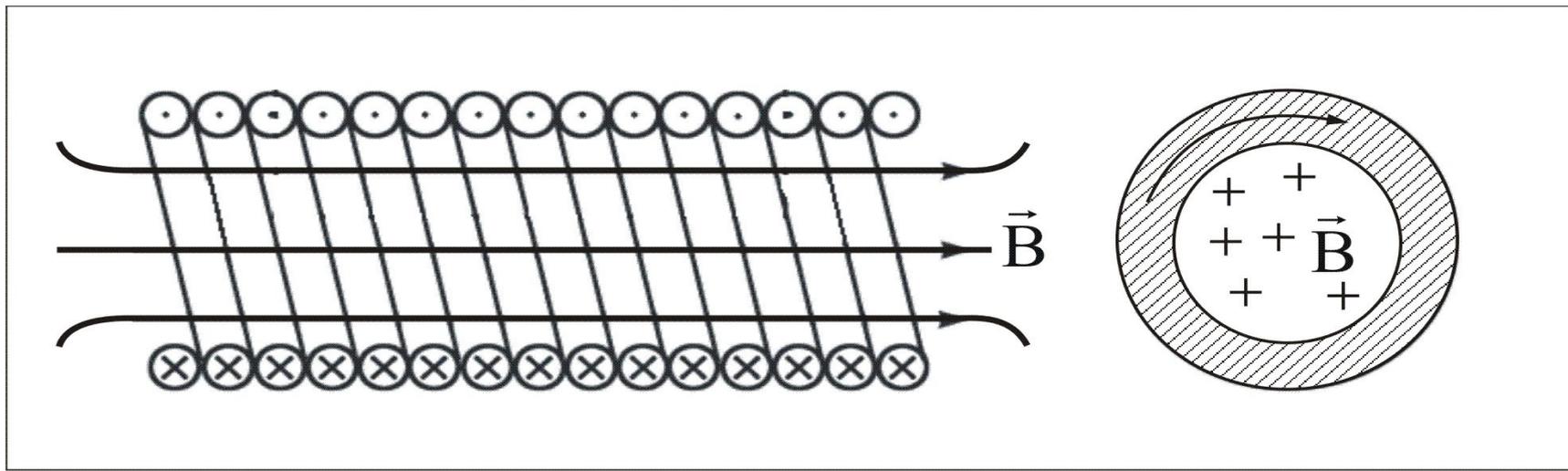
**12.3. Взаимная индукция.**

**12.4. Индуктивность трансформатора.**

**12.5. Энергия магнитного поля.**

## 12.1. Явление самоиндукции

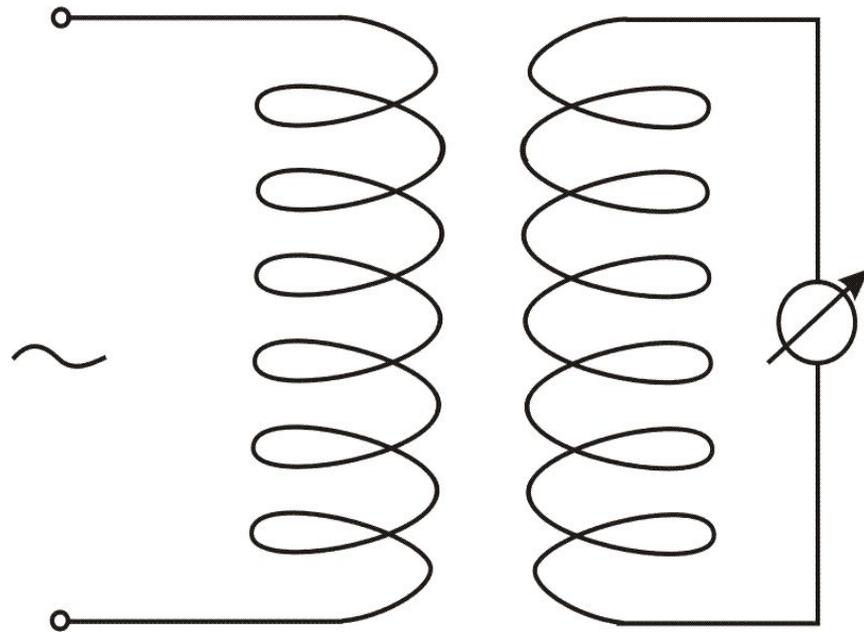
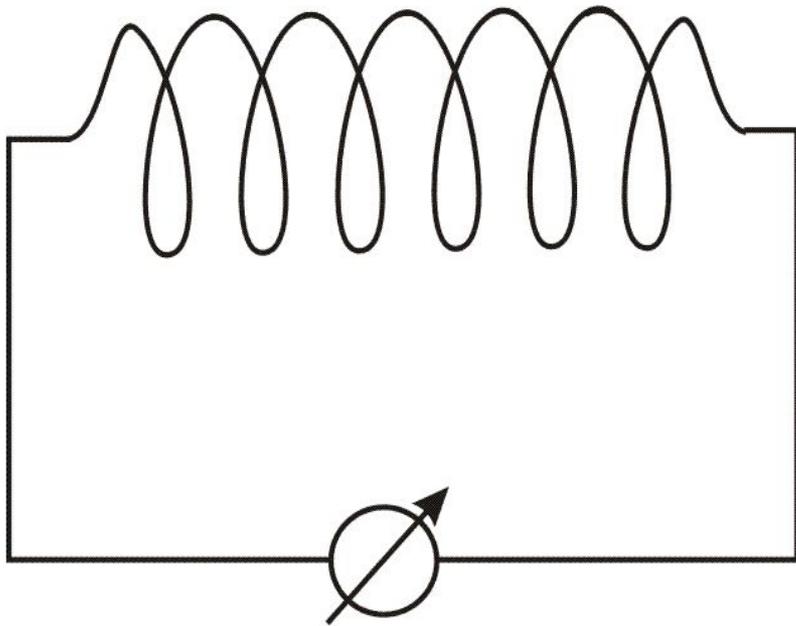
До сих пор мы рассматривали изменяющиеся магнитные поля не обращая внимание на то, что является их источником. На практике, чаще всего магнитные поля создаются с помощью различного рода соленоидов, т.е. многовитковых контуров с током.



Здесь возможны два случая:

*при изменении тока в контуре  
изменяется магнитный поток,  
пронизывающий:*

*а) этот же контур,    б) соседний контур.*



- ЭДС индукции, возникающая в самом же контуре называется **ЭДС самоиндукции**, а само явление – **самоиндукция**.
- Если же ЭДС индукции возникает в соседнем контуре, то говорят о явлении **взаимной индукции**.
- Ясно, что **природа явления одна и та же**, а разные названия – чтобы подчеркнуть место возникновения ЭДС индукции.
- Явление самоиндукции открыл американский ученый **Дж. Генри** в 1831 г.



*Джозеф. Генри (1797 – 1878г)*

*Национальной АН США*

*Работы посвящены электро-  
му.*

*Кроме принципа магнитной  
индукции Генри изобрел  
электромагнитное реле, построил  
электродвигатель, телеграф  
на территории колледжа в Пристоне.*

## Явление самоиндукции:

*Ток  $I$ , текущий в любом контуре создает магнитный поток  $\Psi$ , пронизывающего этот же контур. При изменении  $I$ , будет изменяться  $\Psi$ , следовательно в контуре будет наводиться ЭДС индукции.*

Т.к. магнитная индукция  $B$  пропорциональна току  $I$  ( $B = \mu\mu_0 nI$ ), следовательно

$$\Psi = LI,$$

где  $L$  – коэффициент пропорциональности, названный **индуктивностью контура**.

$L = \text{const}$ , если внутри контура нет ферромагнетиков, т.к.  $\mu = f(I) = f(H)$

Индуктивность контура  $L$  **зависит от геометрии контура: числа витков, площади витка контура**.

*За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого контура, у которого при токе  $I = 1\text{А}$  возникает полный поток  $\Psi = 1\text{Вб}$ .*

*Эта единица называется Генри (Гн).*

*Размерность индуктивности  $[L] = \text{Гн}$*

$$[L] = \frac{\Psi}{[I]} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = \text{Ом} \cdot \text{с} = 1\text{Гн}$$

Вычислим **индуктивность соленоида  $L$** .

Если длина соленоида  $l$  гораздо больше его диаметра  $d$  ( $l \gg d$ ), то к нему можно применить формулы для бесконечно длинного соленоида.

Тогда

$$B = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} \quad (12.1.1)$$

Здесь  $N$  – число витков.

Поток через каждый из витков  $\Phi = BS$

Потокосцепление

$$\Psi = NBS = \mu\mu_0 I \frac{N}{l} NS = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} I \quad (12.1.2)$$

Мы знаем, что

$$\Psi = LI, \text{ тогда индуктивность соленоида}$$

(12.1.3)

где  $n$  – число витков на единицу длины, т.е.

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 l S$$

$V$  – объем соленоида, значит

$$n = \frac{N}{l}, \quad l S = V$$

$$L_{\text{сол}} = \mu\mu_0 n^2 V$$

Можно найти **размерность для  $\mu_0$**

$$[\mu_0] = \frac{[L][I]}{[S]} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

*При изменении тока в контуре в нем возникает ЭДС самоиндукции, равная*

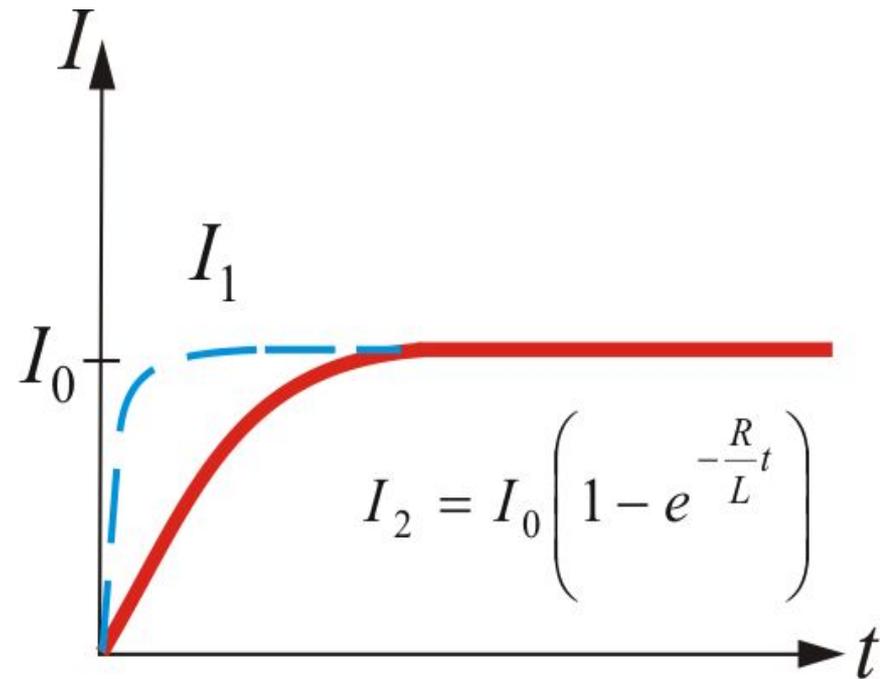
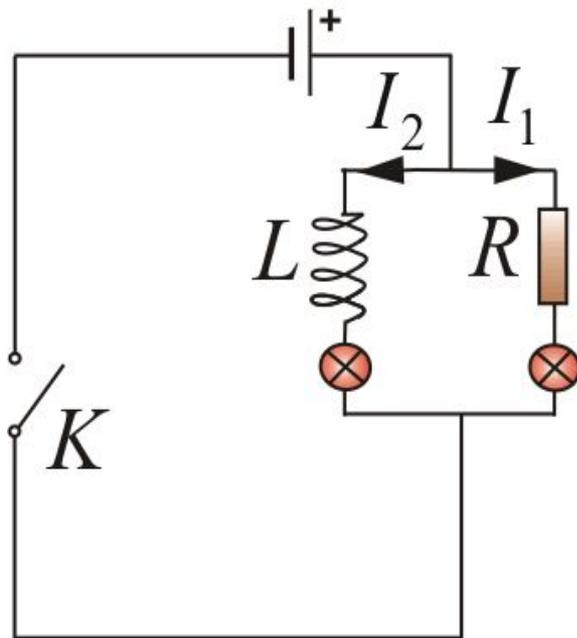
$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(IL)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Знак минус в этой формуле обусловлен правилом Ленца.

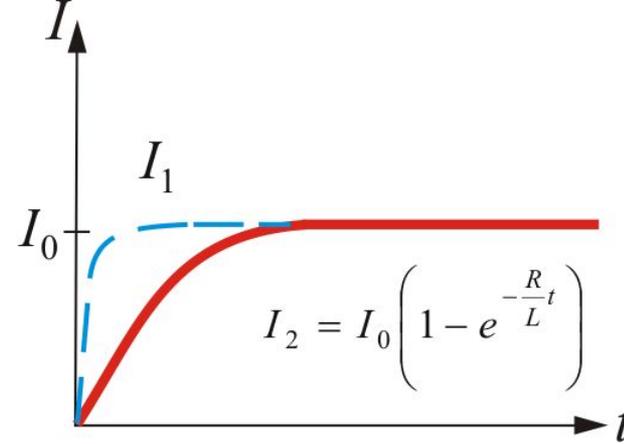
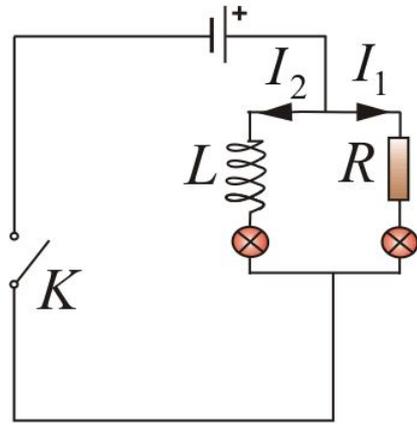
$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$$

## 12.2. Влияние самоиндукции на ток при размыкании и замыкании цепи, содержащей индуктивность

Случай 1.



**По правилу Ленца**, токи возникающие в цепях вследствие самоиндукции всегда направлены так, чтобы препятствовать изменению тока, текущего в цепи.



Это приводит к тому, что при замыкании ключа  $K$  установление тока  $I_2$  в цепи содержащей индуктивность  $L$ , будет происходить не мгновенно, а постепенно.

**Сила тока** в этой цепи будет удовлетворять уравнению

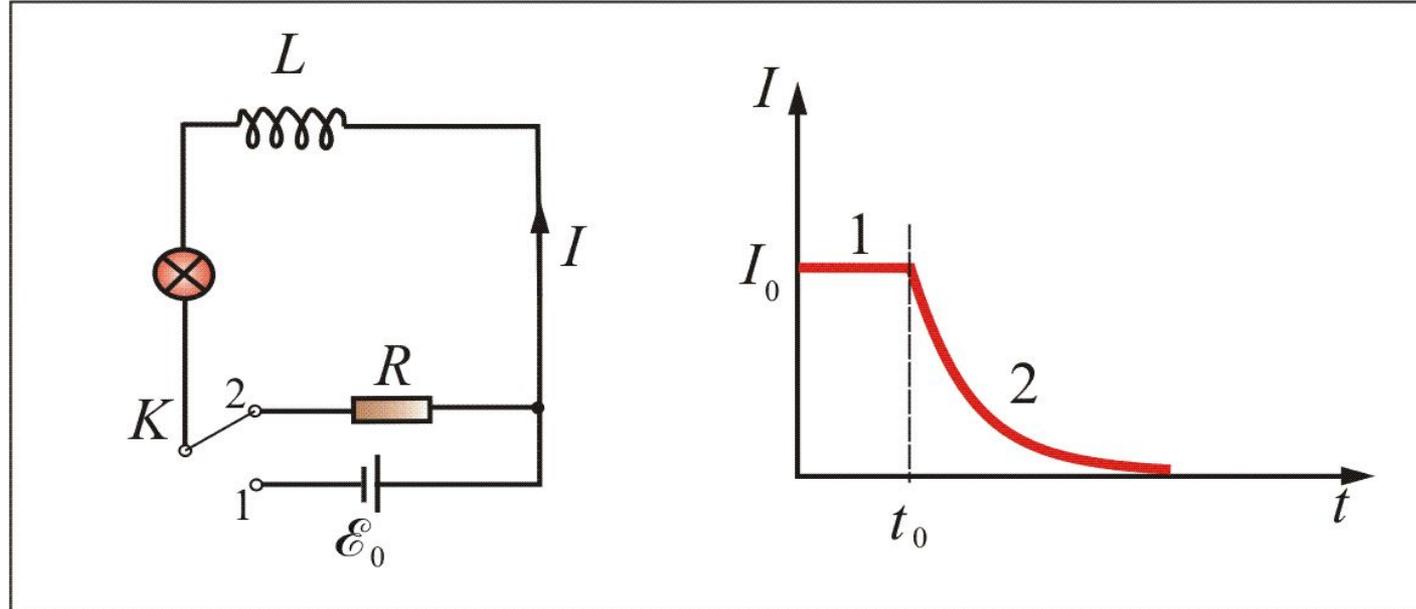
$$I_2 = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Скорость возрастания тока будет характеризоваться **постоянной времени цепи**

$$(12.2.2) \quad \frac{L}{R}$$

В цепи, содержащей только активное сопротивление  $R$  ток  $I_1$  установится практически мгновенно.

## Случай 2.

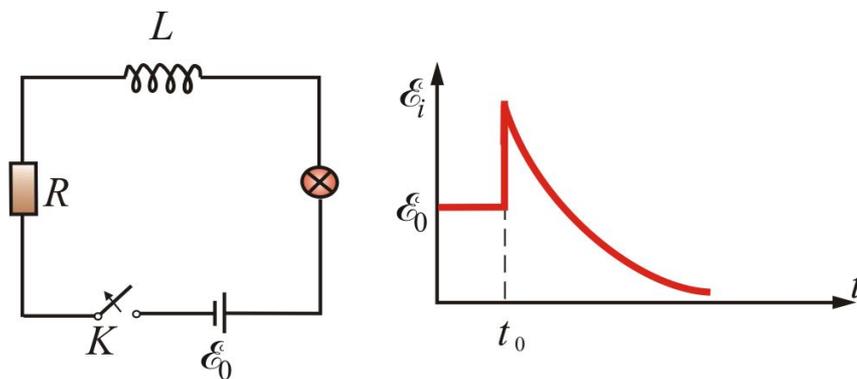


При переводе ключа из положения 1 в 2 в момент времени  $t_0$ , ток начнет уменьшаться но ЭДС самоиндукции будет поддерживать ток в цепи, т.е. препятствовать резкому уменьшению тока. В этом случае **убывание тока в цепи можно описать уравнением**

$$I_{(1 \rightarrow 2)} = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Оба эти случая говорят, что **чем больше индуктивность цепи  $L$  и чем меньше сопротивление  $R$ , тем больше постоянная времени  $\tau$  и тем медленнее изменяется ток в цепи.**

### Случай 3. Размыкание цепи содержащей индуктивность $L$



Т.к. цепь разомкнута, ток не течёт, поэтому рисуем зависимость  $\mathcal{E}_i(t)$ .

При размыкании цепи в момент времени  $t_0$   $R \rightarrow \infty$

Это приводит к **резкому возрастанию ЭДС индукции, определяемой по формуле**

$$\mathcal{E}_i = -L \frac{dI}{dt}$$

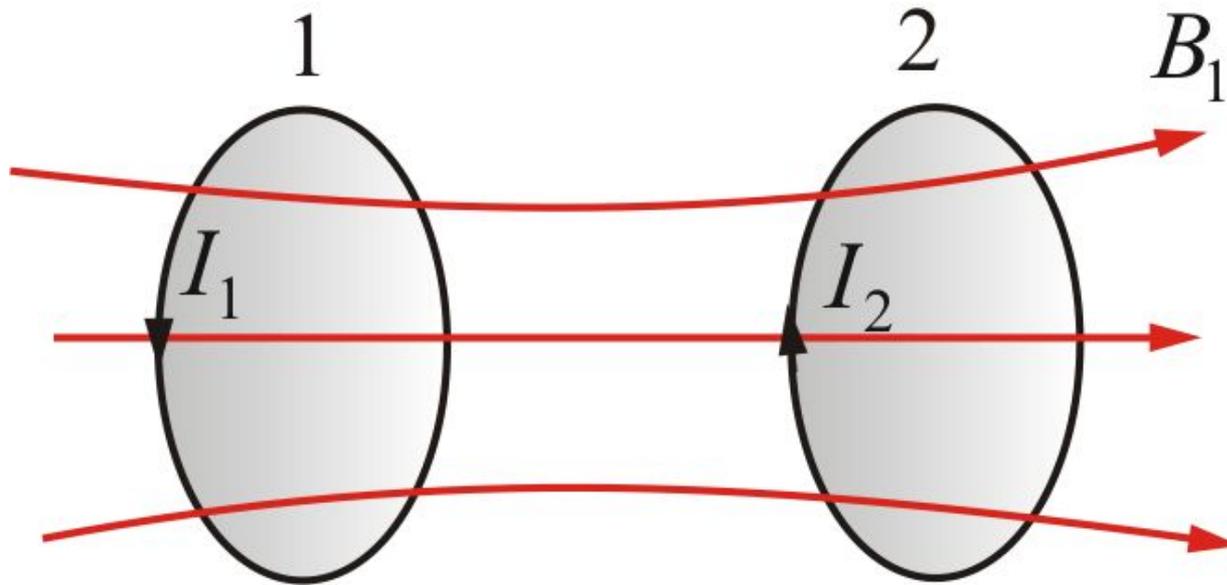
Происходит этот скачок вследствие ~~большой~~ величины скорости изменения тока  $\frac{dI}{dt}$

$E_i$  резко возрастает по сравнению с  $E_0$  и даже может быть в несколько раз больше  $E_0$ .

Нельзя резко размыкать цепь, состоящую из трансформатора и других индуктивностей.

## 12.3. Взаимная индукция

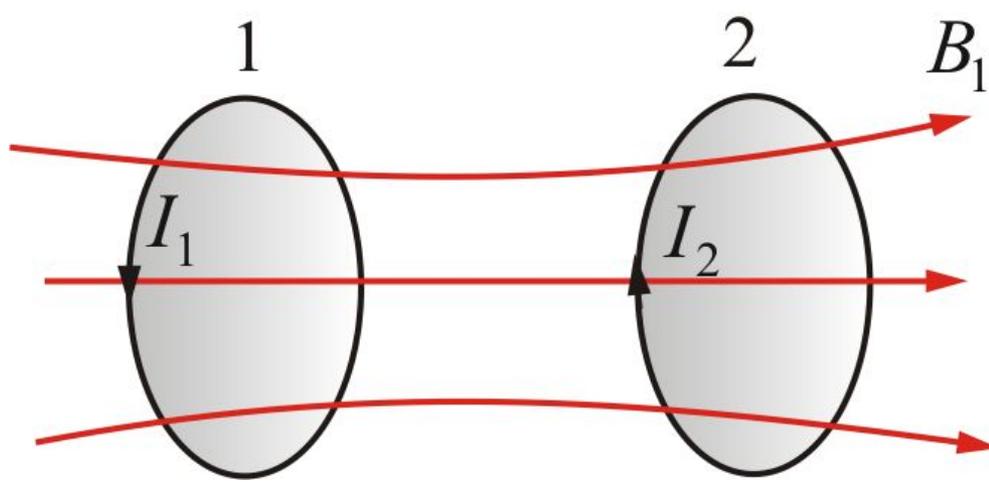
Возьмем два контура, расположенные недалеко друг от друга



В первом контуре течет ток  $I_1$ .

Он создает магнитный поток, который пронизывает и витки второго контура.

$$\Psi_2^{(1)} = L_{21} I_1$$



При изменении тока  $I_1$  во втором контуре наводится ЭДС индукции

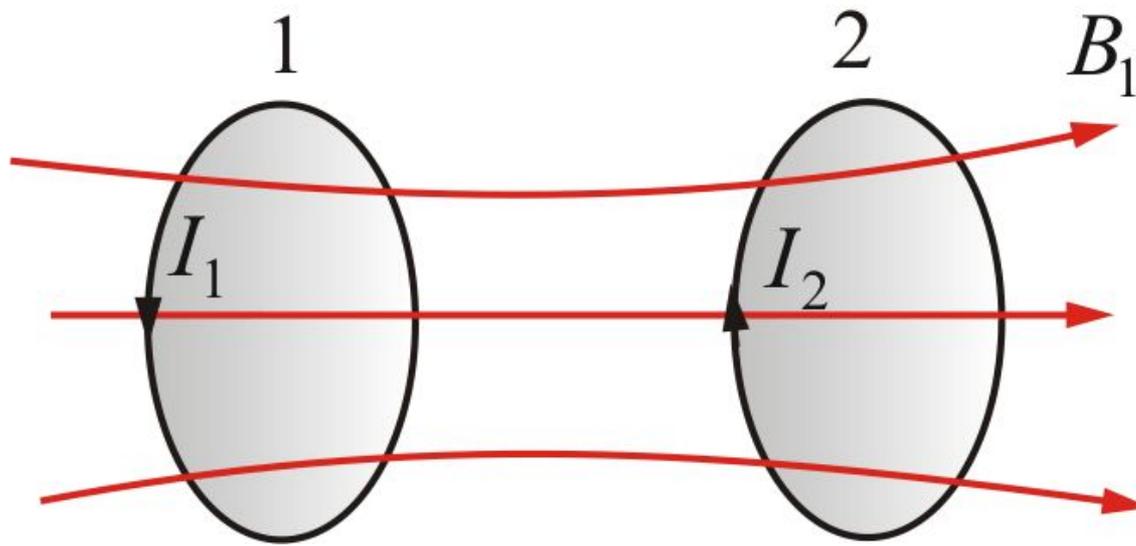
$$\mathbf{E}_{i2} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

Аналогично, ток  $I_2$  второго контура создает магнитный поток пронизывающий первый контур

$$\Psi_1 = L_{12} I_2$$

И при изменении тока  $I_2$  наводится ЭДС

$$\mathbf{E}_{i1} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$



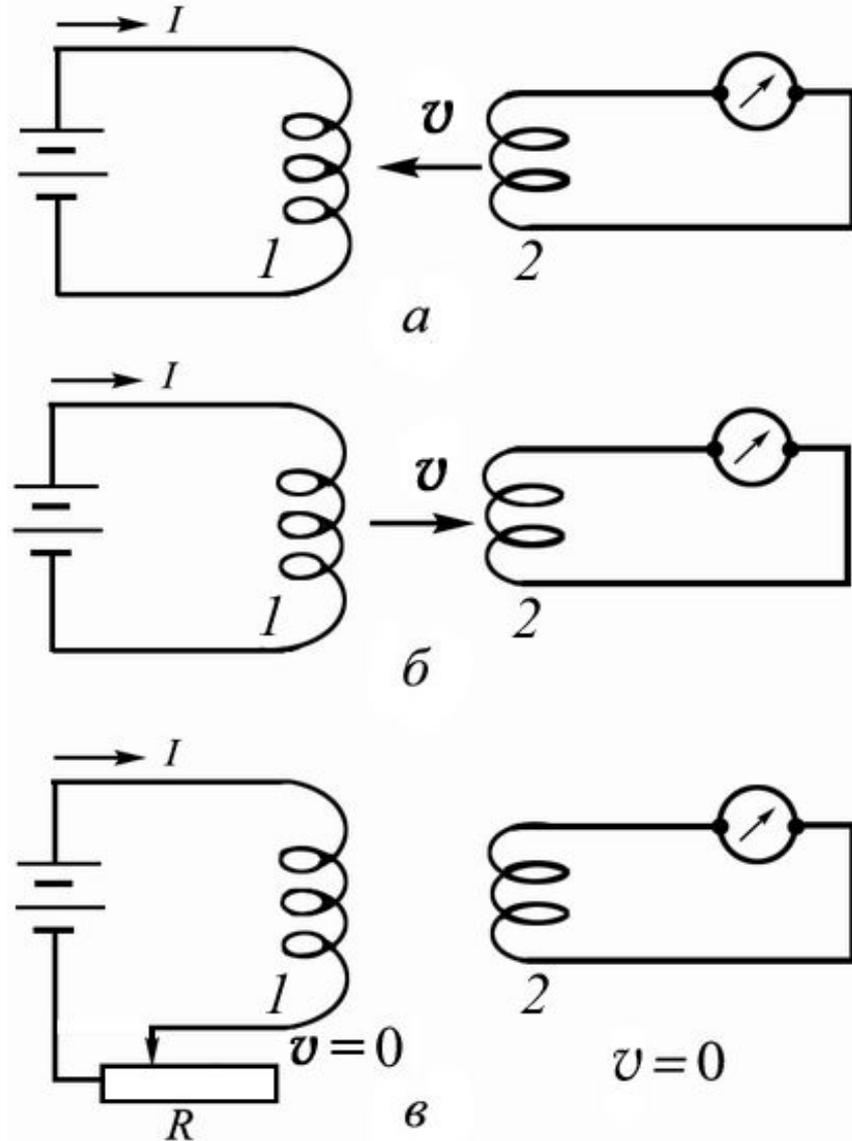
Контуры называются *связанными*, а *явление* – *взаимной индукцией*.

Коэффициенты  $L_{21}$  и  $L_{12}$  называются *взаимной индуктивностью* или коэффициенты взаимной индукции.

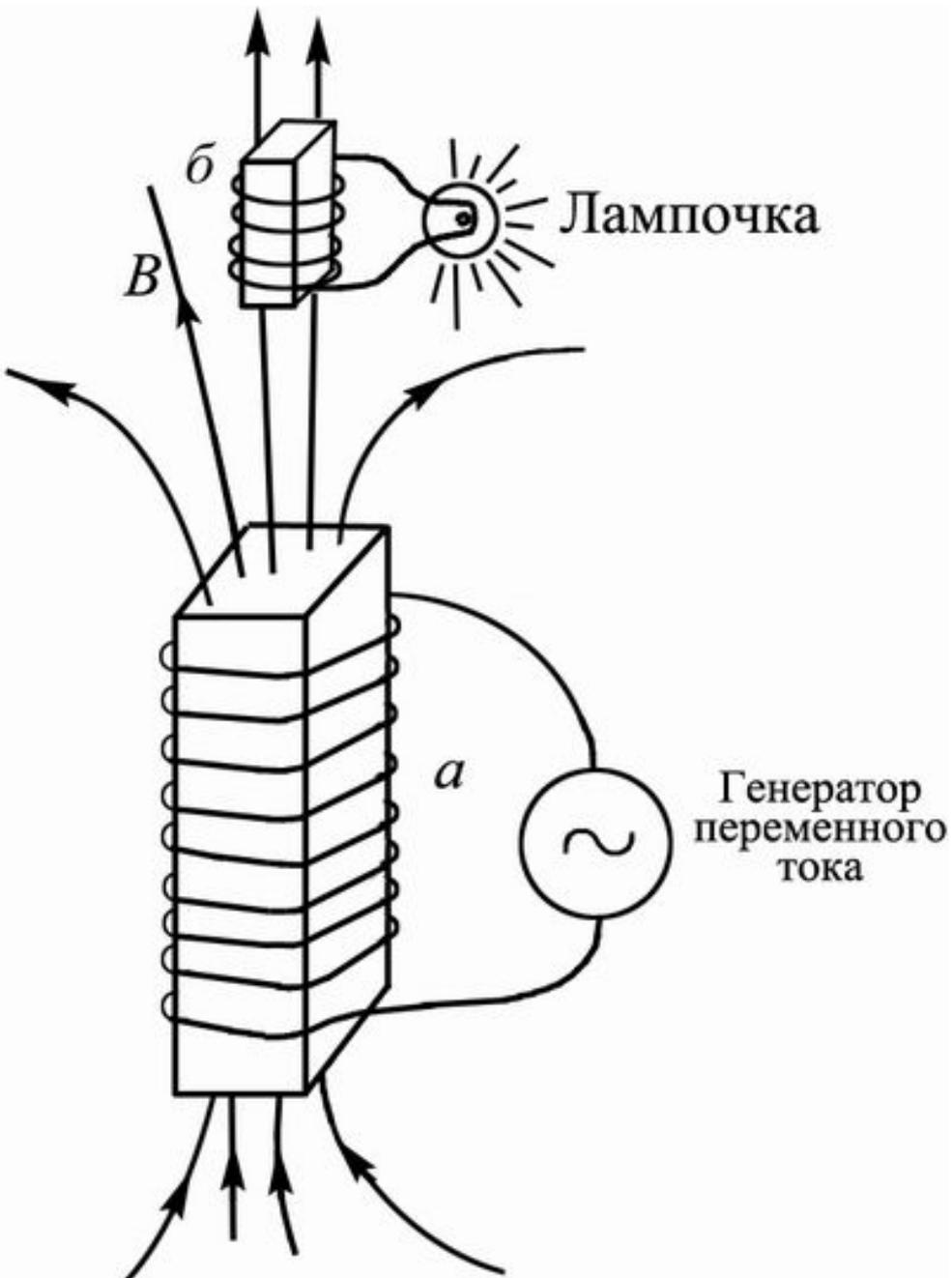
Причём  $L_{21} = L_{12} = L$ .

Трансформатор является типичным примером двух связанных контуров. Рассмотрим индуктивность трансформатора и найдем коэффициент трансформации.

## Возникновение ЭДС индукции:



- а – при движении зарядов контура 2 в магнитном поле контура 1;
- б – при изменении потока вектора магнитной индукции в контуре 2 при движении к нему контура 1. ЭДС индукции не отличается от случая (а);
- в – ток в контуре 1 нарастает таким образом, чтобы изменение магнитного потока в контуре 2 совпадало со случаем (а) и (б)

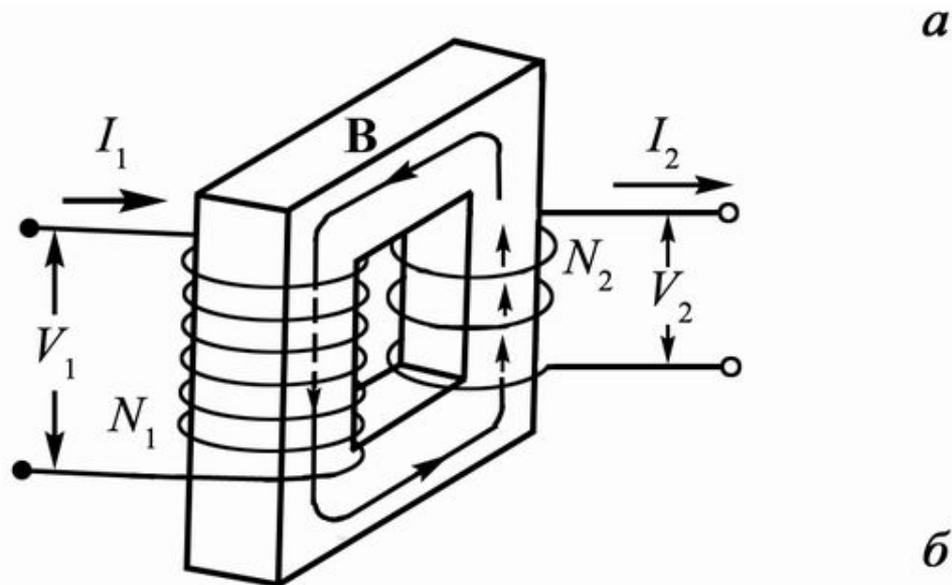


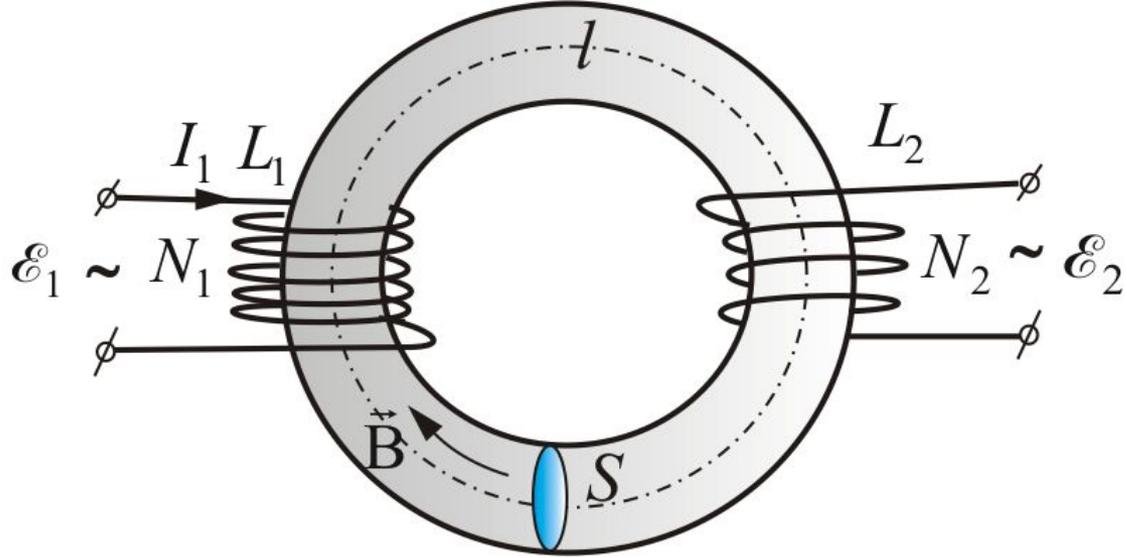
Непрерывно  
меняющийся ток в  
катушке (а) создает  
переменное  
магнитное поле,  
которое генерирует  
переменную ЭДС во  
второй катушке (б)

## 12.4. Индуктивность трансформатора

Явление взаимной индукции используется в широко распространенных устройствах – **трансформаторах**.

Трансформатор был изобретен Яблочковым – русским ученым, в 1876г. для отдельного питания отдельных электрических источников света (свечи Яблочкова).





Рассчитаем **взаимную индуктивность двух катушек  $L_1$  и  $L_2$** , намотанных на **общий сердечник**

Когда в первой катушке идет ток  $I_1$ , в сердечнике возникает магнитная индукция  $\vec{B}$  и магнитный поток  $\Phi$  через поперечное сечение  $S$ .

Магнитное поле тороида можно рассчитать по формуле

$$B = \mu\mu_0 I_1 \frac{N_1}{l}.$$

Через вторую обмотку проходит полный магнитный поток  $\Psi_2$  сцепленный со второй обмоткой

$$\Psi_2 = N_2 B S = \mu \mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S I_1$$

К первичной обмотке подключена переменная ЭДС  $\mathcal{E}_1$ .

По закону Ома ток в этой цепи будет определяться алгебраической суммой внешней ЭДС и ЭДС индукции.

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d(N_1 \Phi)}{dt} + I_1 R_1$$

где  $R_1$  – сопротивление обмотки.

$R_1$  – делают малым (медные провода) и  $I_1 R_1 \rightarrow 0$

Тогда переменная ЭДС в первичной обмотке:

$$E_1 \approx \frac{d(N_1\Phi)}{dt} \approx N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (12.4.4)$$

Во вторичной обмотке, по аналогии  $E_2 \approx N_2 \frac{d\Phi}{dt}$   
отсюда

$$\frac{E_1}{E_2} \approx \frac{N_1}{N_2} \quad (12.4.5)$$

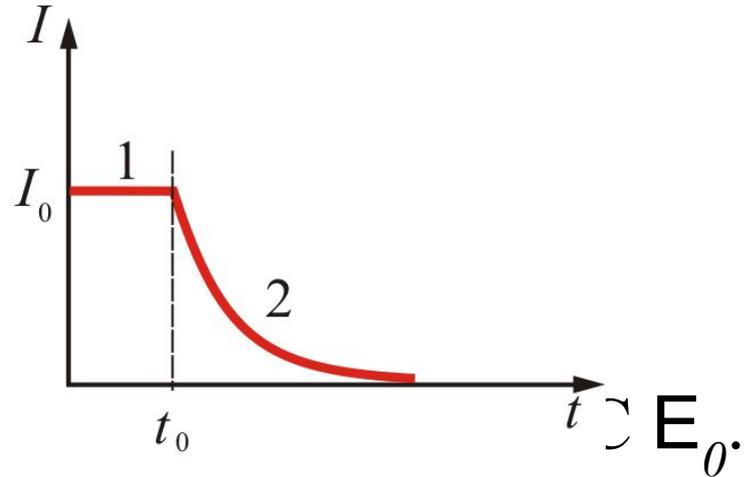
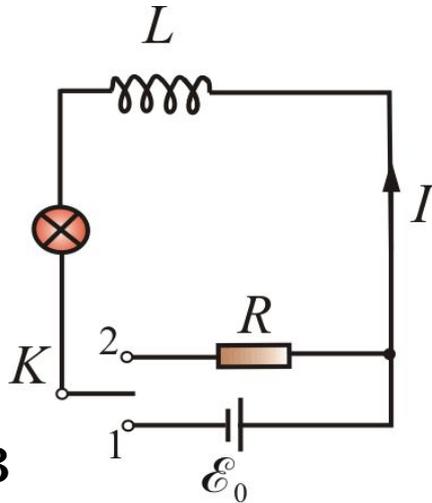
Если пренебречь потерями, предположить, что  $R \approx 0$ ,  
то

$$E_1 I_1 \approx E_2 I_2 \quad (12.4.6)$$

Коэффициент трансформации  $\eta = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1}$ .

## 12.5. Энергия магнитного поля

Рассмотрим случай, о котором мы уже говорили:



Сначала  $\mathcal{E}_0$

В нем будет протекать ток  $I_0$ .

Затем в момент времени  $t_0$  переключим ключ в положение 2 – замкнем соленоид на сопротивление  $R$ .

В цепи будет течь убывающий ток  $I$ .

Будет совершена работа: 
$$dA = \mathbf{E}_i I dt \quad (12.5.1)$$

$$dA = -L \frac{dI}{dt} I dt = -LI dI$$

$$A = -L \int_I^0 I dI = \frac{LI^2}{2} \quad (12.5.2)$$

$$A = \frac{LI^2}{2}$$

*Эта работа пойдет на нагревание проводников.*

Но откуда взялась эта энергия? Поскольку других изменений кроме исчезновения магнитного поля в окружающем пространстве не произошло, остается заключить: *энергия была локализована в магнитном поле.*

Значит, *проводник, с индуктивностью  $L$ , по которой течет ток  $I$ , обладает энергией*

$$(12.5.3) \quad W = \frac{LI^2}{2}$$

- Выразим **энергию** через параметры магнитного поля.

- Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 l S \stackrel{(12.5.4)}{=} \mu\mu_0 n^2 V$$

где  $V$  – объем соленоида.

- Подставим эти значения в формулу для энергии (12.5.3):

$$I = \frac{H}{n}$$

- **Энергия маг. поля соленоида:**

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V H^2}{2n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V$$

- Обозначим  $w$  – *плотность энергии*, или *энергия в объеме  $V$* ,

Тогда:

$$w = \frac{W}{V} \stackrel{(12.5.7)}{=} \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

НО Т.К.  $B = \mu\mu_0 H$  ТО

$$w = \frac{BH}{2} \quad (12.5.8) \quad w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

Энергия однородного магнитного поля **в длинном соленоиде** может быть рассчитана по формуле

$$(12.5.9) \quad W = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n^2 I^2 V,$$

а **плотность энергии**

$$(12.5.10) \quad w = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n^2 I^2$$

**Плотность энергии** магнитного поля  
*в соленоиде с сердечником*

*будет складываться из энергии поля в вакууме и в магнетике сердечника:*

$$W = W_{\text{вак.}} + W_{\text{магнет.}}$$

отсюда  $W_{\text{магнет.}} = W - W_{\text{вак.}}$

Т.к. в вакууме  $\mu = 1$ , имеем

$$W_{\text{магнет.}} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} - \frac{\mu_0 H^2}{2} = \frac{\mu_0(\mu - 1)H^2}{2}.$$