



Постоянный электрический ток

Задача 1. Сила тока в проводнике равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I = 2 \text{ А}$ в течение времени $\tau = 5 \text{ с}$. Определить заряд, прошедший в проводнике.

Дано:

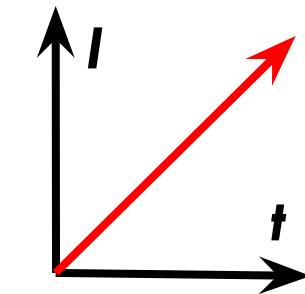
$$\left| \begin{array}{l} I_0 = 0 \\ I = 2 \text{ А} \\ \tau = 5 \text{ с} \end{array} \right| \quad I = \frac{dq}{dt}$$

Найти:

$$q \quad I(t) = \frac{I - I_0}{\tau} t$$

Решение

$$q = \int_0^t I(t) dt$$



$$q = \frac{I - I_0}{\tau} \frac{t^2}{2} \Big|_0^\tau$$

$$q = \int_0^\tau \frac{I - I_0}{\tau} t \cdot dt$$

$$q = \frac{I - I_0}{\tau} \frac{\tau^2}{2} = \frac{(I - I_0)\tau}{2}$$

$$q = 5 \text{ Кл}$$

Задача 2. Определить плотность тока, если за 2 с через проводник сечением 1,6 мм² прошло 2• 10¹⁹ электронов

Решение

Дано:

$$\left| \begin{array}{l} t = 2 \text{ с} \\ S = 1,6 \text{ мм}^2 \\ N = 2 \cdot 10^{19} \end{array} \right.$$

$$j = \frac{I}{S} \quad I = \frac{Q}{t} \quad Q = Ne$$

Найти:

j=?

$$I = \frac{Ne}{t} \quad j = \frac{Ne}{t \cdot S}$$

$$j = \frac{2 \cdot 10^{19} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-6}} \frac{A}{\text{м}^2} = 1 \text{ А/мм}^2$$

Задача 3. По медному проводнику сечением 0,8 мм² течет ток 80 мА.

Найти среднюю скорость упорядоченного движения электронов вдоль проводника, предполагая, что на каждый атом меди приходится один свободный электрон. Плотность меди $\mu = 64$ г/моль, $p = 8,9$ г/см³.

Дано:

$$I = 80 \text{ А}$$

$$S = 0,8 \text{ мм}^2$$

$$\rho = 8,9 \text{ г/см}^3$$

Решение

$$j = \frac{I}{S}$$

$$j = ne\langle v \rangle$$

$$n = \frac{N}{V}$$

$$N = \frac{m}{\mu} N_A$$

Найти:

$\langle v \rangle = ?$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m \cdot N_A}{\mu \cdot V} = \frac{\rho N_A}{\mu}$$

$$\frac{I}{S} = e \frac{\rho N_A}{\mu} \langle v \rangle$$

$$\langle v \rangle = e \frac{\rho N_A}{\mu I} S = 7,41 \text{ мкм/с}$$

Задача 4. Два куска железной проволоки имеют равные массы, а длины отличаются в два раза $\frac{l_1}{l_2} = \frac{1}{2}$.

Найти отношение их сопротивлений.

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{S_1}$$

$$m_1 = \rho l_1 S_1$$

$$m_2 = \rho l_2 S_2$$

$$R_2 = \rho \frac{l_2}{S_2} = \rho \frac{2l_1}{S_2}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{l_1 S_1}{l_2 S_2} = 1$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2l_1 S_1}{l_1 S_2} = 4$$

Задача 5. Проводник длиною 50 см и площадью поперечного сечения $0,2 \text{ мм}^2$ с удельным сопротивлением $1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ подключен к источнику тока, ЭДС которого 4,5 В и внутреннее сопротивление 3 Ом. Найдите напряжение между концами проводника и напряженность электрического поля в нем.

Решение

Дано:

$$l=50 \text{ см}$$

$$S=0,2 \text{ мм}^2$$

$$\rho=1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$\mathcal{E}=4,5 \text{ В}$$

$$R=3 \text{ Ом}$$

Найти:

U, E

$$U = IR \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \quad U = \frac{\mathcal{E} R}{R + r}$$

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$U = \frac{\mathcal{E}}{1 + \frac{r}{R}} = \frac{\mathcal{E}}{1 + \frac{rS}{\rho l}}$$

$$E = \frac{U}{l}$$

Задача 6. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 50 \text{ Ом}$ равномерно растет от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 3 \text{ А}$ за время $T = 6 \text{ с}$.

Определить выделившееся в проводнике за это время количество теплоты.

Дано: $R = 50 \text{ Ом}$, $I_0 = 0$, $I_{\max} = 3 \text{ А}$, $T = 6 \text{ с}$.

Определить Q .

Решение. Согласно закону Джоуля — Ленца для бесконечно малого промежутка времени

$$dQ = I^2 R dt$$

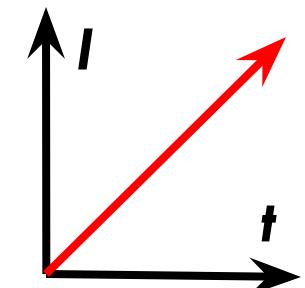
По условию задачи сила тока равномерно растет $I = kt$,
коэффициент пропорциональности $k = (I_{\max} - I_0)/T$.

$$dQ = k^2 t^2 R dt$$

$$Q = \int_0^\tau k^2 t^2 R dt = \frac{1}{3} k^2 \tau^3 R = \frac{1}{3} \left(\frac{I_{\max} - I_0}{\tau} \right)^2 \tau^3 R$$

$$= \frac{1}{3} (I_{\max} - I_0)^2 \tau R$$

$$Q = 900 \text{ Дж}$$



Задача 7. Определить внутреннее сопротивление источника тока, если во внешней цепи при силе тока $I_1 = 4\text{А}$ развивается мощность $P_1 = 10\text{Вт}$, а при силе тока $I_2 = 6\text{ А}$ — мощность $P_2 = 12\text{ Вт}$.

Дано $I_1 = 4\text{ А}$ $P_1 = 10\text{Вт}$ $I_2 = 6\text{ А}$ $P_2 = 12\text{ Вт}$.

Определить r .

Решение.

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \quad I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r)$$

$$P_1 = I_1^2 R_1 \quad P_2 = I_2^2 R_2$$

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}$$

$$r = \frac{\frac{P_1}{I_1} - \frac{P_2}{I_2}}{\frac{I_1}{I_2} - 1}$$

Задача 8. Определить плотность j электрического тока в медном проводе (удельное сопротивление $\rho = 17 \text{ нОм} \cdot \text{м}$), если удельная тепловая мощность тока $\omega = 1,7 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$.

Дано: $\rho = 17 \text{ нОм} \cdot \text{м} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\omega = 1,7 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$.

Определить j .

Решение.

Согласно законам Джоуля — Ленца и Ома в дифференциальной форме

$$\omega = \gamma E^2 \quad j = \gamma E$$

где γ и ρ — соответственно удельные проводимость и сопротивление проводника.

Из закона Ома получим,

$$E = \rho j$$

Из закона Джоуля — Ленца найдем плотность тока:

$$\omega = \frac{1}{\rho} E^2 = \frac{1}{\rho} (\rho j)^2$$

$$j = \sqrt{\frac{\omega}{\rho}} =$$

6. (В. 10.47) Найти внутреннее сопротивление r генератора, если известно, что мощность P , выделяемая во внешней цепи, одинакова при двух значениях внешнего сопротивления: $R_1=5$ Ом и $R_2=0,2$ Ом. Найти КПД η генератора в каждом из этих случаев.

Решение.

$$I_1^2 R_1 = I_2^2 R_2$$

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r_2 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r_1 + R_1}$$

$$\frac{\mathcal{E}^2 R_1}{(r + R_1)^2} = \frac{\mathcal{E}^2 R_2}{(r + R_2)^2}$$

$$\frac{r + R_1}{\sqrt{R_1}} = \frac{r + R_2}{\sqrt{R_2}}$$

$$r = \frac{R_2 \sqrt{R_1} - R_1 \sqrt{R_2}}{\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}}$$

$$r = \frac{5\sqrt{0,2} - 0,2\sqrt{5}}{\sqrt{5} - \sqrt{0,2}} = 1 \text{ Ом}$$

$$\eta_1 = \frac{P_1}{I_1 \mathcal{E}} = \frac{R_1}{R_1 + r} = \frac{5}{5 + 1} = 0,83$$

$$\eta_2 = \frac{P_2}{I_2 \mathcal{E}} = \frac{R_2}{R_2 + r} = \frac{0,2}{0,2 + 1} = 0,17$$

9. (B. 10.84) Какую силу тока показывает амперметр А в схеме, если $\varepsilon_1 = 2$ В, $\varepsilon_2 = 1$ В, $R_1 = 10^3$ Ом, $R_2 = 500$ Ом, $R_3 = 200$ Ом и сопротивление амперметра $R_A = 200$ Ом? Внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

Решение.

$$I_3 = I_1 + I_2 \quad \varepsilon_2 = I_2 R_2 + I_2 R_A + I_3 R_3$$

$$\varepsilon_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \quad \varepsilon_1 = I_1(R_1 + R_3) + I_2 R_3$$

$$\varepsilon_1 R_3 = I_1(R_1 + R_2)R_3 + I_2 R_3^2 \quad \varepsilon_2 = I_1 R_3 + I_2(R_2 + R_3 + R_A)(R_1 + R_3)$$

$$\varepsilon_2(R_1 + R_3) = I_1(R_1 + R_3)R_3 + I_2(R_2 + R_3 + R_A)(R_1 + R_3)$$

$$\varepsilon_2(R_1 + R_3) - \varepsilon_1 R_3 = I_2(R_2 + R_3 + R_A)(R_1 + R_3) - I_2 R_3^2$$

$$I_2 = \frac{\varepsilon_2(R_1 + R_3) - \varepsilon_1 R_3}{(R_2 + R_3 + R_A)(R_1 + R_3) - R_3^2} = \frac{1200 - 400}{900 \cdot 1200 - 400^2} = 0,87$$

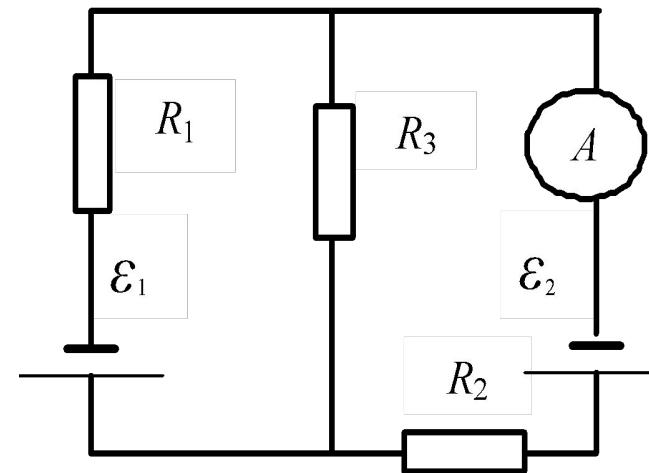


Рис.1.5

10. (В. 10.96) В схеме на рис.1.6 $\mathcal{E} = 200\text{В}$, $R_1 = 2\text{ кОм}$, $R_2 = 3\text{ кОм}$, V_1 и V_2 – два вольтметра, сопротивления которых равны $R_{V_1} = 3\text{ кОм}$, $R_{V_2} = 2\text{ кОм}$. Найти показания вольтметров V_1 и V_2 , если ключ K : а) разомкнут, б) замкнут. Сопротивлением батареи пренебречь. Задачу решить, применяя законы Кирхгофа.

Решение.

а) Напряжения на вольтметрах V_1 , V_2 равны

$$B_2' = \frac{\mathcal{E} R_{V_2}}{R_{V_1} + R_{V_2}} = \frac{200 \cdot 2}{5} = 80$$

$$B_1' = \frac{\mathcal{E} R_{V_1}}{R_{V_1} + R_{V_2}} = \frac{200 \cdot 3}{5} = 120$$

б) Эквивалентные сопротивления параллельного соединения сопротивлений R_1 , R_{V_1} , и R_2 , R_{V_2} равны

$$R_{\exists 1} = \frac{R_{V_1} R_1}{R_{V_1} + R_1} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^3} = 1,2 \cdot 10^3$$

$$R_{\exists 2} = \frac{R_{V_2} R_2}{R_{V_2} + R_2} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^3} = 1,2 \cdot 10^3$$

$$R_{\exists 1} = R_{\exists 2}$$

$$U_1 = U_2$$

$$B_1' = U_2 = \mathcal{E}/2 = 200 = 100$$

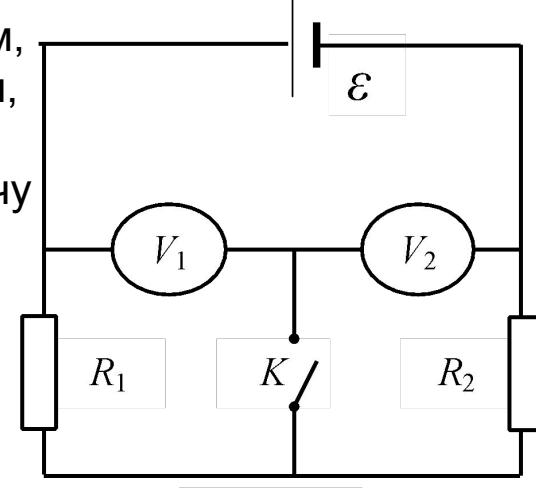


Рис. 1.6

Домашнее задание

- Занятие 1 : задачи группы Б