

Статистические критерии

Статистический критерий-это...

- ...решающее правило, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с заданной вероятностью (Г.В. Суходольский).

Это правило требуется, чтобы математически обосновать наши выводы

Виды критериев

Параметрические

т.е. основанные на расчете параметров генеральной совокупности (X , σ^2).

Достоинства: более мощные и точные.

Трудности:

требуют измерений по шкале интервалов или равных отношений;

только нормальное распределение!;

желательный объем выборки $N > 50$

Виды критериев

Непараметрические

т.е. не включающие в формулу расчета параметров распределения, основанные на оперировании частотами или рангами.

Достоинства:

- + просты в расчете;
- + применимы на малых выборках ($N < 10$);
- + не привязаны к характеру распределения.

Недостатки: менее мощные (β), имеют табличные ограничения по макс. N

Выявление различий в уровне исследуемого признака

U-критерий Манна-Уитни

- **Назначение критерия:** оценка достоверности различий между 2 выборками по уровню признака;
- **Суть критерия:** оценивает зону совпадений значений выборок после сплошного ранжирования.
- **Ограничения критерия:**
 - а) $N_1 > 2$, $N_2 > 5$ (или каждая > 3);
 - б) N_1 , N_2 не более 60

Выявление различий в уровне исследуемого признака

U-критерий Манна-Уитни

Алгоритм подсчета (Е.В. Сидоренко):

- Перенести все данные на отдельные карточки двух цветов (Например, n_1 - синие, n_2 - красные);
- Разложить все карточки по возрастанию значений;
- Приписать каждому значению ранг, начиная с меньшего (Правила ранжирования!)
- Проверить: для всего ряда рангов $\sum \text{рангов} = \frac{N * (N + 1)}{2}$
- Для каждой выборки **отдельно** посчитать сумму рангов
- Наибольшую сумму рангов обозначить как T_x

Выявление различий в уровне исследуемого признака

U-критерий Манна-Уитни

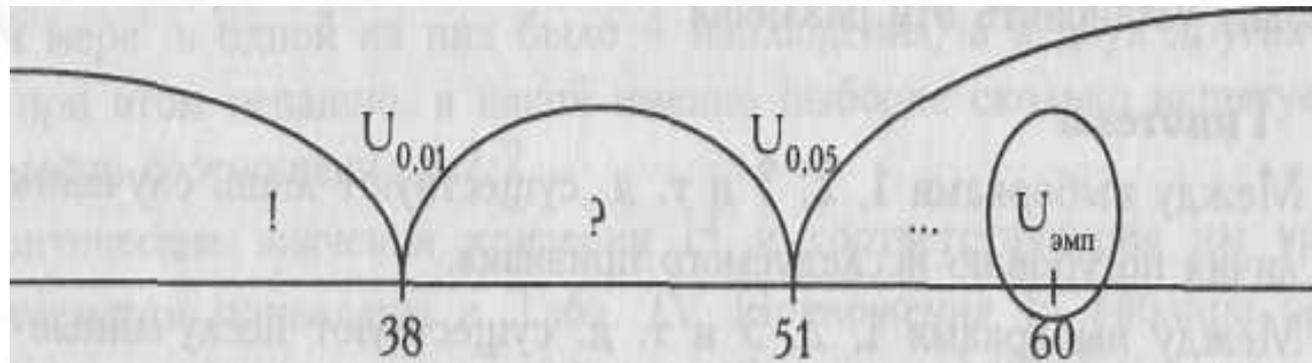
Алгоритм подсчета (продолжение):

- Считать $U = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x$,

где n_x — выборка с наибольшей суммой рангов.

- Сопоставить с табличными критическими значениями $U_{кр}$.
- Если $U < U_{кр}$. для $p=0,01$, тогда различие значимо

- Пример:
Различий нет



Выявление различий в уровне исследуемого признака

H-критерий Крускала-Уоллеса

- **Назначение критерия:** оценка достоверности различий между 3 и более выборками по уровню признака;
- **Суть критерия:** оценивает различия в суммах рангов, полученных каждой выборкой после сплошного ранжирования всех испытуемых.
- **Ограничения критерия:**
 - а) $N_1 > 2$, N_2 и $N_3 > 4$ (или каждая > 3);
 - б) упускает различия между отдельными парами выборок

Выявление различий в уровне исследуемого признака

H-критерий Крускала-Уоллеса

Алгоритм подсчета:

- Перенести данные каждой выборки на отдельные карточки определенного цвета;
- Разложить все карточки по возрастанию значений;
- Приписать каждому значению ранг, начиная с меньшего (проверить по Правилам ранжирования!)
- Посчитать сумму рангов каждой выборки, обозначить ее как T1, T2, T3

$$H = \left[\frac{12}{N * (N + 1)} * \sum_{j=\text{выборка}} \left(\frac{T_j^2}{n_j} \right) \right] - 3 * (N + 1)$$

Выявление различий в уровне исследуемого признака

H-критерий Крускала-Уоллеса

Алгоритм подсчета (продолжение):

- Если хотя бы одна выборка имеет объем $n > 5$, **критические значения** по таблицам критерия хи-квадрат (χ^2) для $df = N - 1$;
- Нарисовать ось значимости, отметить $p = 0.05$ и $p = 0.01$
- Если рассчитанное значение $H \geq H_{кр.}$ для $p = 0.05$, различие значимо и H_0 отвергается

Выявление различий в уровне исследуемого признака

Q-критерий Розенбаума

- непараметрическая оценка различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного (для выборок с $N > 11$);

S - критерий тенденций Джонкира

- выявляет тенденции изменения признака при переходе от выборки к выборке при сопоставлении 3 и более выборок (объем выборок одинаков, не более 6 выборок, $N < 10$)

Оценка достоверности сдвига

Т-критерий Вилкоксона

- **Назначение критерия:** оценка достоверности изменений показателя выборки в разных условиях, направления и силы сдвига;
- **Суть критерия:** основан на ранжировании абсолютных разностей пар значений зависимых выборок.
- **Ограничения критерия:**
 - а) объем выборки $5 < N < 50$;
 - б) нулевые сдвиги из выборки придется исключить;
 - в) мощнее при значительных сдвигах

Оценка достоверности сдвига

T-критерий Вилкоксона

Алгоритм подсчета:

$$T = \sum R_r$$

- Сортировать испытуемых по алфавиту;
- Вычислить разность между показателями «до» и «после»;
- Отдельной колонкой записать модули разностей
- Ранжировать модули разностей по возрастанию (соблюдать Правила ранжирования!)
- Отдельными колонками выписать ранги для + и — сдвигов (пометить те, которые считать нетипичными)
- Считать значение **T** по формуле, где **R_r** - ранговые значения нетипичных сдвигов
- По таблице критических значений определить границы значимости. Сделать статистический вывод

Оценка достоверности сдвига

G- критерий знаков

- Установление общего направления сдвига (номинативные и ранговые переменные, незначительные сдвиги; $5 < (N_1 + N_2) < 300$);

Критерий χ^2_r Фридмана

- Сопоставление показателей, измеренных в 3 или более условиях на одной и той же выборке (не определяет направление изменений; $N > 2$; замеров > 3)

L-критерий тенденций Пейджа

Направление изменений 1 выборки от 3 до 6 условий ($N < 12$)

Параметрические критерии

F-критерий Фишера

Цель: сравнение дисперсий 2 независимых выборок

Ограничения: измерения по параметрическим шкалам, нормальное распределение признака в генеральной совокупности.

Гипотезы: $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ $H_{\text{альт}}: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$F = \frac{S^2_{\text{большая}}}{S^2_{\text{меньшая}}}$$

Сравнить с $F_{\text{кр.}}$ для $df1 = N_{\text{больш}} - 1$ и $df2 = N_{\text{меньш}} - 1$

Если $F \leq F_{\text{кр.}}(df1, df2)$ для $p < 0,01$, то нулевая гипотеза верна

Параметрические критерии

t-критерий Стьюдента — 1908г., заводы Гиннеса, В.Госсет, оценка процента брака

Цель: сравнение средних значений 2 выборок (есть модификации для зависимых, независимых, эмпирической и теоретической выборок).

Ограничения: нормальное распределение в выборках; предварительное сравнение дисперсий с помощью F-критерия Фишера.

Гипотезы: $H_0: M_1 = M_2 = X$ $H_{альт}: M_1^2 \neq M_2^2$

Два случая: при равенстве генеральных дисперсий и при их неравенстве

Параметрические критерии

t-критерий Стьюдента

Дисперсии равны $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$|t| = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$s = \sqrt{\frac{df_1 \cdot s_1^2 + df_2 \cdot s_2^2}{df_1 + df_2}}$$

Сравнить с $t_{\text{крит.}}$ для
 $df = n_1 + n_2 - 2$

Если $t < t_{\text{крит}}$ для $p < 0,01$, то гипотеза H_0 верна

t-критерий Стьюдента

Дисперсии неравны

$$|t| = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Найти df по формуле:

$$\frac{1}{df} = \frac{c^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - c)^2}{n_2 - 1}$$

Где $c = \frac{s_1^2/n_1}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$ и сравнить

Параметрические критерии

Основной принцип критерия:

$$t = (\text{наблюдаемое} - \text{ожидаемое}) / \text{s.e.}$$

Одновыборочный t-критерий: сравнить среднее выборки со средним генеральной совокупности

Независимый 2-выборочный t-критерий: сравнить средние 2 независимых выборок

T-критерий для 2 зависимых выборок: сравнить изменение среднего в выборке «до» и «после»

Многофункциональные критерии

Ф - критерий (угловое преобразование) Фишера

Назначение критерия: решать задачи сопоставления уровней исследуемого признака, сдвигов в значениях исследуемого признака и сравнения распределений;

Суть критерия: определяет долю (%) наблюдений в данной выборке, которая характеризуется интересующим исследователя эффектом.

Ограничения и возможности критерия:

- а) измерения могут быть сделаны по любой шкале;
- б) оценивает 2 выборки!;
- в) N каждой выборки > 5 .

Многофункциональные критерии

φ - критерий Фишера

Алгоритм подсчета

1. Определить значения признака, говорящие о наличии эффекта (в сложных случаях использовать критерий λ Колмогорова-Смирнова)
2. Составить и заполнить таблицу:

1 выборка — n_1 есть эффект — n_2 нет эффекта
2 выборка — n_3 есть эффект — n_4 нет эффекта

Многофункциональные статистические критерии

φ - критерий Фишера

Алгоритм подсчета

3. Определить по каждой выборке процентные доли испытуемых, у которых «есть эффект», записать %.
4. Проверить, не равняется ли одна из сопоставляемых процентных долей нулю. Если да, использовать χ^2 -критерий
5. Определить по таблицам величины углов φ_1 и φ_2 для каждой из сопоставляемых процентных долей. Обозначить **больший % как угол φ_1**

Многофункциональные статистические критерии

φ - критерий Фишера

Алгоритм подсчета

6. Посчитать значение φ — критерия по формуле:

$$\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

Где n_1 и n_2 — объем выборок

7. Сравнить полученное значение с критическими:

$$\varphi_{\text{эмп}} = \begin{cases} 1,64 (\rho \leq 0,05) \\ 2,31 (\rho \leq 0,01) \end{cases}$$

8. Если $\varphi_{\text{эмп}} \geq \varphi_{\text{кр}}$, H_0 отвергается (различия статистически значимы).

Многофункциональные критерии

Биномиальный t -критерий

Цель: сопоставления частоты встречаемости какого-либо эффекта в выборке с теоретической или заданной частотой его встречаемости; для $5 < N < 300$;

χ^2 - критерий Пирсона

Цель: а) сопоставление эмпирического распределения признака с теоретическим; б) сопоставление двух, трех или более эмпирических распределений одного и того же признака.

Ограничения: $N > 30$ (чем больше, тем лучше); неперекрывающиеся разряды признака; требуется поправка на непрерывность

Проверка характера распределения

1) Критерий Колмогорова-Смирнова:

сравнение двух распределений, сравнение эмпирического и теоретического распределений.

2) Критерий Шапиро-Уилка:

сравнение распределения выборки с нормальным.