Оценка статистической значимости коэффициентов регрессии и уравнения в целом

Большинство эконометрических моделей требуют многократного улучшения и уточнения.

Для этого необходимо проведение соответствующих расчетов, связанных:

- с установлением выполнимости или невыполнимости тех или иных предпосылок;

- анализом качества найденных оценок;
- достоверностью полученных выводов.

Обычно эти расчеты проводятся по схеме статистической проверки гипотез.

Статистической называют гипотезу о виде закона распределения или о параметрах известного распределения.

В первом случае гипотеза называется непараметрической, а во втором – параметрической.

Гипотеза H_0, подлежащая проверке, называется нулевой (основной).

Наряду с нулевой рассматривают гипотезу H_1, которая будет приниматься, если отклоняется H_0.

Такая гипотеза называется альтернативной (конкурирующей).

Сущность проверки статистической гипотезы заключается в том, чтобы установить, согласуются или нет данные наблюдений и выдвинутая гипотеза.

Эта задача решается с помощью специальных методов математической статистики – методов статистической проверки гипотез.

При проверке гипотезы выборочные данные могут противоречить гипотезе H_0. Тогда она отклоняется.

Если же статистические данные согласуются с выдвинутой гипотезой, то она не отклоняется.

Статистическая проверка гипотез на основании выборочных данных неизбежно связана с риском принятия ложного решения.

При этом возможны ошибки двух родов.

Ошибка первого рода состоит в том, что будет отвергнута правильная нулевая гипотеза.

Ошибка второго рода состоит в том, что будет принята нулевая гипотеза, в то время как в действительности верна альтернативная гипотеза.

Результаты проверки гипотезы	Возможные состояния гипотезы	
	верна H_0	верна H_1
Гипотеза H_0 отклоняется	Ошибка первого рода	Правильный вывод
Гипотеза H_0 не отклоняется	Правильный вывод	Ошибка второго рода

Первая приводит к более осторожному, консервативному решению, вторая – к неоправданному риску.

Последствия указанных ошибок неравнозначны.

Что лучше или хуже – зависит от конкретной постановки задачи и содержания нулевой гипотезы.

Например, если H_0 состоит в признании продукции предприятия качественной и допущена ошибка первого рода, то будет забракована годная продукция.

Допустив ошибку второго рода, мы отправим потребителю брак.

Очевидно, последствия второй ошибки более серьезны с точки зрения имиджа фирмы и ее долгосрочных перспектив.

Исключить ошибки первого и второго рода невозможно в силу ограниченности выборки.

Поэтому стремятся минимизировать потери от этих ошибок.

При этом одновременное уменьшение вероятностей данных ошибок невозможно, так как задачи их уменьшения являются конкурирующими.

Снижение вероятности допустить одну из них влечет за собой увеличение вероятности допустить другую.

Вероятность совершить ошибку первого рода принято обозначать буквой α, и ее называют уровнем значимости.

Обычно значения **α** задают заранее

(например, 0,1; 0,05; 0,01 и т.д.)

Если **α** = 0,05, то это означает, что исследователь не хочет совершить ошибку первого рода более чем в 5 случаях из 100.

Проверку статистической гипотезы осуществляют на основании данных выборки.

Для этого используют специально подобранную случайную величину (статистику, критерий), точное или приближенное значение которой известно.

t - случайная величина распределена по закону Стьюдента;

F - случайная величина распределена по закону Фишера.

После выбора определенного критерия множество всех его возможных значений разбивают на два непересекающихся подмножества:

1. содержит значения критерия, при которых нулевая гипотеза отклоняется

2. содержит значения критерия, при которых она не отклоняется.

Совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отклоняют, называют критической областью.

Совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу не отклоняют, называют областью принятия гипотезы.

Основной принцип проверки статистических гипотез можно сформулировать так:

- если наблюдаемое значение критерия (вычисленное по выборке) принадлежит критической области, то нулевую гипотезу отклоняют.

- если же наблюдаемое значение критерия принадлежит области принятия гипотезы, то нулевую гипотезу не отклоняют.

Точки, разделяющие критическую область и область принятия гипотезы, называют критическими.

В основу определения критических точек и критической области положен принцип практической невозможности маловероятных событий.

Общая схема проверки гипотез:

1. Формулировка проверяемой (нулевой – H_0) и альтернативной (H_1) гипотез.

2. Выбор соответствующего уровня значимости α.

3. Выбор критерия для проверки H_0.

4. Определение критической области и области принятия гипотезы.

5. Вычисление наблюдаемого значения (фактического) критерия.

6. Принятие статистического решения.

Эмпирическое уравнение регрессии определяется на основе конечного числа статистических данных.

Коэффициенты эмпирического уравнения регрессии являются случайными величинами, изменяющимися от выборки к выборке.

При проведении статистического анализа перед исследователем возникает необходимость сравнения эмпирических коэффициентов регрессии **a** и **b** с некоторыми теоретически ожидаемыми значениями $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$ этих коэффициентов.

Выдвигается ноль-гипотеза:

- коэффициент регрессии статистически незначим

$$H_0: \quad b = 0$$

Альтернативная гипотеза:

- коэффициент регрессии статистически значим

$$H_0: \quad b \neq 0$$

Статистическая значимость

коэффициента регрессии

проверяется с помощью t-

критерия Стьюдента.

Для этого сначала необходимо определить остаточную сумму квадратов:

$$\sigma^2_{ост.} = \sum\left(y_i - \hat{y}_i\right)^2$$

Ее среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sigma^2_{ост.}}{n-2}}$$

Затем определяется стандартная ошибка коэффициента регрессии

$$se(b) = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum \left(x_i - \bar{x}\right)^2}}$$

Фактическое значение t-критерия Стьюдента для коэффициента регрессии рассчитывается как:

$$t_b = \frac{b}{se(b)}$$

Критическое значение t-статистики определяется из таблицы распределения данной случайной величины при заданном уровне значимости **α** и числе степеней свободы (**n**-2), где **n** – размер выборки.

Если $\mathbf{t_b > t_{кр}}$, то нулевая гипотеза отвергается и принимается альтернативная гипотеза о статистической значимости коэффициента регрессии с вероятностью **(1- α)**

В противном случае, говорят, что «нет оснований отвергать нулевую гипотезу»: коэффициент регрессии статистически незначим.

По аналогичной схеме на основании t-статистики проверяется гипотеза о статистической значимости коэффициента **a**.

Для парной регрессии более важным является анализ статистической значимости коэффициента **b**, так как именно в нем скрыто влияние объясняющей переменной **X** на зависимую переменную **Y**.

Можно построить доверительный интервал для b:

$$\left[b - t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \cdot se(b) \, , \, b + t_{\frac{\alpha}{2},n-2} \cdot se(b) \right]$$

Доверительный интервал накрывает истинное значение параметра b с заданной вероятностью (если $\alpha=0{,}05$, то с вероятностью в 95%).

Оценка статистической значимости постороенной модели регрессии в целом производится с помощью

F-критерия Фишера. В качестве нулевой гипотезы используется утверждение о незначимости коэффициента детерминации:

$$H_0: \quad r^2 = 0$$

Соответственно, альтернативная гипотеза - коэффициент детерминации статистически значим:

$$H_1: \quad r^2 \neq 0$$

Фактическое значение F-критерия для уравнения парной регрессии, линейной по параметрам определяется как:

$$F_{ф.} = \frac{\sigma^2_{фактор}}{\sigma^2_{ост.}}(n-2) = \frac{r^2}{1-r^2}(n-2)$$

Фактическое значение сравнивается с табличным значением случайной величины, распределенной по закону Фишера.

Если $F_{фактич.} > F_{крит.}$,

то нулевая гипотеза о незначимости коэффициента детерминации отвергается и принимается альтернативная гипотеза – коэффициент детерминации статистически значим.

В противном случае, нулевая гипотеза не отвергается.