

Мощность множества

Элементы комбинаторики.

Счетные и континуальные множества

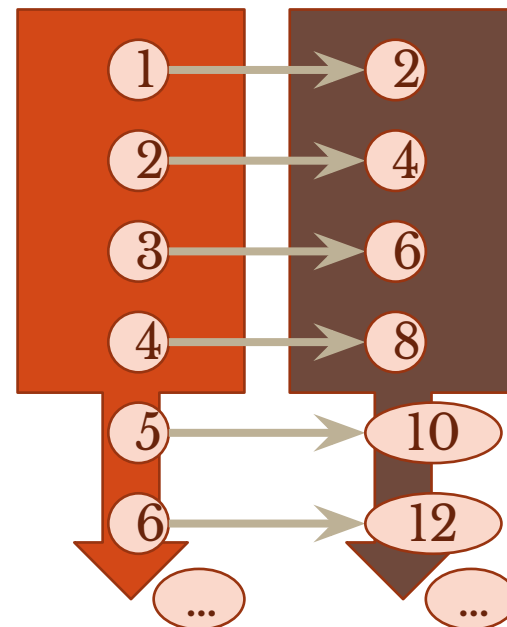
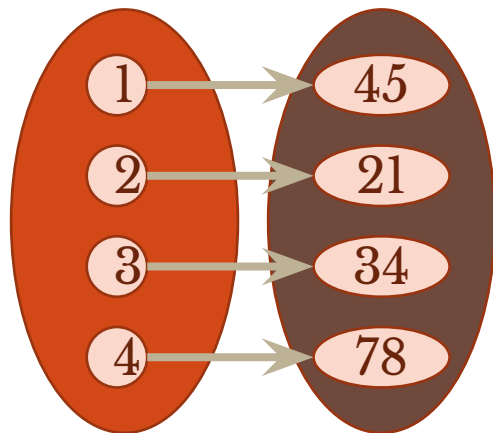
Отношение равномощности множеств

- Множества A и B называются *равномощными*, если между ними **можно** установить взаимно-однозначное соответствие (биекцию).

$$A \sim B$$



$(\exists \varphi: A \rightarrow B) \varphi$ – биекция



Примеры равномоощных множеств

{1; 2; 3;

4} ~ {45; 21; 34; 78}

- Чисел 45, 21, 34, 78 **столько же**, сколько чисел 1, 2, 3, 4.
- Букв а, b, c, d **столько же**, сколько чисел 1, 2, 3, 4.
- ...

Очевидно!

$N \sim \{2n \mid n \in N\}$

- Натуральных чисел **столько же**, сколько четных чисел.
- Целых чисел **столько же**, сколько натуральных чисел.
- ...

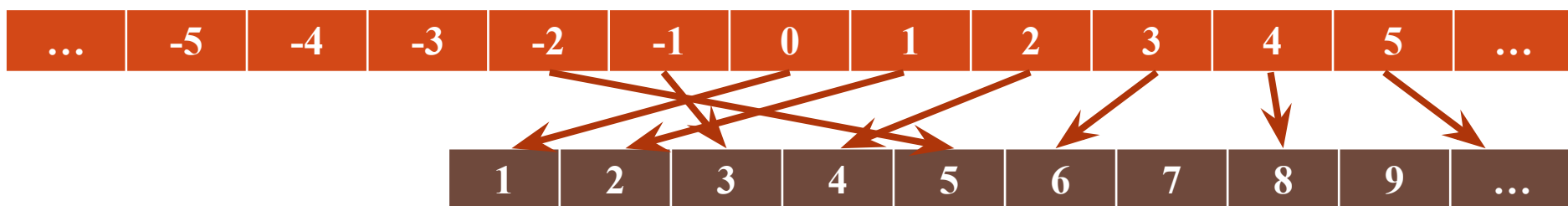
Невероятно! но...

Парадоксы бесконечного

- Целых чисел **столько же**, сколько натуральных.

Невероятно! но...

соответствует
определению!



Парадоксы бесконечного

- Рациональных чисел (целых и дробных) **столько же**, сколько целых.

Невероятно! но...

соответствует
определению!

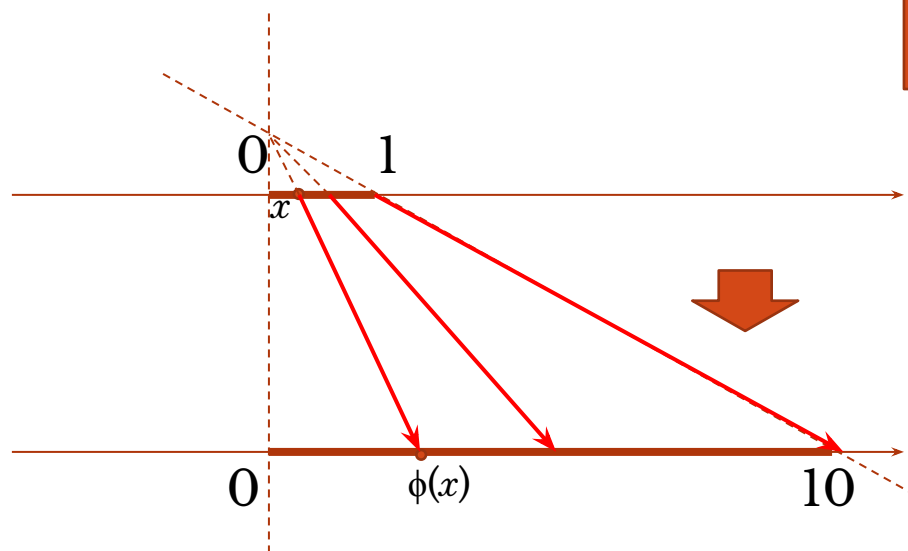
...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
...	-3/2		-1/2		1/2		3/2	...
...		-2/3	-1/3		1/3	2/3		...
...	-3/4		-1/4		1/4		3/4	...
...	-3/5	-2/5	-1/5		1/5	2/5	3/5	...
	...	...	...		...	...	...	...

Получили взаимно-однозначное соответствие между множеством $\mathbb{Z}$ и множеством $\mathbb{Q}$

...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
...	-3	-1/3	-2	-1/2	-1	0	1	1/2	2	1/3	3	1/4	2/3	3/2	...

Парадоксы бесконечного

- Действительных чисел на отрезке $[0;10]$ **столько же**, сколько на отрезке $[0;1]$.



Невероятно! но...

соответствует
определению!

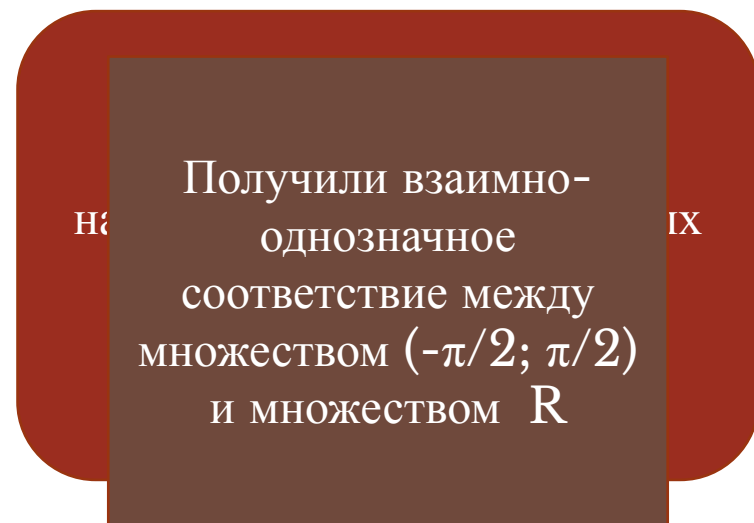
Будем проектировать
точки отрезка $[0;1]$
на отрезок $[0;10]$
из центра проекции,
полученного на пересечении
прямых, соединяющих концы
отрезков

$[0; 1] \sim [0; 10]$

$(\exists \varphi: [0; 1] \rightarrow [0; 10]) \varphi(x) = 10x,$
 φ — биекция

Парадоксы бесконечного

- Действительных чисел **столько же**, сколько чисел на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$.



$$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \sim \mathbb{R}$$


$$(\exists \varphi: [0; 1] \rightarrow [0; 10]) \varphi(x) = \operatorname{tg} x, \\ \varphi - \text{биекция}$$