

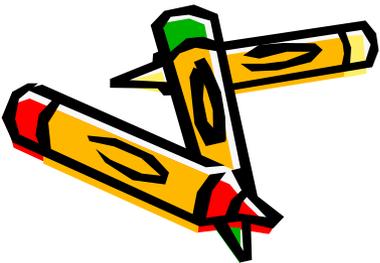
СТАТИСТИЧЕСКИЕ  
ПОКАЗАТЕЛИ



# Статистический показатель



- Это количественная характеристика социально-экономического явления или процесса в условиях качественной определенности.
- **Качественная** определенность показателя заключается в том, что он непосредственно связан с внутренним содержанием изучаемого явления или процесса, его сущностью.
- **Количественное** значение статистического показателя является его величиной.

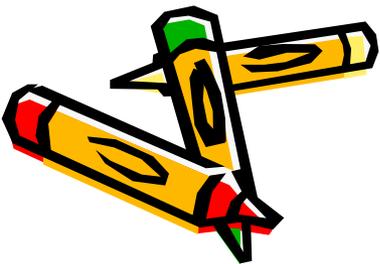
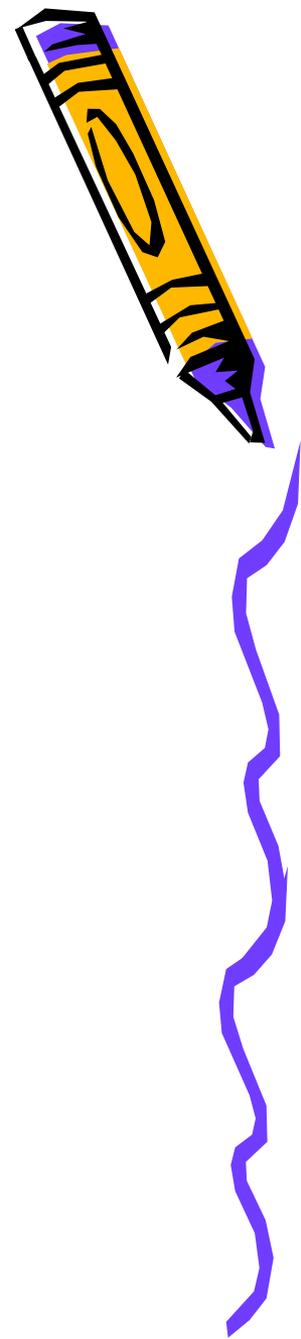


# Статистический показатель

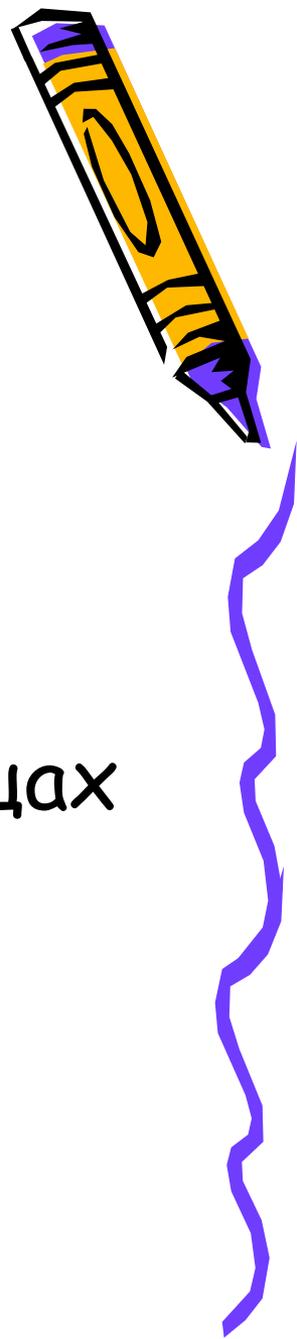
*Абсолютные*

*Относительные*

*Средние*



# Абсолютный показатель



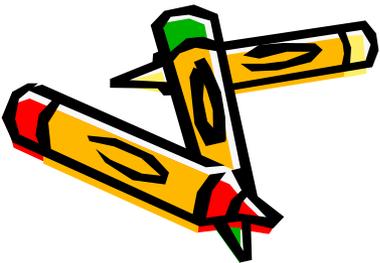
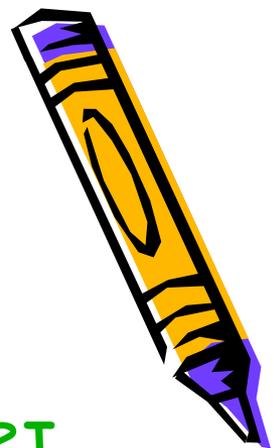
- отражает физические размеры изучаемого явления
- именованный
- измеряются в конкретных единицах
- может быть положительным или отрицательным



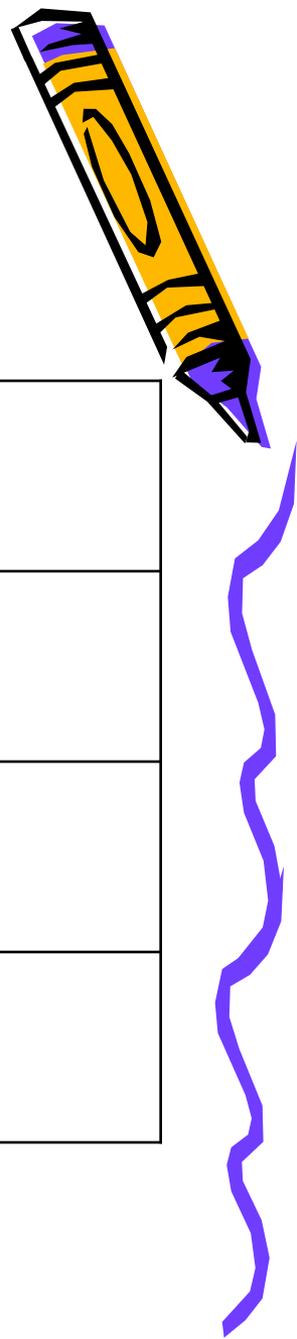
# Относительный показатель

обобщающий показатель, который дает числовую меру соотношения двух сопоставляемых абсолютных величин и определяется как результат деления одной абсолютной величины на другую

$$\frac{\text{Показатель } \_1 \text{ – текущий (сравниваемый)}}{\text{Показатель } \_2 \text{ – база сравнения}}$$



# Относительный показатель



1	- коэффициент;
10	- процент (%);
100	- промилле (0/00);
1000	- продецимилле (0/000).

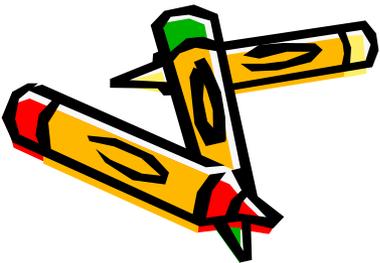
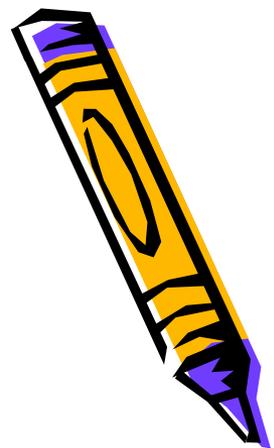


# Относительные величины структуры

Характеризуют доли, удельные веса  
составных элементов в общем итоге

$$d = (Y / \sum Y) \cdot 100$$

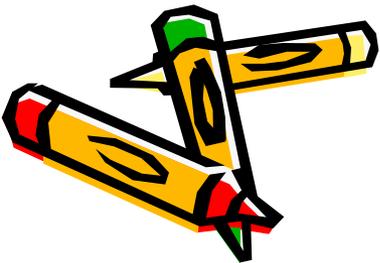
или  $d = \frac{\text{Уровень части совокупности}}{\text{Суммарный уровень совокупности}} \cdot 100$



# Относительный показатель координации

Характеризует отношение частей данной совокупности к одной из них, принятой за базу сравнения

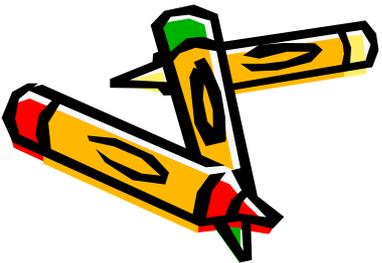
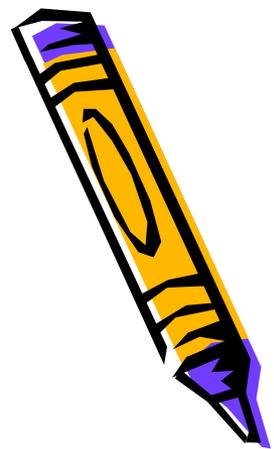
$$ОПК = \frac{\text{Показатель, характеризующий } i\text{-тую часть совокупности}}{\text{Показатель, характеризующий базисную часть совокупности}}$$



# Относительный показатель сравнения

Характеризует сравнительные размеры  
одноименных абсолютных величин,  
относящихся к одному и тому же  
периоду либо моменту времени, но к  
различным объектам или территориям

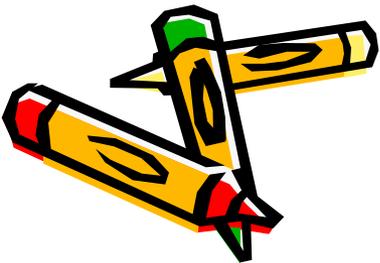
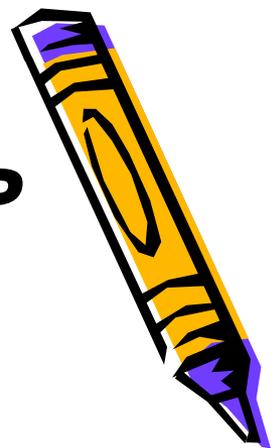
$$ОПС = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект } A}{\text{Показатель, характеризующий объект } B}$$



# Относительный показатель интенсивности

Характеризует степень распределения  
или развития данного явления в той или  
иной среде

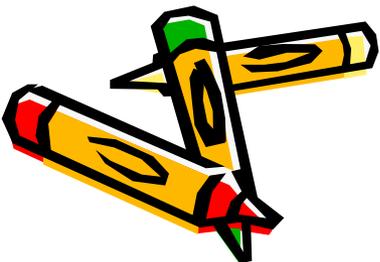
$$ОПИ = \frac{\text{Показатель, характеризующий объект } A}{\text{Факторный показатель анализируемого признака}}$$



# Средний показатель

обобщающий показатель,  
характеризующий типический уровень  
явления

$$ИСС = \frac{\text{Суммарное значение или объем осредняемого признака}}{\text{Число единиц или объем совокупности}}$$



*Средние*

*Структурные*

*Мода*

*Медиана*

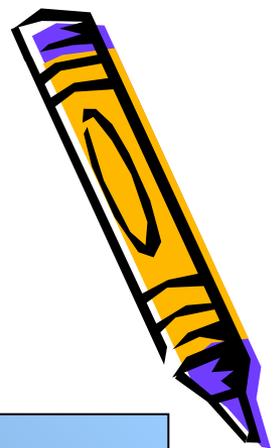
*Степенные*

*Геометрическая*

*Квадратическая*

*Гармоническая*

*Арифметическая*



# Степенные средние

Простая средняя

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m}{n}}$$

где  $X_i$  - варианта (значение) осредняемого признака;

$m$  - показатель степени средней;

$n$  - число вариантов.

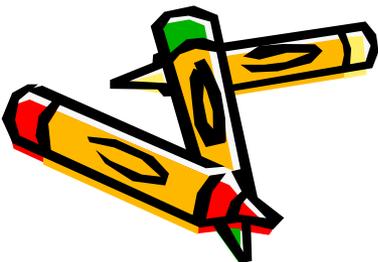
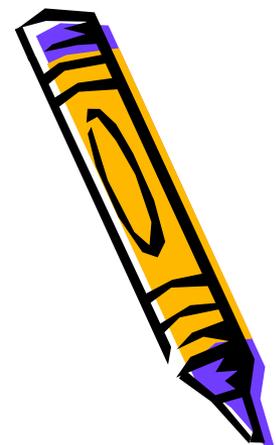
Взвешенная средняя

$$\bar{X} = \sqrt[m]{\frac{\sum X_i^m f_i}{\sum f_i}}$$

где  $X_i$  - варианта (значение) осредняемого признака или срединное значение интервала, в котором измеряется варианта;

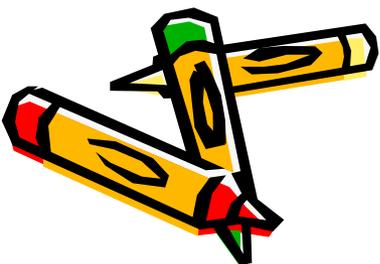
$m$  - показатель степени средней;

$f_i$  - частота, показывающая, сколько раз встречается  $i$ -е значение осредняемого признака.



## Виды степенных средних

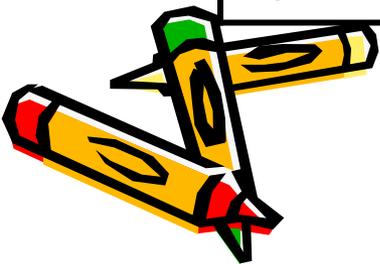
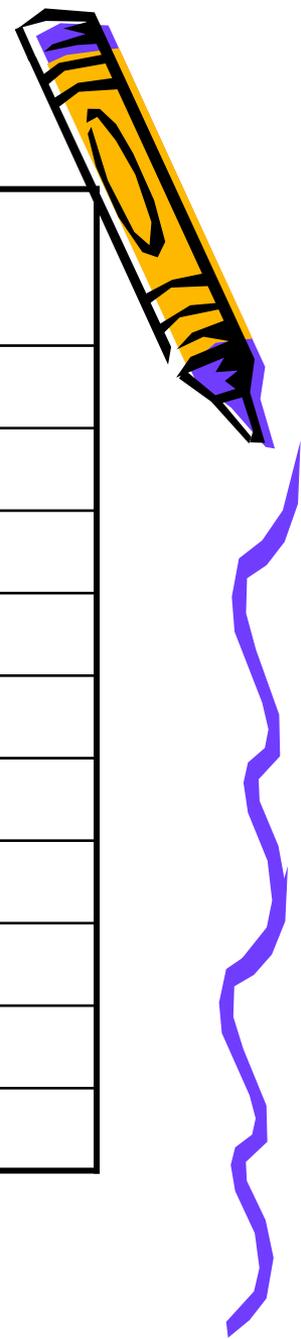
Вид	Показатель степени (m)	Формула расчета	
		Простая	Взвешенная
Гармоническая	-1	$\bar{X} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{X} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}$ $m = xf$
Геометрическая	0	$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod x} =$ $= \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$	$\bar{X} = \sqrt[n]{\prod x^f} =$ $= \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} \dots x_n^{f_n}}$
Арифметическая	1	$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратическая	2	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубическая	3	$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$



$\bar{X}_{\text{гарм.}} \leq \bar{X}_{\text{геом}} \leq \bar{X}_{\text{арифм}} \leq \bar{X}_{\text{квадр.}} \leq \bar{X}_{\text{куб.}}$

# Пример

№ п/п	Возраст (лет)	№ п/п	Возраст (лет)
1	18	11	22
2	18	12	19
3	19	13	19
4	20	14	20
5	19	15	20
6	20	16	21
7	19	17	19
8	49	18	19
9	19	19	19
10	20	20	19



# Структурные средние

Мода

наиболее часто повторяющееся значения признака

$$M_o = X_{M_o} + h \frac{m_{M_o} - m_{M_o-1}}{(m_{M_o} - m_{M_o-1}) + (m_{M_o} - m_{M_o+1})}$$

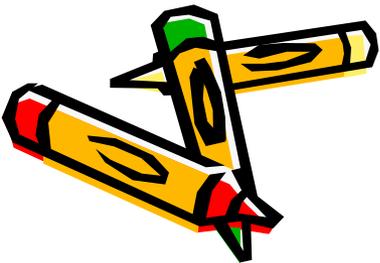
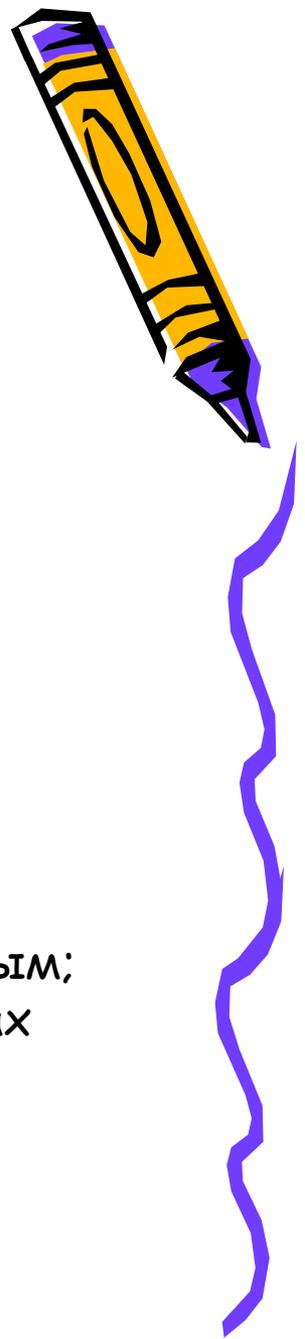
где  $X_{M_o}$  - нижнее значение модального интервала;

$m_{M_o}$  - число наблюдений или объем взвешивающего признака в модальном интервале (в абсолютном либо относительном выражении);

$m_{M_o-1}$  - то же для интервала, предшествующего модальному;

$m_{M_o+1}$  - то же для интервала, следующего за модальным;

$h$  - величина интервала изменения признака в группах



# Структурные средние

## Медиана

величина признака, которая делит упорядоченную последовательность его значений на две равные по численности части

$$N = \frac{n+1}{2}; \quad Me = X_{Me} + h_{Me} \cdot \frac{\frac{\sum m}{2} - S_{Me-1}}{m_{Me}}$$

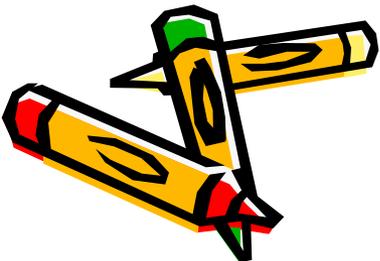
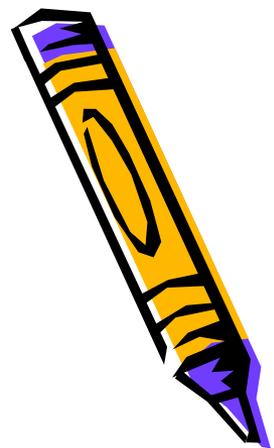
где  $X_{Me}$  - нижняя граница медианного интервала;

$h_{Me}$  - его величина;

$\sum m/2$  - половина от общего числа наблюдений или половина объема того показателя, который используется в качестве взвешивающего в формулах расчета средней величины (в абсолютном или относительном выражении);

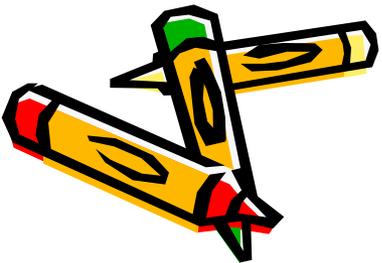
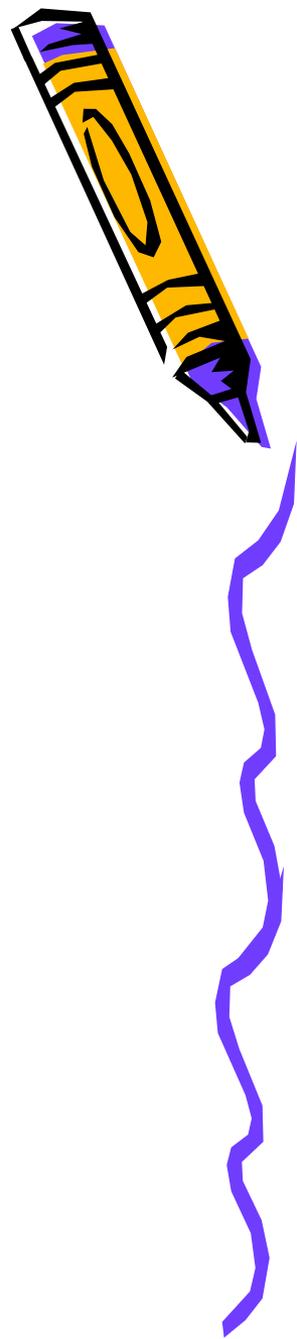
$S_{Me-1}$  - сумма наблюдений (или объема взвешивающего признака), накопленная до начала медианного интервала;

$m_{Me}$  - число наблюдений или объем взвешивающего признака в медианном интервале (также в абсолютном либо относительном выражении).

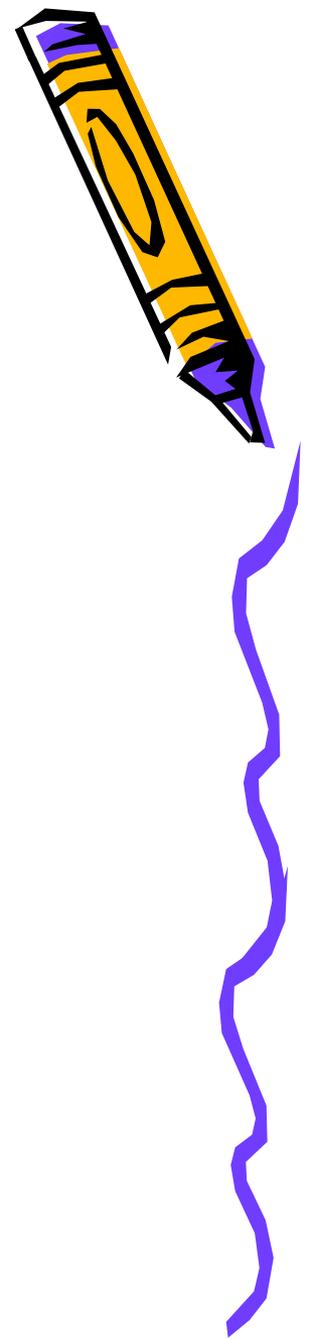


# Показатели вариации:

- частотные показатели;
- показатели распределения - структурные средние;
- показатели степени вариации;
- показатели формы распределения.



## Частотные показатели вариации



- абсолютная численность  $i$ -той группы - частота  $f_i$

$$\sum_1^m f_i = n$$

- относительная частота - частость  $d_i$

$$\sum_1^m d_i = 1$$

$$d_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

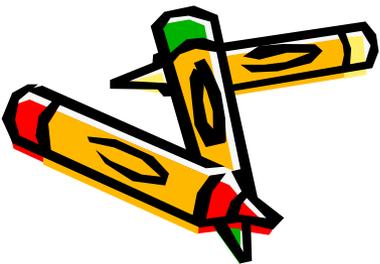
- кумулятивная (накопленная) частота  $S_i$  (частость  $S_d$ ) характеризует объем совокупности со значениями вариантов, не превышающих  $X_i$ .

$$S_1=f_1, S_2=f_1+f_2, S_3=f_1+f_2+f_3;$$

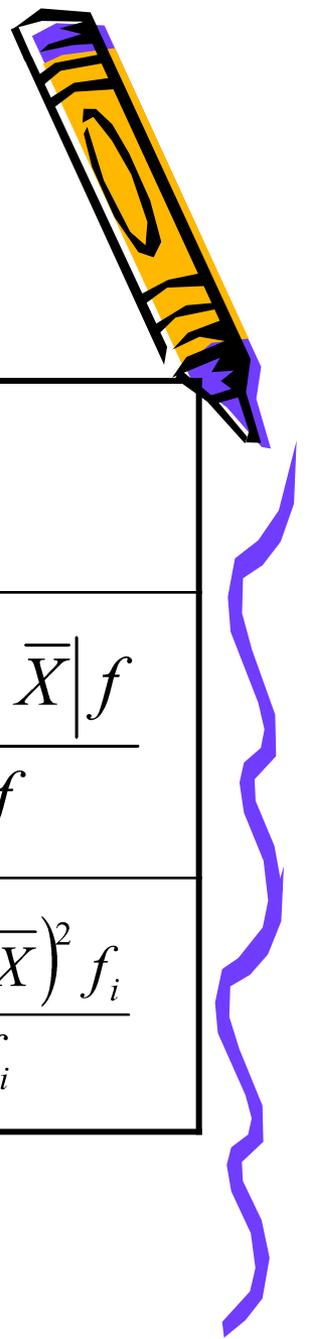
- плотность частоты (частости) представляет собой частоту, приходящуюся на единицу интервала,

$$q_i=f_i/h_i \text{ или } q_i=d_i/h_i$$

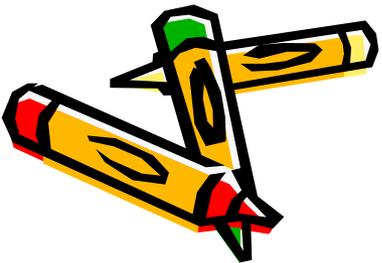
где  $h_i$  - величина  $i$ -того интервала.



# Показатели вариации:

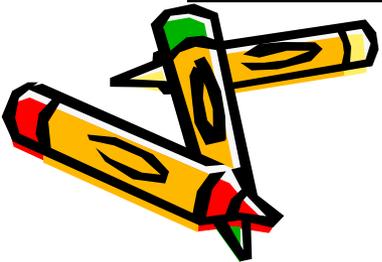
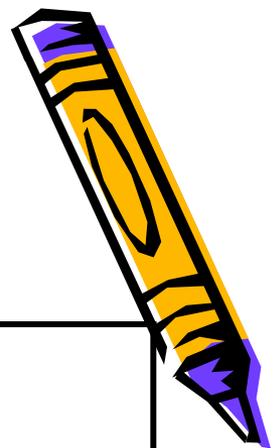


Размах вариации	$R = X_{\max} - X_{\min}$	
Среднее линейное отклонение	$L = \frac{\sum  X - \bar{X} }{n}$	$L = \frac{\sum  X - \bar{X}  f}{\sum f}$
Дисперсия	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$	$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i}{\sum f_i}$



# Показатели вариации:

Среднее квадратическое отклонение	$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
Средняя ошибка выборки	$\mu = \sqrt{\sigma^2(X)} = \sqrt{\sigma^2 / n}$
Дисперсия среднего значения	$\sigma^2(\bar{X}) = \sigma^2 / n$

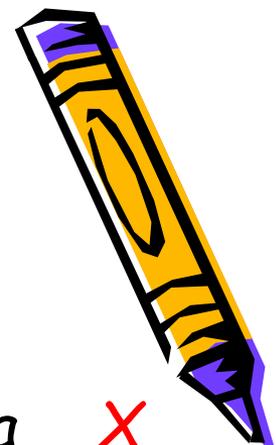
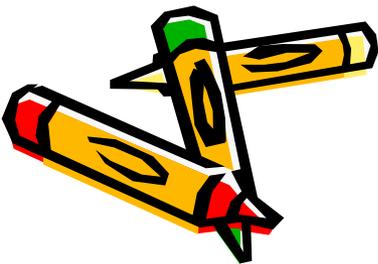


# Дисперсия:

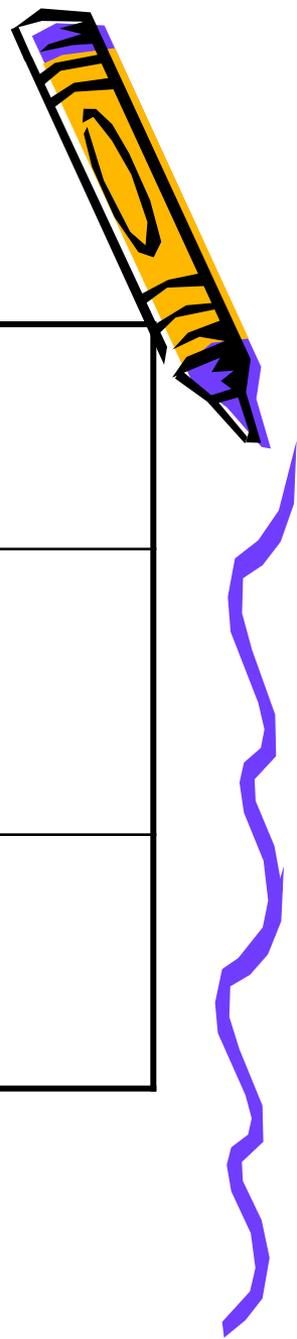
1. Дисперсия постоянной величины равна 0.
2. Если все значения вариантов признака  $X$  уменьшить на постоянную величину  $A$ , то дисперсия не изменится.
3. Если все значения вариантов  $X$  уменьшить в  $K$  раз, то дисперсия уменьшится в  $K^2$  раз.
4. На практике часто используют более простую формулу для расчета дисперсии:  $\bar{X}^2$

5. При малом числе наблюдений ( $< 30$ ):

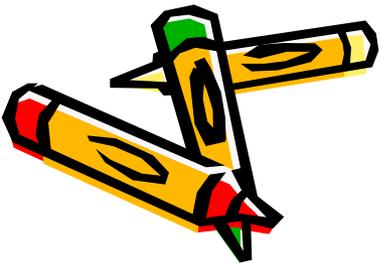
$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \quad \text{или} \quad \sigma^2 = \frac{n}{n-1} \left( \overline{X^2} - (\bar{X})^2 \right)$$



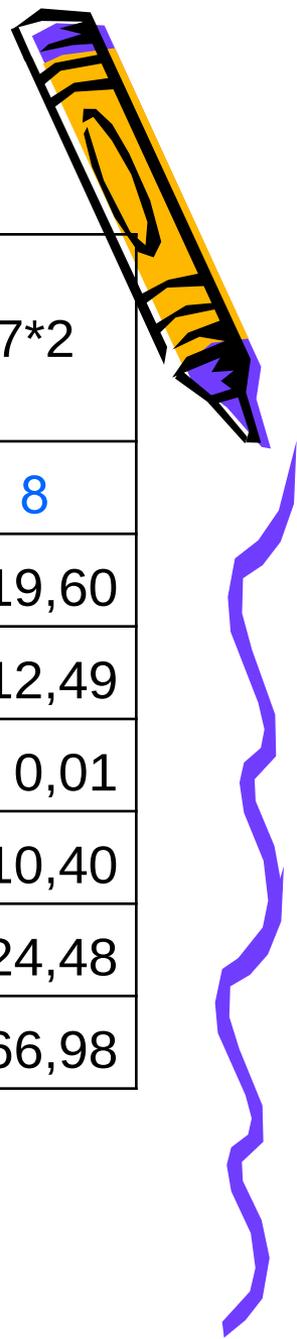
# Показатели относительного рассеивания :



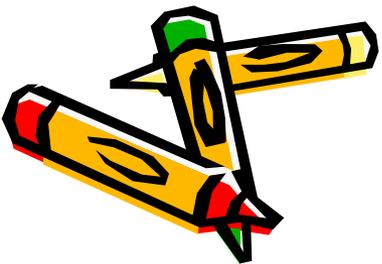
Коэффициент осцилляции	$K_0 = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%$
Линейный коэффициент вариации	$K_L = \frac{\bar{L}}{\bar{x}} \cdot 100\%$
Коэффициент вариации	$\mathcal{V} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$



# Пример 1

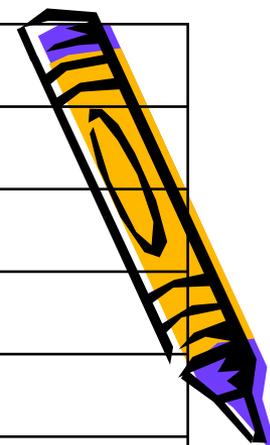


Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	$X \cdot f$	$ X - \bar{X} $	$5 \cdot 2$	$5 \cdot 5$	$7 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8
2	5	5	10	1,98	9,9	3,92	19,60
3	13	18	39	0,98	12,74	0,96	12,49
4	16	34	64	0,02	0,32	0,00	0,01
5	10	44	50	1,02	10,2	1,04	10,40
6	6	50	36	2,02	12,12	4,08	24,48
	50		199		45,28	10,00	66,98



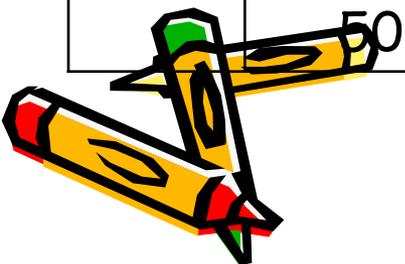
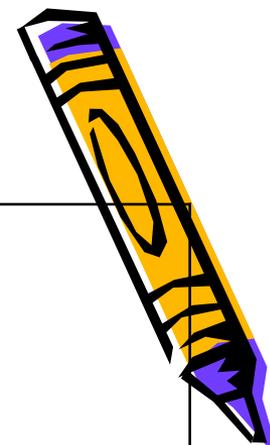
Показатели вариации (пример 1)

max	6
min	2
n	50
среднее	3,98
средневзвешенное	3,98
Мода	4
Номер медианы	25,5
Медиана	4
Размах вариации	4
Среднее линейное отклонение	0,91
Дисперсия	1,34
Среднее квадратическое отклонение	1,16
Коэффициент осциляции	101%
Линейная вариация	23%
Показатель колеблемости	29%
Средняя ошибка выборки	0,16



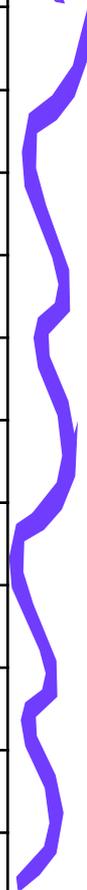
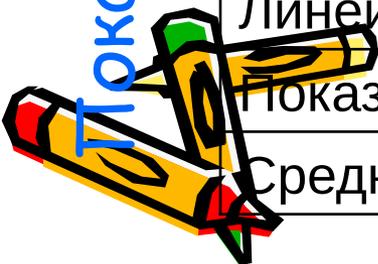
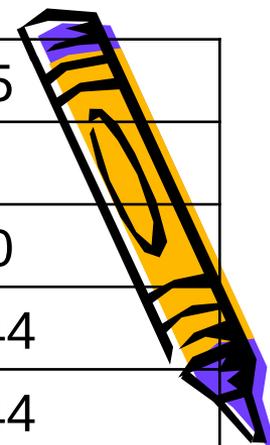
# Пример 2

Значение (X)	Частота (f)	Кумулята (S)	Средина интервала	$4 \cdot f$	$!X - X_{\text{ср.}}$	$6 \cdot 2$	$6 \cdot 6$	$8 \cdot 2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
5-7	9	9	6	54	3,44	30,96	11,83	106,50
7-9	16	25	8	128	1,44	23,04	2,07	33,18
9-11	11	36	10	110	0,56	6,16	0,31	3,45
11-13	8	44	12	96	2,56	20,48	6,55	52,43
13-15	6	50	14	84	4,56	27,36	20,79	124,76
	50			472		108	41,57	320,32

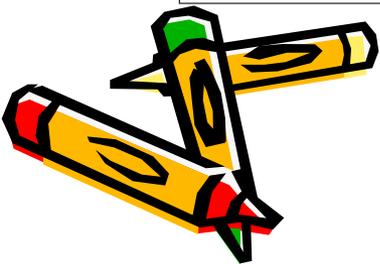
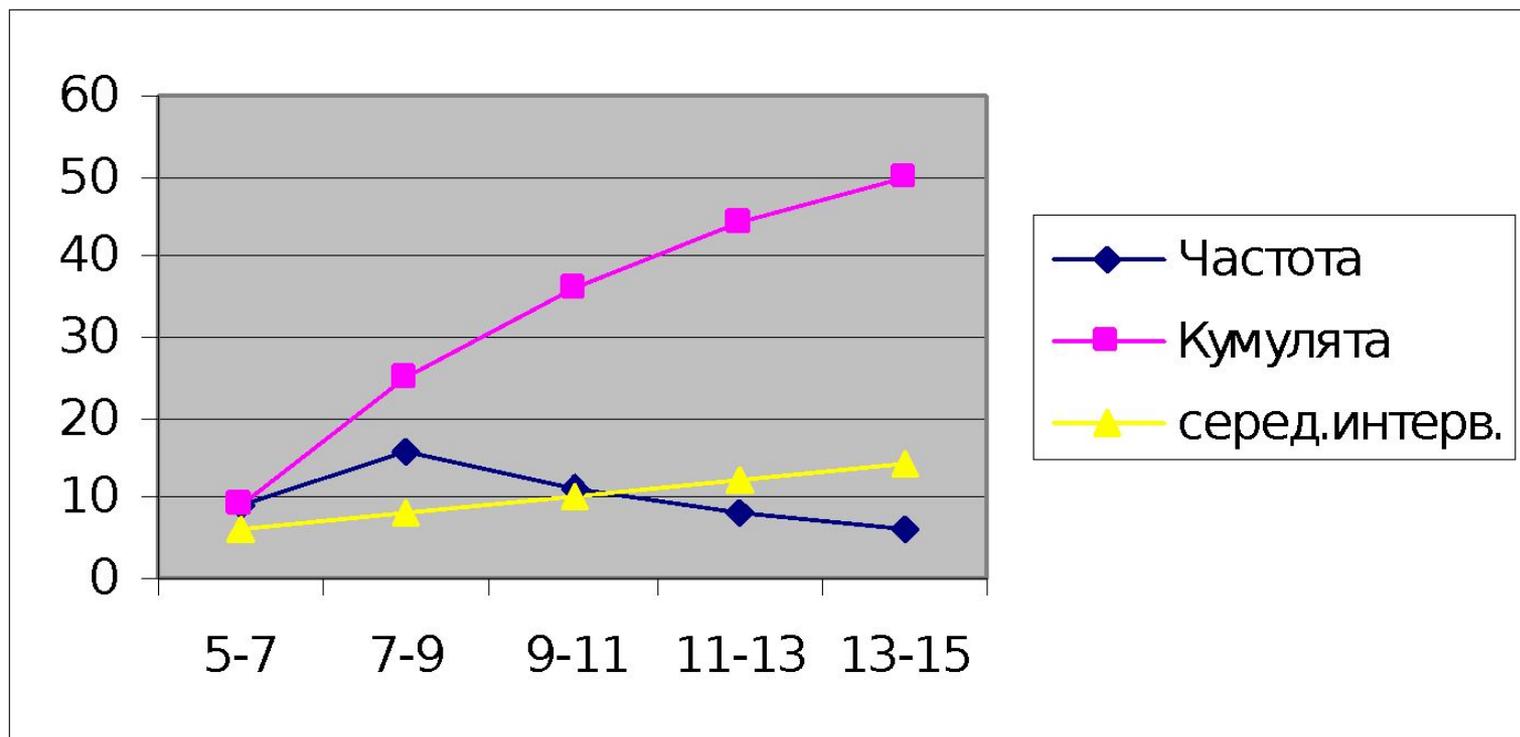
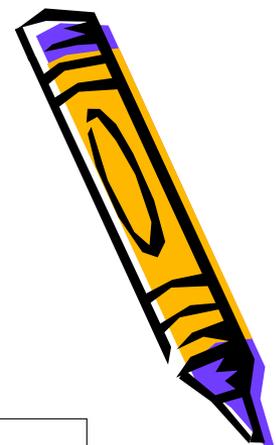


# Показатели вариации (пример 2)

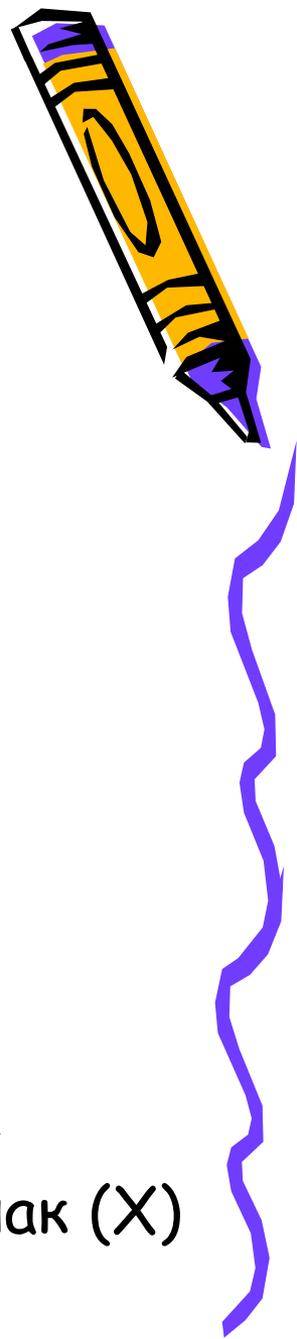
max	15
min	5
n	50
среднее	9,44
средневзвешенное	9,44
Мода	8,17
Номер медианы	25,50
Медиана	9,00
Размах вариации	9,90
Среднее линейное отклонение	2,16
Дисперсия	6,41
Среднее квадратическое отклонение	2,53
Коэффициент осциляции	1,05
Линейная вариация	0,23
Показатель колеблемости	0,27
Средняя ошибка выборки	0,36



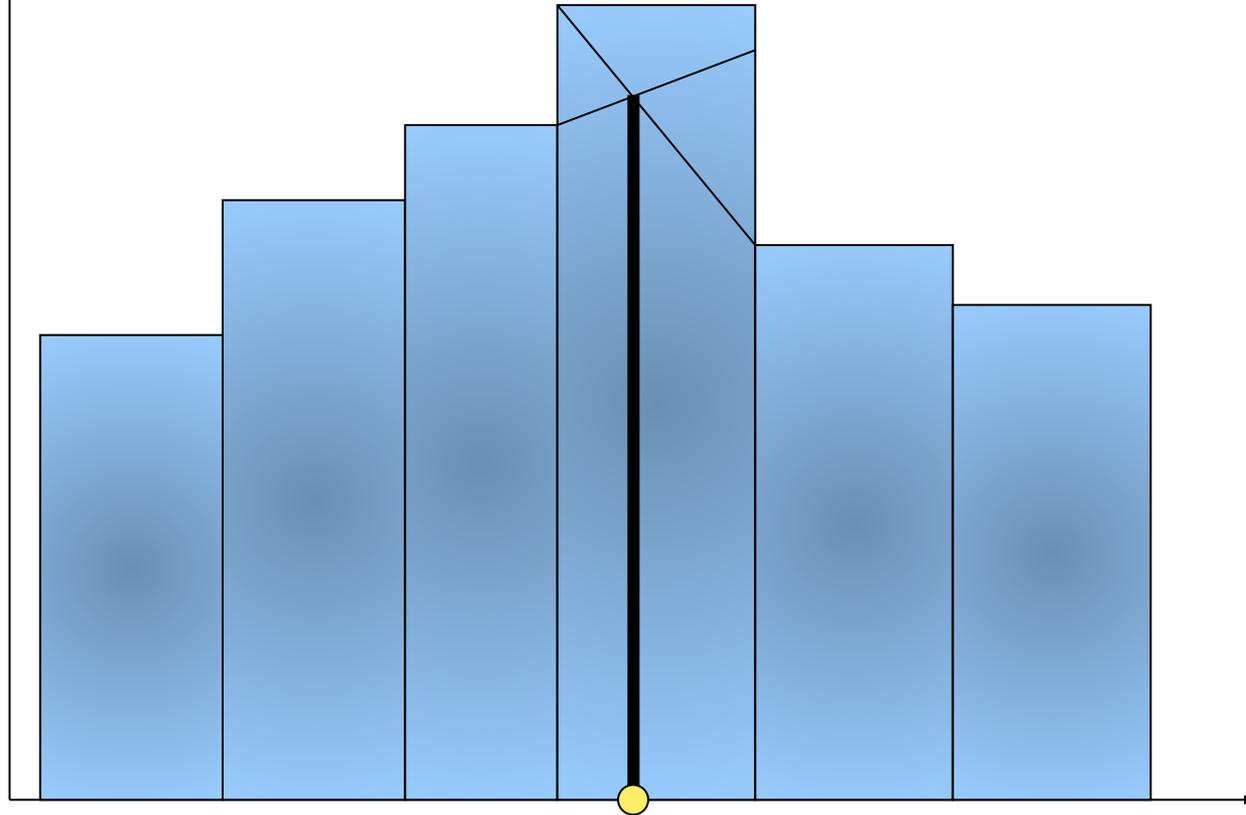
# Графики



# Графическое определение моды

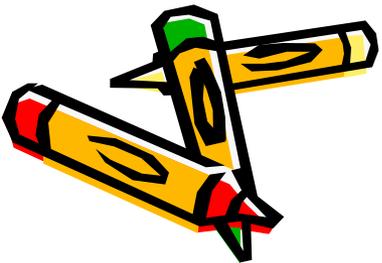


Частота ( $f$ )

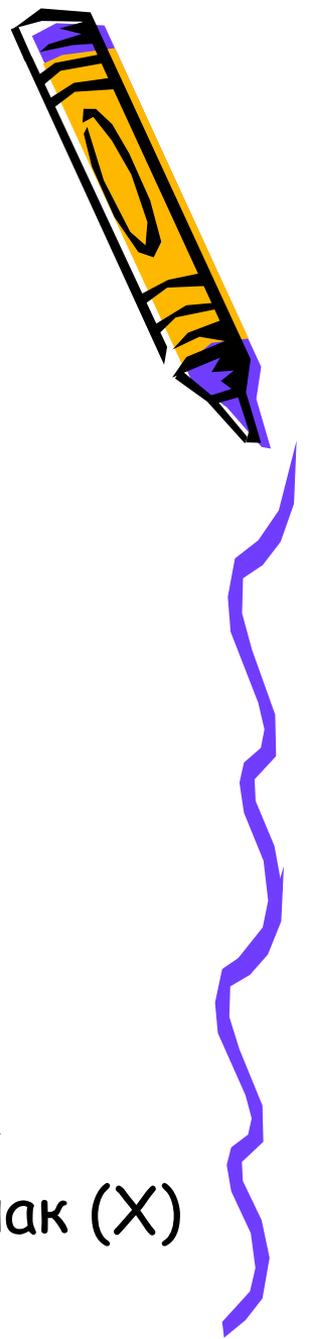


Гистограмма

Признак ( $X$ )

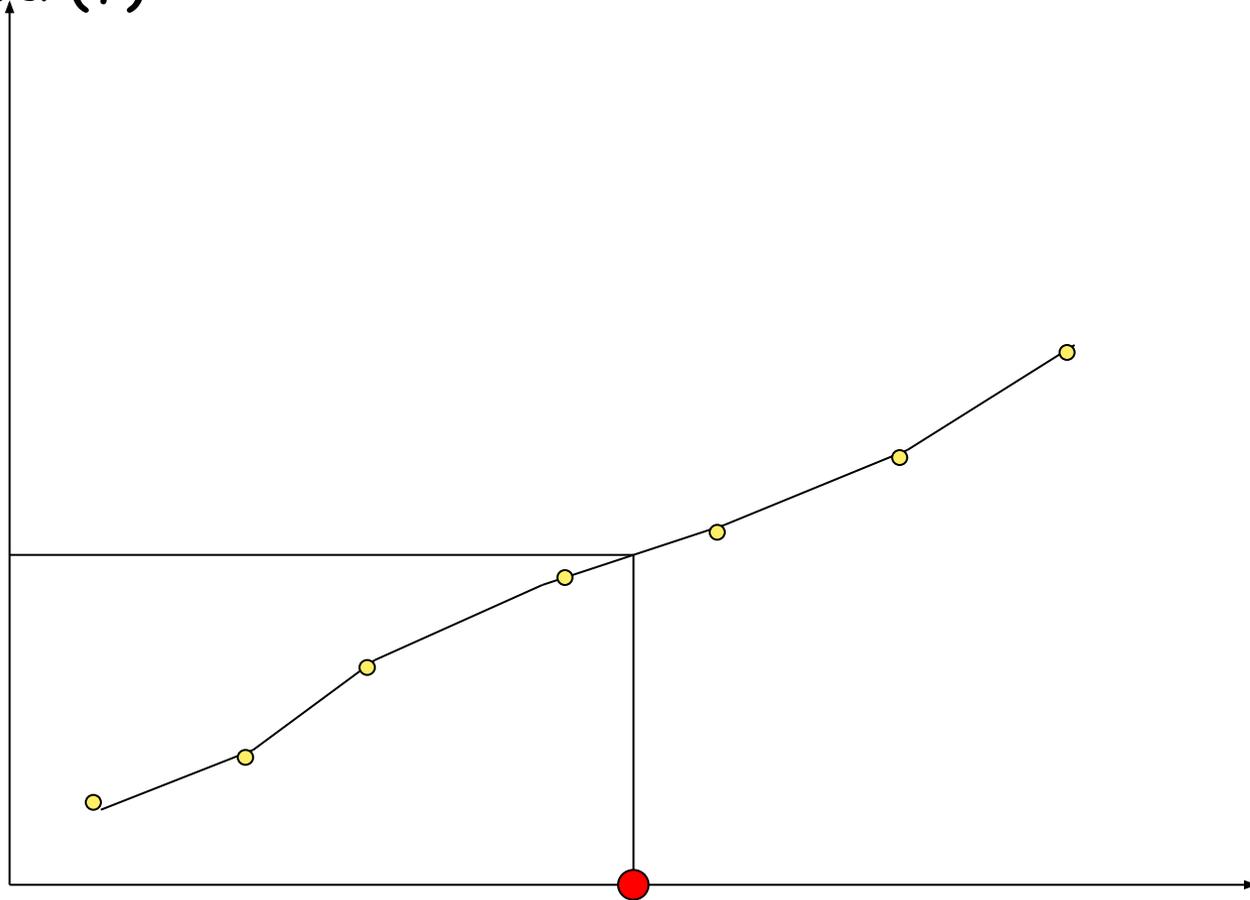


# Графическое определение моды



Частота (f)

$$N = \frac{n+1}{2}$$



Кумулята

Признак (X)

