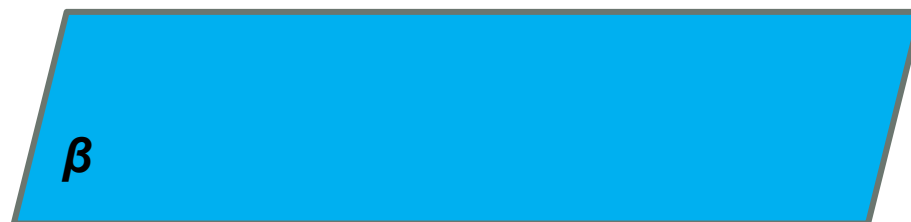


# ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Определение.

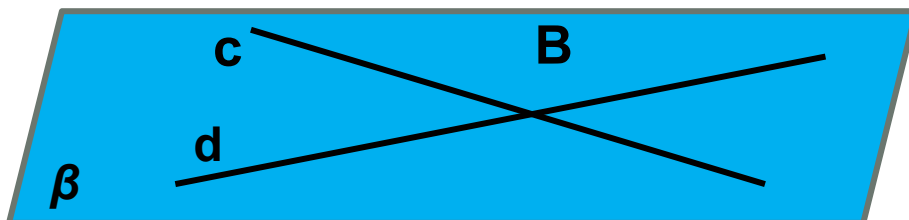
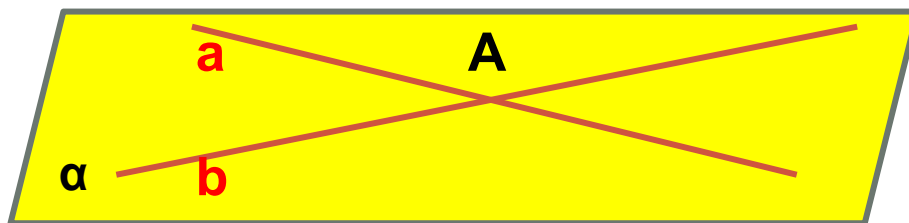
Две плоскости называются параллельными, если они не имеют общих точек, то есть не пересекаются



# ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

## Теорема.

Если 2 пересекающиеся прямые  
одной плоскости  
соответственно **параллельны**  
двум пересекающимся прямым  
другой плоскости, то  
такие плоскости параллельны

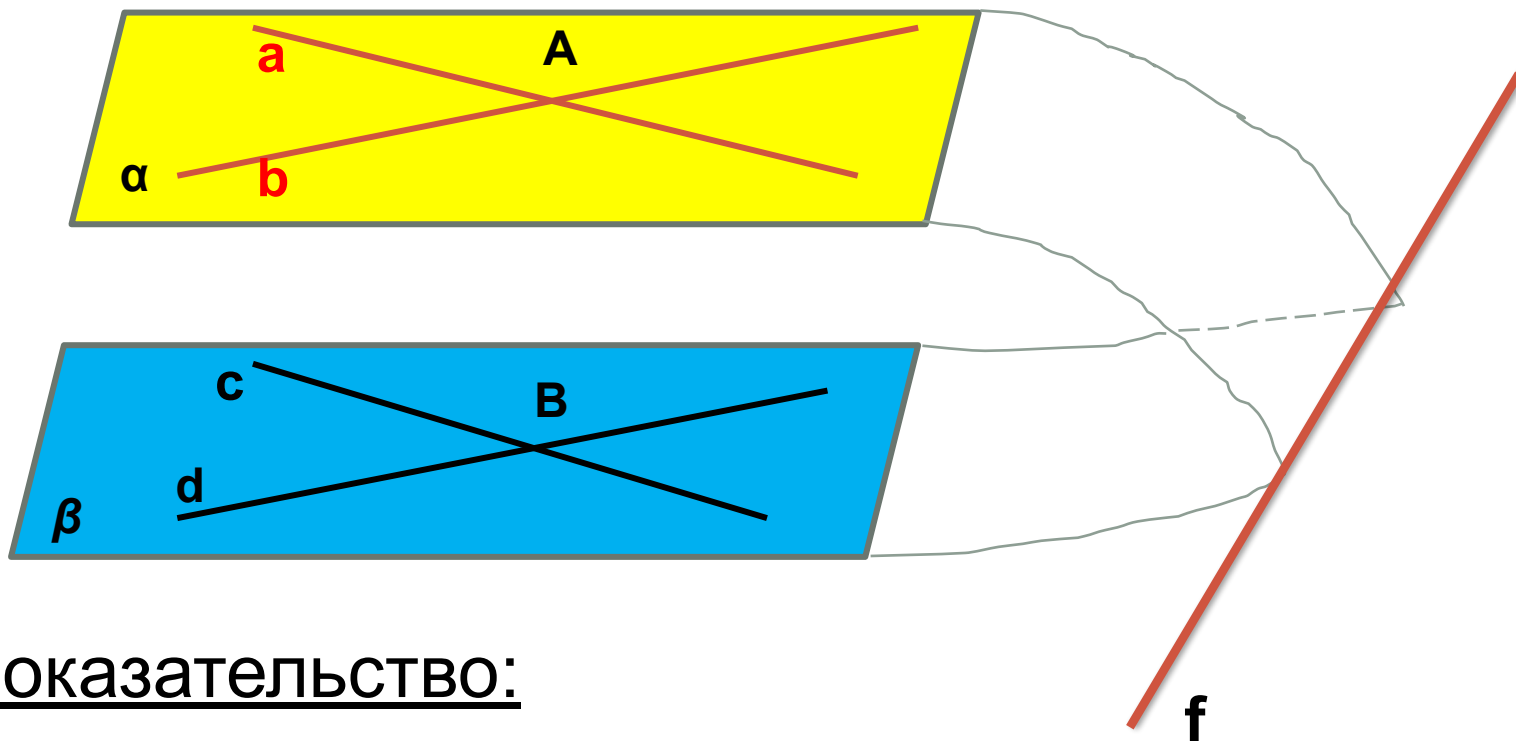


Дано:  $\alpha, \beta,$        $a \in \alpha, b \in \alpha,$   
                                   $c \in \beta, d \in \beta$

$a \cap b = A, \quad c \cap d = B$

$a \parallel c, \quad b \parallel d,$

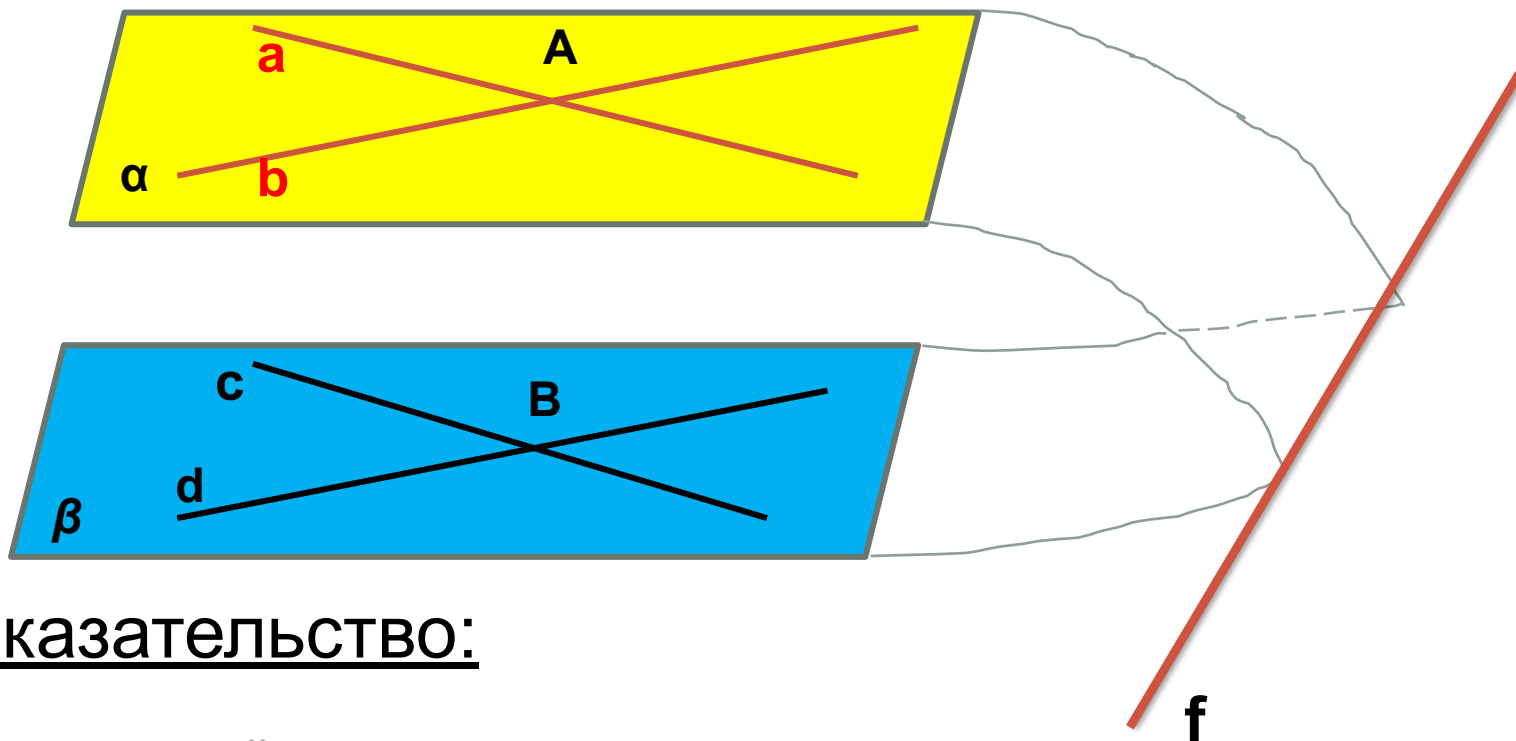
Доказать:  $\alpha \parallel \beta,$



## Доказательство:

1. Методом «от противного».  
Допустим, что  $\alpha \nparallel \beta$ ,

Тогда  $\alpha \cap \beta$  по прямой,  
обозначим эту прямую  $f$



## Доказательство:

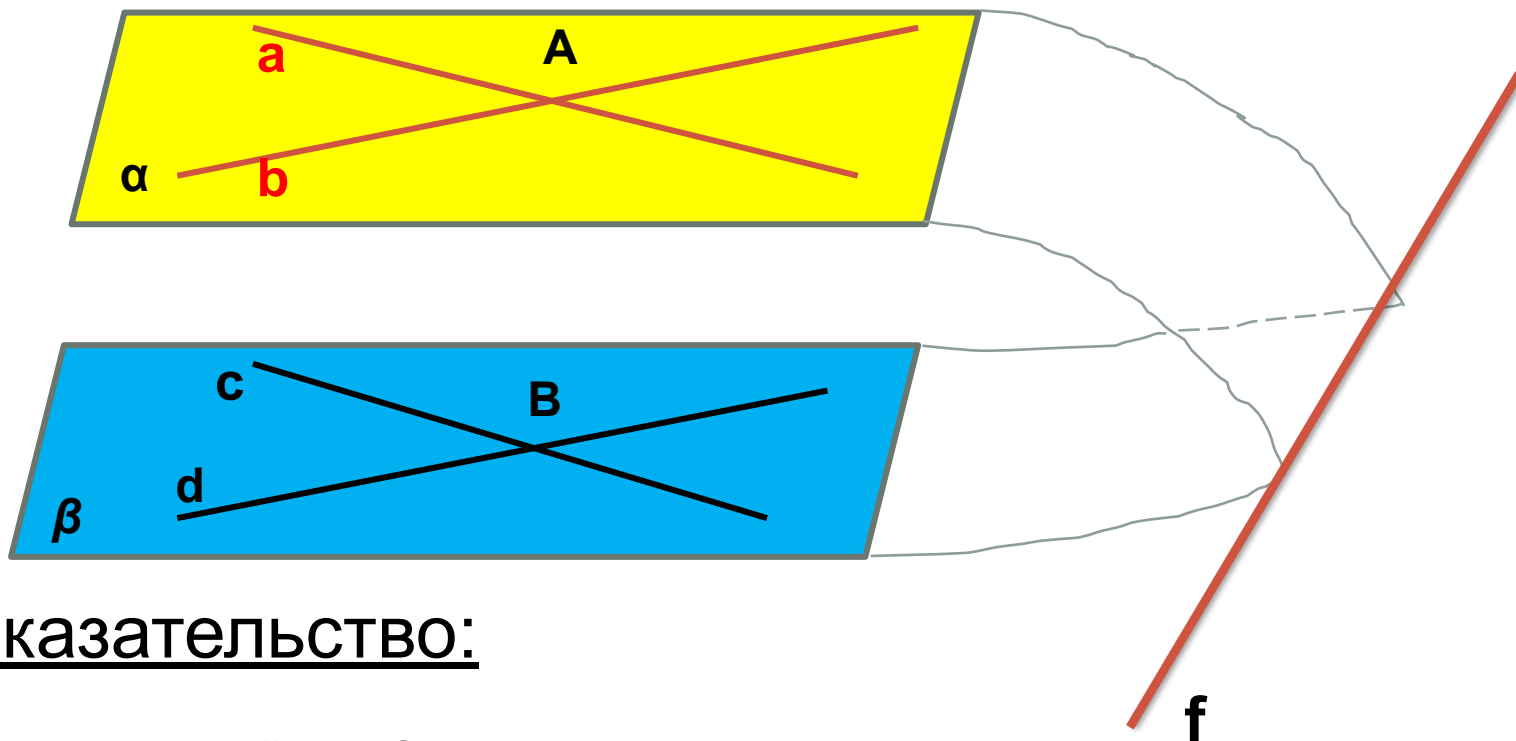
2. Так как  $a \parallel c$ ,  $c \in \beta$ , то  $a \parallel \beta$

по признаку параллельности прямой и плоскости

3. Тогда  $a \not\cap \beta$ , а значит *прямая  $a$  не пересекает и прямую  $f$*

Следовательно,  $a \parallel f$ ,

Так как они находятся в одной плоскости  $\alpha$  и не пересекаются



### Доказательство:

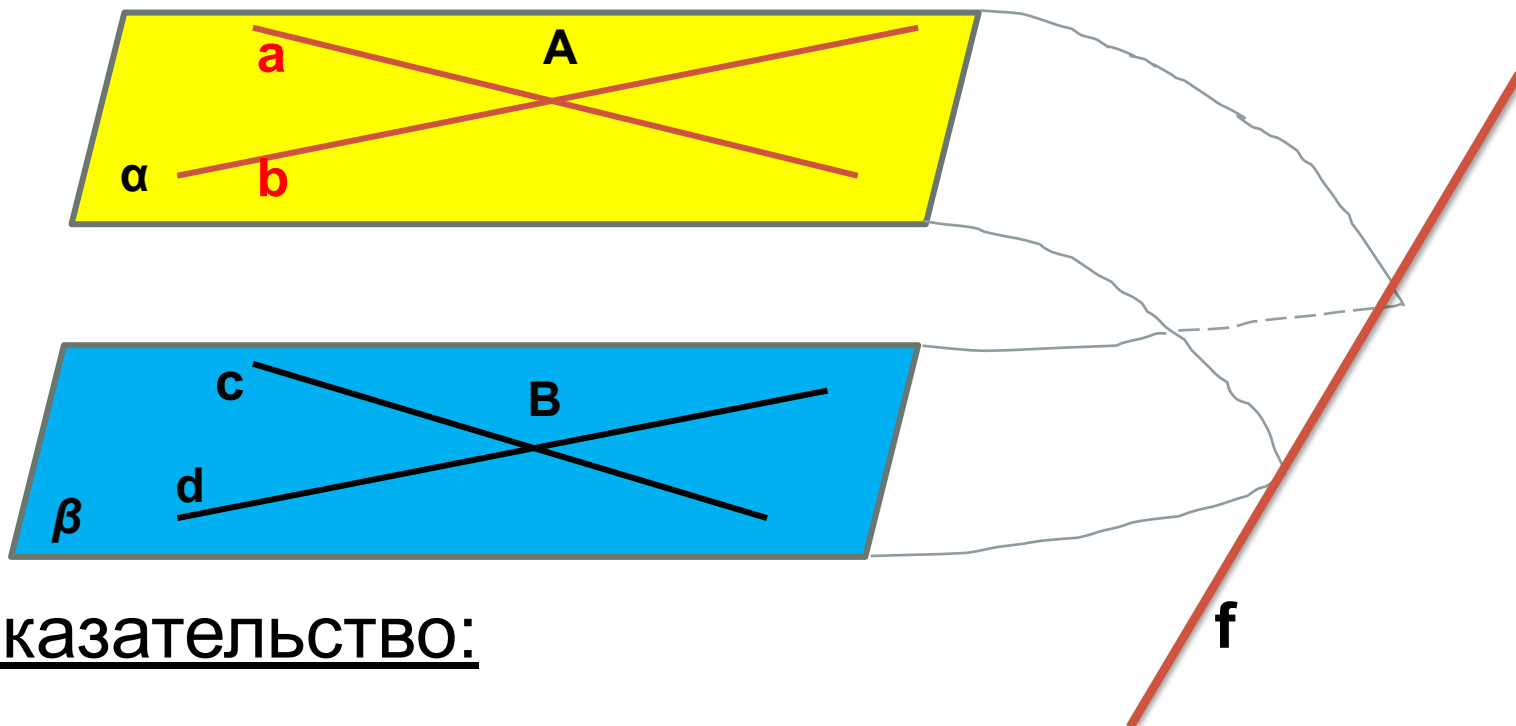
4. Так как  $b \parallel c$ ,  $b \in \beta$ , то  $b \parallel \beta$

по признаку параллельности прямой и плоскости

5. Тогда  $b \not\cap \beta$ , а значит *прямая  $b$  не пересекает и* прямую  $f$

Следовательно,  $b \parallel f$ ,

Так как они находятся в одной плоскости  $\alpha$  и не пересекаются



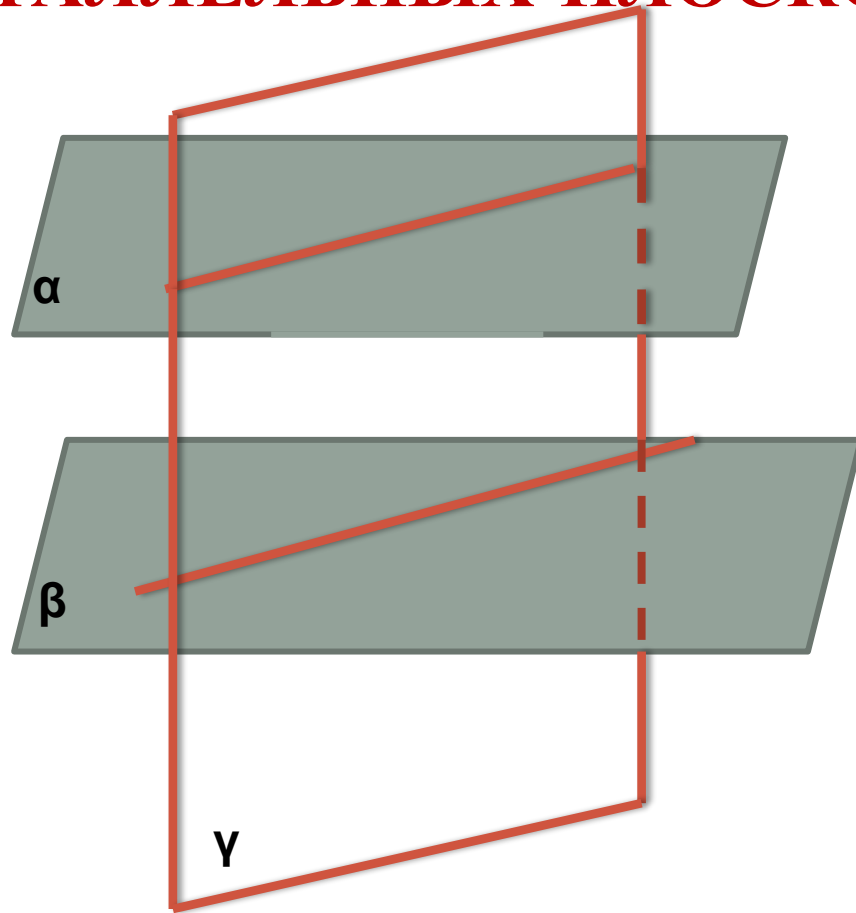
Доказательство:

6. Получилось, что через точку  $A$  проходят две прямые  $a$  и  $b$ , параллельные прямой  $f$ , что противоречит теореме 2.1

7. Значит, допущение неверно.

Следовательно,  $\alpha \parallel \beta$ , что и требовалось доказать

# СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ



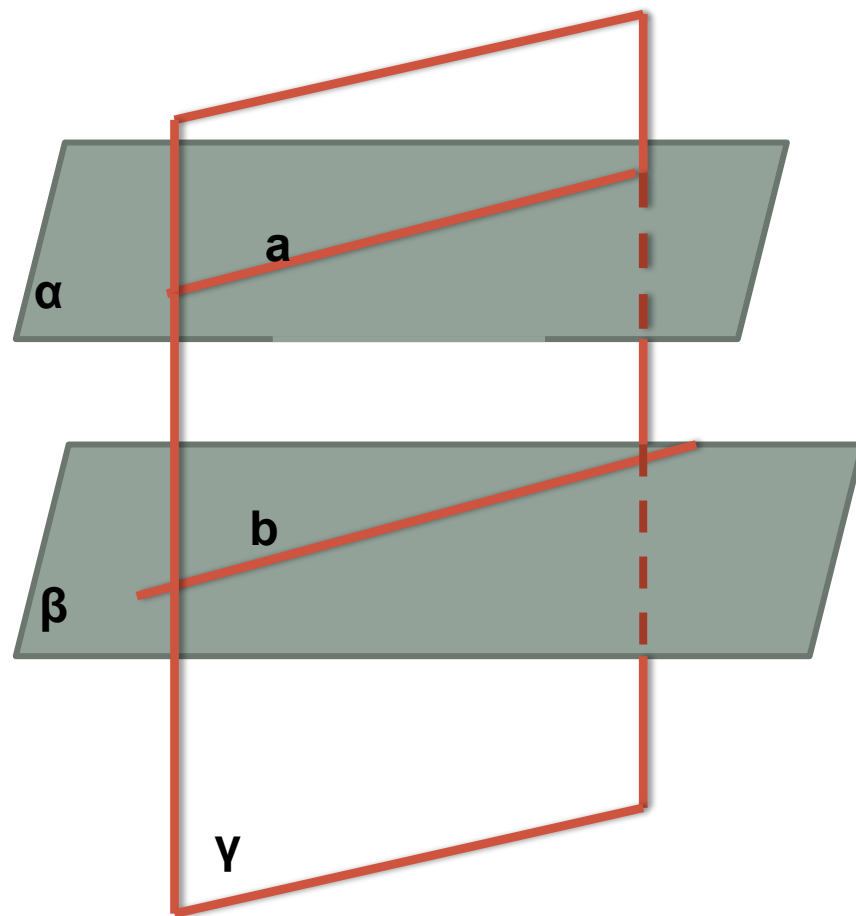


# 1 СВОЙСТВО

Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны

Дано:  $\alpha \parallel \beta$ ,  
 $\gamma \cap \alpha = a$ ,  
 $\gamma \cap \beta = b$   
 $a \parallel b$ ,

Доказать:  $a \parallel b$



# 1 СВОЙСТВО

Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны

Доказательство:

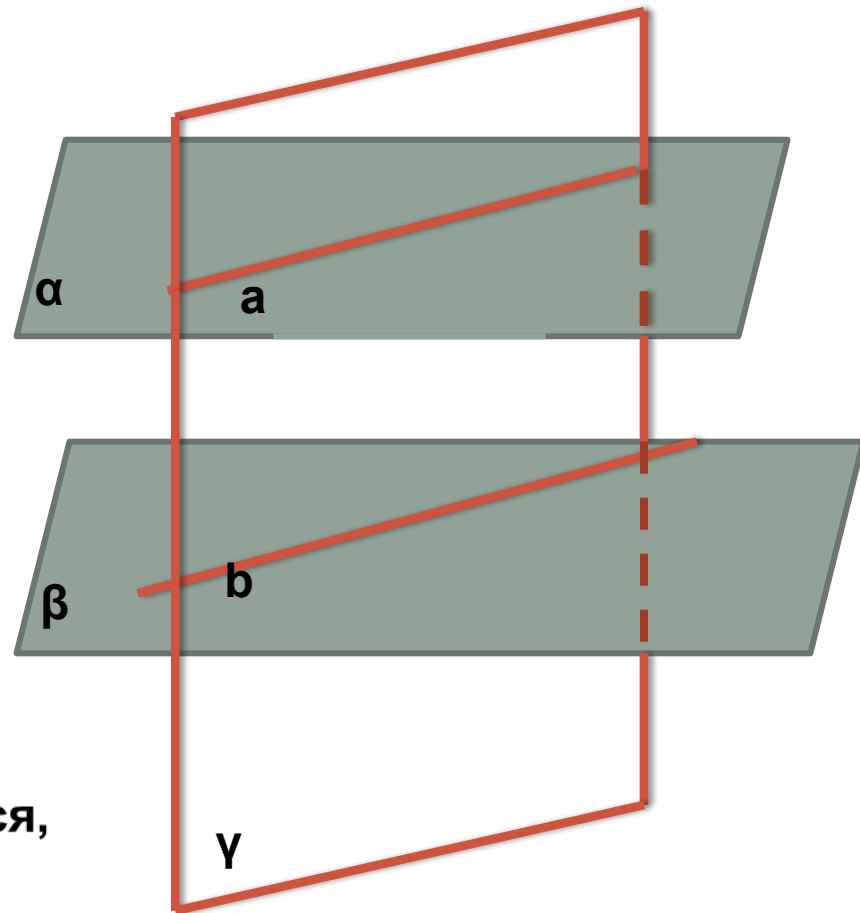
$\alpha \parallel \beta$ , то есть плоскости не пересекаются, а значит, и прямые, лежащие в этих плоскостях не пересекаются

Значит, прямые  $a$  и  $b$  не пересекаются

А так как обе эти прямые лежат в одной плоскости  $\gamma$ , то прямые параллельны по определению

$$a \parallel b$$

Что и требовалось доказать

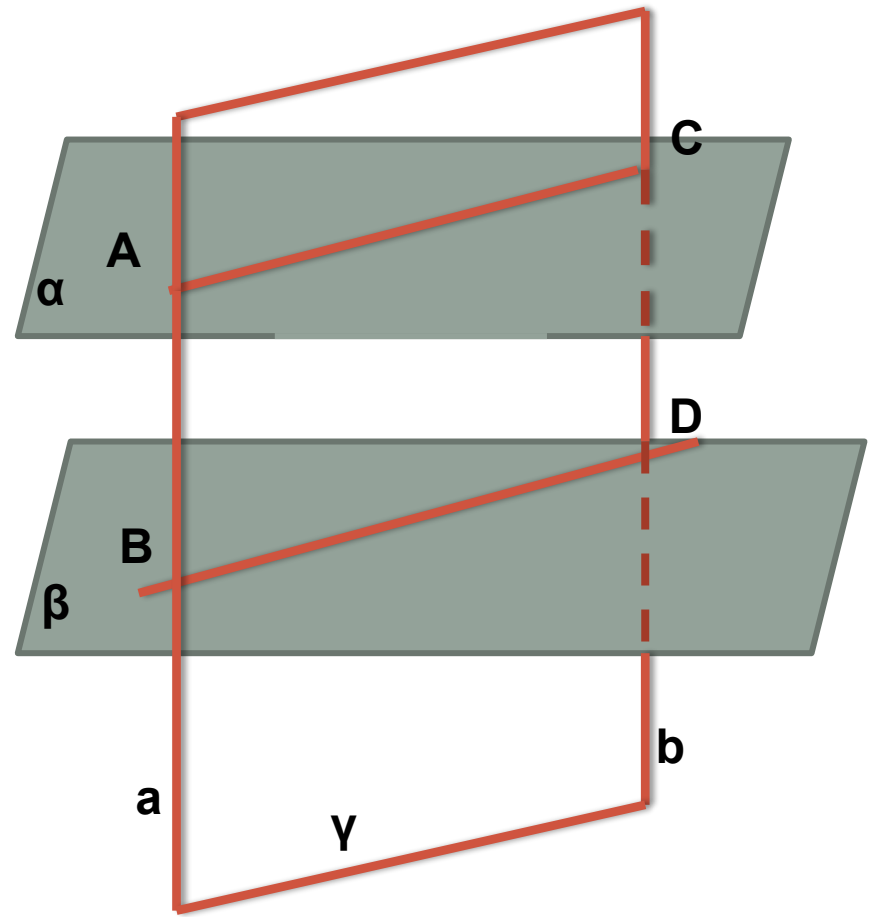


## 2 СВОЙСТВО

Отрезки параллельных  
прямых, заключённые  
между двумя  
параллельными  
плоскостями, равны

Дано:  $\alpha \parallel \beta$ ,  
 $a \cap \alpha = A$ ,  
 $a \cap \beta = B$   
 $b \cap \alpha = C$ ,  
 $b \cap \beta = D$   
 $a \parallel b$ ,

Доказать:  $AB = CD$



## 2 СВОЙСТВО

Отрезки параллельных прямых, заключённых между двумя параллельными плоскостями, равны

Доказательство :

$\alpha \parallel \beta$ ,

Проведём через 2 параллельные прямые  $a$  и  $b$  плоскость  $\gamma$

Тогда по 1 свойству прямые пересечения плоскостей параллельны, т.е.  $AC \parallel BD$ ,

Таким образом,  $AC \parallel BD$ ,  $AB \parallel CD$ , а значит, четырёхугольник  $ABCD$  является параллелограммом

Поэтому, противоположные стороны равны, т.е.  $AB = CD$

