# ОСНОВЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ

СЛУЧАЙНАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ. СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ И ФОРМУЛА БАЙЕСА. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ. ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

### СЛУЧАЙНАЯ ИЗМЕНЧИВОСТЬ

Идея случайности

Случайная изменчивость

Закономерность и случайность

# НАУКА - ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Изучением закономерностей, которые порождаются случайными событиями

#### СОБЫТИЯ И ИХ ВЕРОЯТНОСТИ

Вероятность - численная мера возможности наступления некоторого события.

A - случайное событие — вероятность данного события обозначается через P(A).

для любого события A: 0 < P(A) < 1.

#### СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

элементарный исход

пространство элементарных событий – Ω

 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ , - *Случайные события* (события), будем называть подмножества пространства элементарных событий  $\Omega$ .

Пространством элементарных событий называют произвольное множество  $\Omega$ ,  $\Omega = \{\omega\}$ . Элементы  $\omega$  этого множества  $\Omega$  называют элементарными событиями.

событие  $\Omega$  называется достоверным событием

пустое множество Ø называется невозможным событием

*противоположным (отрицанием* события A) событию A называется событие, состоящее в том, что событие A не произошло. Обозначается  $\bar{A}$ ,  $\bar{A} = \Omega \backslash A$ 

*несовместными* событиями называются события A и B, для которых A  $B = \emptyset$ .

объединением, или суммой, событий A и B называют событие C, которое состоит в том, что происходит хотя бы одно из событий A и B.  $C = A \cup B$  или C = A + B.

*пересечением*, или *произведением* событий A и B называют событие C, которое состоит в том, что происходят оба события A и B.  $C = A \cap B$  или C = AB

Разностью событий A и B называется событие, состоящее из всех элементарных событий принадлежащих A, но не принадлежащих B. Обозначается  $A \backslash B$ .

# СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТИ

0 ≤ *P*(*A*)≤ 1 для любого события *A*.

P(A + B) = P(A) + P(B), если события A и B несовместимы, а в общем случае P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).

Вероятность достоверного события равна 1, а невозможного события — нулю.

#### НЕЗАВИСИМОСТЬ СОБЫТИЙ

События A и B называются независимыми, если P(AB) = P(A)P (B).

# УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ**•**

Условной вероятностью  $P_A(B) = P(B|A)$  называют вероятность события B, вычисленную в предположении, что событие A уже наступило.

$$P(AB) = P(B)P(A|B) = P(A)P(B|A)$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

#### ВЕРОЯТНОСТИ И ФОРМУЛА БАЙЕСА

 $P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+...+P(B_n)P(A|B_n)$ 

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A | B_i)}{P(A)}, i = 1,...,n$$

# **ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

 $P_{\xi}(X) = P(\xi X)$  - распределение вероятностей  $P_{\xi}$  на X

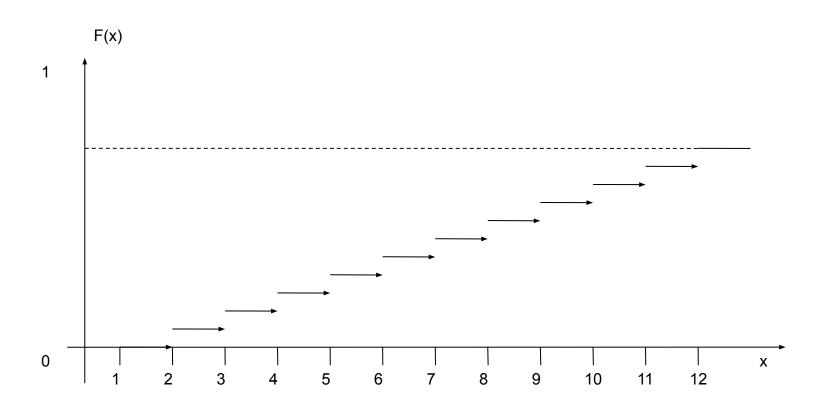
# ВИДЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

дискретные

непрерывные

# ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Функцией распределения F(x) случайной величины  $\xi$  называют  $F(x) = P(\xi \le x)$ .

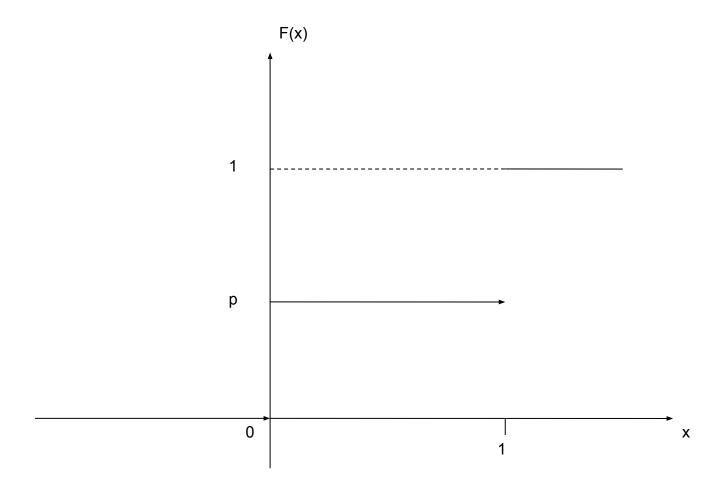


# ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ

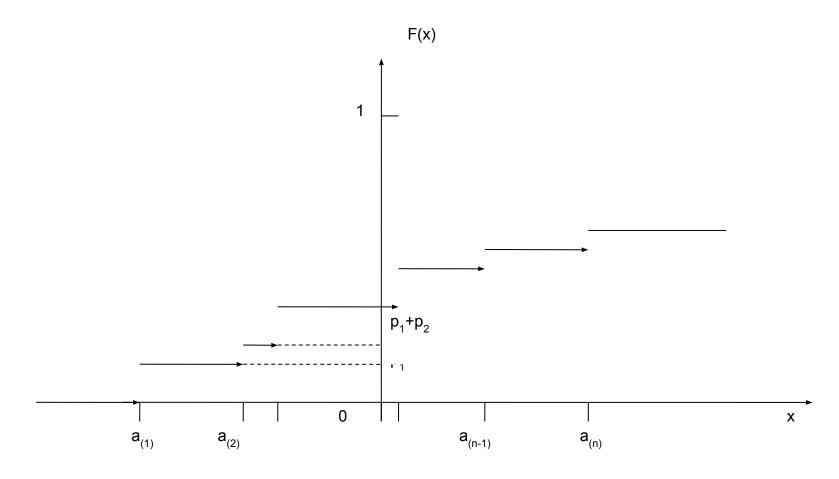
Функция p(t) называется плотностью вероятности в точке t (иногда — плотностью случайной величины  $\xi$ ), если (для любых чисел a,b (пусть a < b)

$$P(a < \xi < b) \int_{b}^{a} p(x)d(x)$$

# РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, СОСРЕДОТОЧЕННОГО В ДВУХ ТОЧКАХ



# ГРАФИК ФУНКЦИИ ДИСКРЕТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



# ПРИМЕР НЕПРЕРЫВНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

