

Механические колебания и волны

Колебания и волны

- **Колебания** — повторяющийся в той или иной степени во времени процесс изменения состояний системы около точки равновесия.
 - Например, при колебаниях маятника повторяются отклонения его в ту и другую сторону от вертикального положения; при колебаниях в электрическом колебательном контуре повторяются величина и направление тока, текущего через катушку.
- Колебания почти всегда связаны с попеременным **превращением энергии** одной формы проявления в другую форму.
- *Колебания* различной физической природы имеют много общих закономерностей и тесно взаимосвязаны с волнами. Поэтому исследованиями этих закономерностей занимается обобщённая теория колебаний и волн.
Принципиальное отличие от волн: при колебаниях не происходит переноса энергии, это, так сказать,

Классификация

ПО ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ

- **Механические** (звук, вибрация)
- **Электромагнитные** (свет, радиоволны, тепловые)
- **Смешанного типа** — комбинации вышеперечисленных

Классификация

ПО ХАРАКТЕРУ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Вынужденные — колебания, протекающие в системе под влиянием внешнего периодического воздействия. Примеры: листья на деревьях, поднятие и опускание руки. При вынужденных колебаниях может возникнуть явление [резонанса](#): резкое возрастание амплитуды колебаний при совпадении [собственной частоты осциллятора](#) и частоты внешнего воздействия.

Свободные (или собственные) — это колебания в системе под действием внутренних сил, после того как система выведена из состояния равновесия (в реальных условиях свободные колебания всегда [затухающие](#)). Простейшими примерами свободных колебаний являются колебания груза, прикрепленного к пружине, или груза, подвешенного на нити.

Классификация

ПО ХАРАКТЕРУ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Автоколебания — колебания, при которых система имеет запас потенциальной энергии, расходуемой на совершение колебаний (пример такой системы — механические часы). Характерным отличием автоколебаний от свободных колебаний является, то что их амплитуда определяется свойствами самой системы, а не начальными условиями.

Параметрические — колебания, возникающие при изменении какого-либо параметра колебательной системы в результате внешнего воздействия.

Случайные — колебания, при которых внешняя или параметрическая нагрузка является случайным процессом.

Классификация

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая (или любая другая) величина изменяется с течением времени по синусоидальному или косинусоидальному закону.

Механические колебания

Наряду с поступательными и вращательными движениями тел в механике значительный интерес представляют и *колебательные движения*.

Механическими колебаниями называют движения тел, повторяющиеся точно (или приблизительно) через одинаковые промежутки времени. Закон движения тела, совершающего колебания, задается с помощью некоторой периодической функции времени $x = f(t)$. Графическое изображение этой функции дает наглядное представление о протекании колебательного процесса во времени.

Механические колебания

Примерами простых колебательных систем могут служить груз на пружине или математический маятник (рис. 1).

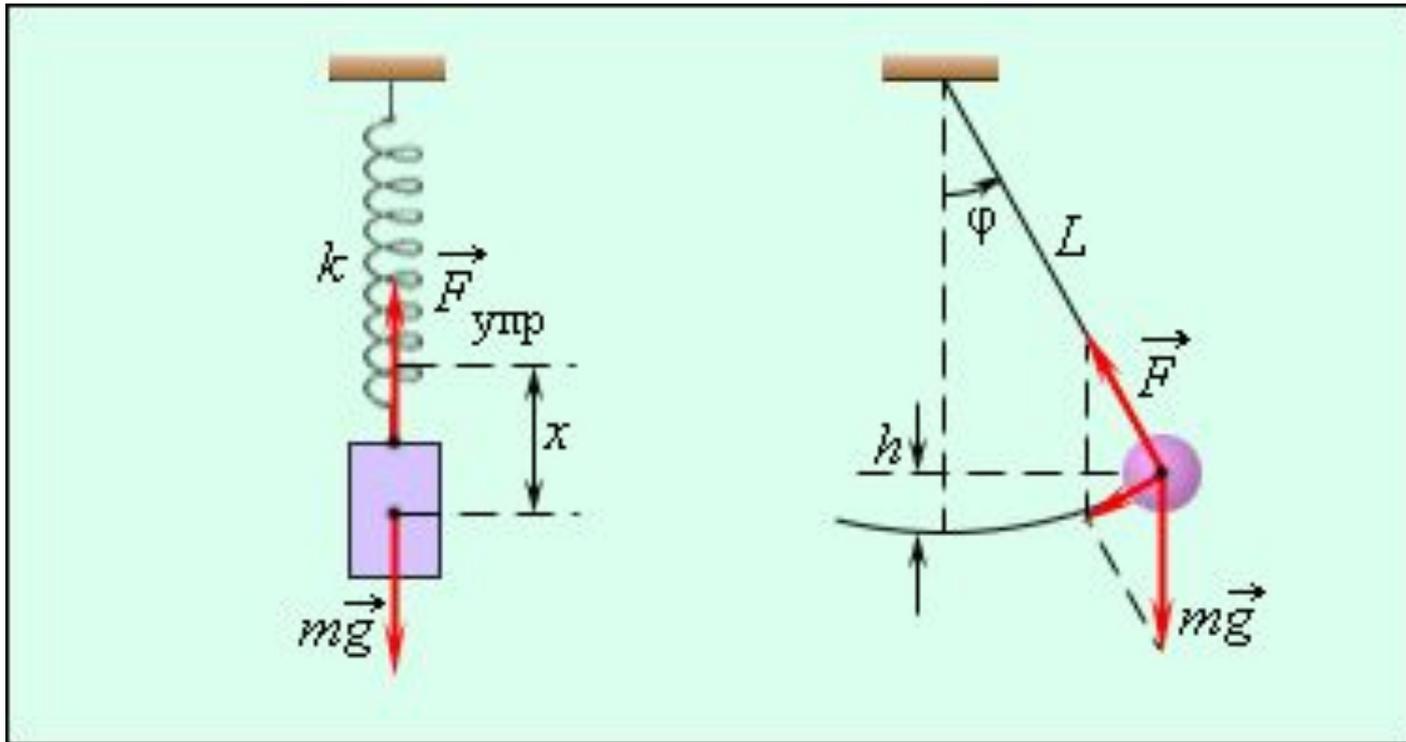


Рисунок 1. Механические колебательные системы

Характеристики механических колебаний

Амплитуда — максимальное отклонение колеблющейся величины от некоторого усреднённого её значения для системы, A или x_m (**м**)

Период — промежуток времени, через который повторяются какие-либо показатели состояния системы (система совершает одно полное колебание), T (**с**)

Частота — число колебаний в единицу времени, f (**Гц, с⁻¹**).

Период колебаний и частота — обратные величины:

$$T = \frac{1}{f} \quad f = \frac{1}{T}$$

В круговых или циклических процессах вместо характеристики «частота» используется понятие

круговая (циклическая) частота ω (**рад/с, с⁻¹**), показывающая число колебаний за 2π единиц времени

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Характеристики механических колебаний

Смещение — отклонение тела от положения равновесия. Обозначение X , Единица измерения метр.

Фаза колебаний — определяет смещение в любой момент времени, то есть определяет состояние колебательной системы.

Механические колебания

- Простейшим видом колебательного процесса являются простые **гармонические колебания**, которые описываются уравнением

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0).$$

- Здесь x – смещение тела от положения равновесия, x_m – амплитуда колебаний, т. е. максимальное смещение от положения равновесия, ω – **циклическая или круговая частота** колебаний, t – время. Величина, стоящая под знаком косинуса

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

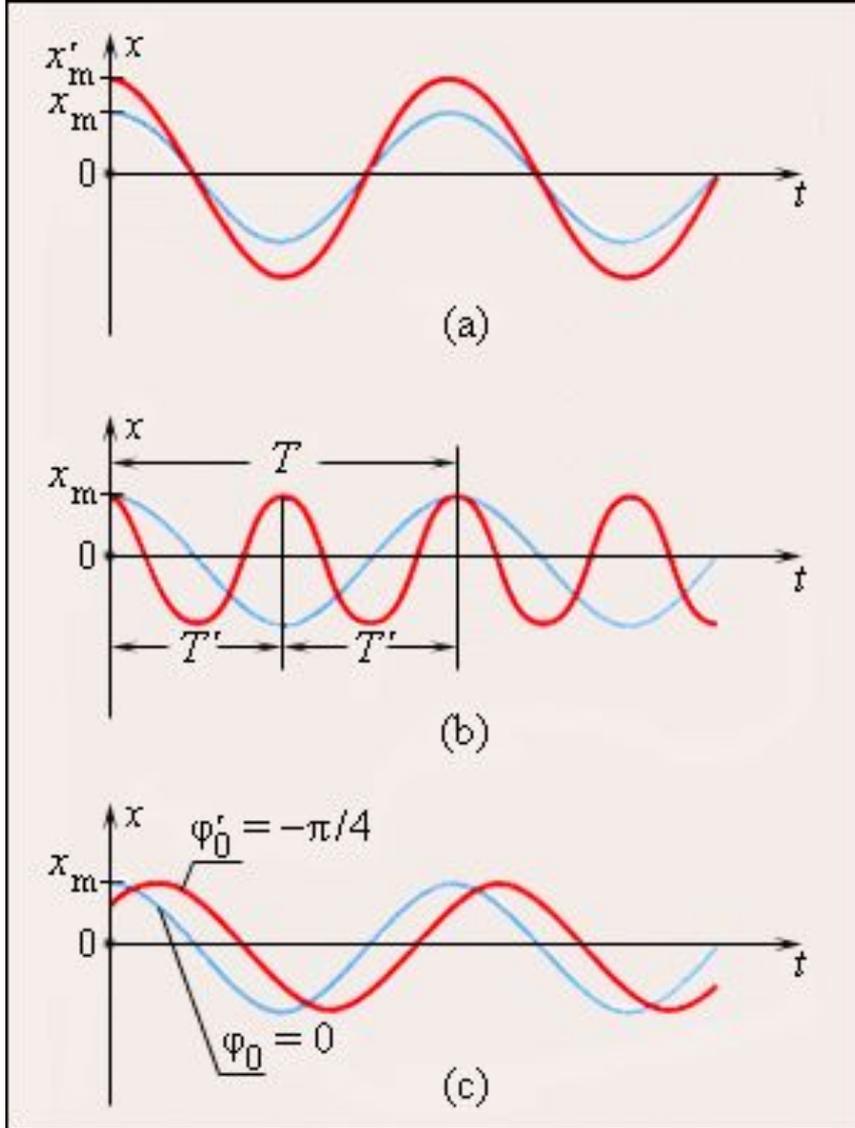
называется **фазой** гармонического процесса.

При $t = 0$ $\varphi = \varphi_0$, поэтому

φ_0 называют **начальной фазой**.

Механические колебания

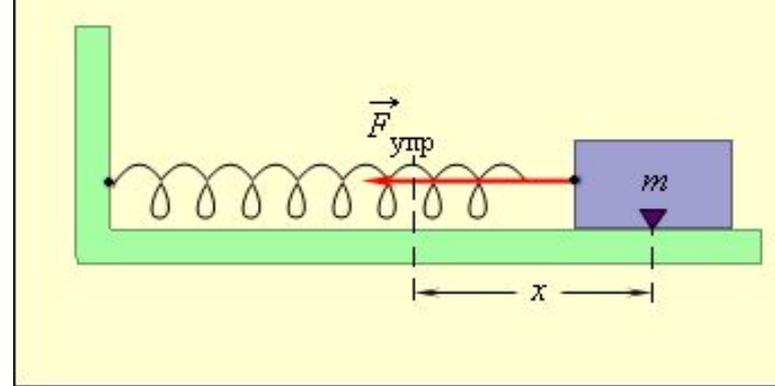
- Рис. 2. иллюстрирует изменения, которые происходят на графике гармонического процесса, если изменяются либо амплитуда колебаний x_m , либо период T (или частота f), либо начальная фаза φ_0 .



- Рисунок 2. Во всех трех случаях для синих кривых $\varphi_0 = 0$:
- a** – красная кривая отличается от синей **только** большей амплитудой ($x'_m > x_m$); **b** – красная кривая отличается от синей **только** значением периода ($T' = T / 2$); **c** – красная кривая отличается от

Свободные колебания.

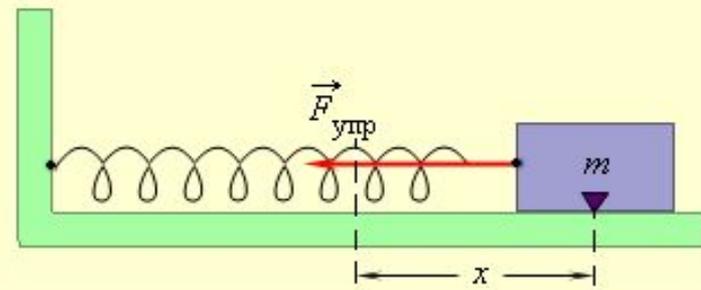
Пружинный маятник



- **Свободные колебания** совершаются под действием внутренних сил системы после того, как система была выведена из положения равновесия.
- Для того, чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходимо, чтобы сила, стремящаяся вернуть тело в положение равновесия, была пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению:

$$F(t) = -kx(t) = -kA \cos(\omega t + \varphi)$$

колебания. Пружинный маятник

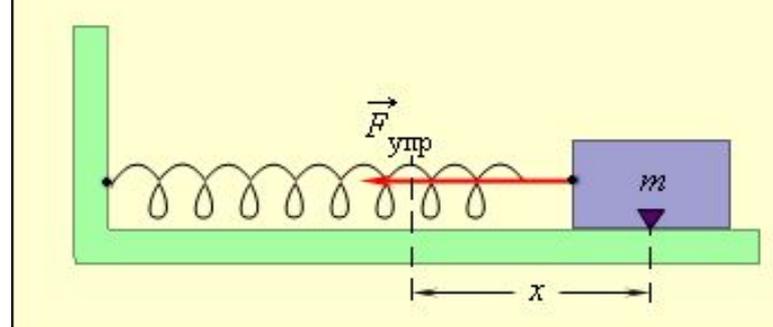


- В этом соотношении ω – круговая частота гармонических колебаний. Таким свойством обладает упругая сила в пределах применимости [закона Гука](#):

$$F_{\text{упр}} = -kx.$$

- Силы любой другой физической природы, удовлетворяющие этому условию, называются **квазиупругими**.
- Таким образом, груз некоторой массы m , прикрепленный к пружине жесткости k , второй конец которой закреплен неподвижно (рис.), составляют систему, способную в отсутствие трения совершать свободные гармонические колебания. Груз на пружине называют **линейным гармоническим**

Свободные колебания.



Пружинный маятник

- Круговая частота ω_0 свободных колебаний груза на пружине находится из второго закона Ньютона: $-kx = m\omega_0^2 x$,

откуда
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

- Частота ω_0 называется **собственной частотой** колебательной системы.
- Период T гармонических колебаний груза на пружине равен

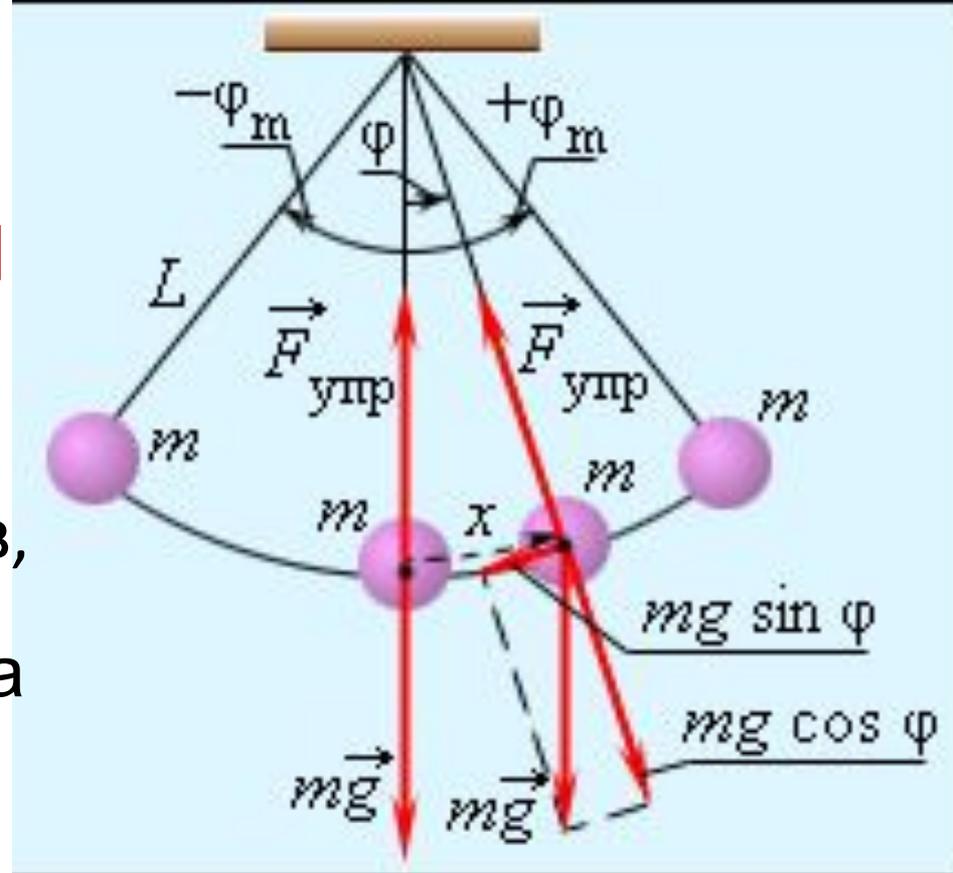
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Свободные колебания. Математический

маятник

- **Математическим маятником** называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.

В **положении равновесия**, когда маятник висит по отвесу, сила тяжести уравнивается силой натяжения нити. При отклонении маятника из положения равновесия на некоторый угол φ появляется касательная составляющая силы тяжести $F_t = -mg \sin \varphi$ (рис.). Знак «минус» в этой формуле означает, что касательная составляющая направлена в сторону, противоположную отклонению



Свободные колебания. Математический маятник

- Только в случае *малых колебаний* математический маятник является гармоническим осциллятором, т. е. системой, способной совершать гармонические колебания. Практически такое приближение справедливо для углов порядка $15\text{--}20^\circ$; при этом.
- Колебания маятника при больших амплитудах не являются гармоническими.

Свободные колебания. Математический маятник

- Формула

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

выражает **собственную частоту малых колебаний математического маятника.**

Тогда **период:** $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$

l – длина нити, g – ускорение свободного падения

Преобразования энергии при свободных механических колебаниях

При свободных механических колебаниях кинетическая и потенциальная энергии изменяются периодически.

При **максимальном** отклонении тела от положения равновесия его скорость, а следовательно, и кинетическая энергия обращаются в нуль. В этом положении потенциальная энергия колеблющегося тела достигает максимального значения.

Для груза на горизонтально расположенной пружине потенциальная энергия – это энергия упругих деформаций пружины. Для

Превращения энергии при свободных механических колебаниях

- Когда тело при своем движении проходит через ***положение равновесия***, его скорость максимальна. В этот момент оно обладает максимальной кинетической и минимальной потенциальной энергией.
- Увеличение кинетической энергии происходит за счет уменьшения потенциальной энергии. При дальнейшем движении начинает увеличиваться потенциальная энергия за счет убыли кинетической энергии и т. д.
- Таким образом, при гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот.

Преобразования энергии при свободных механических колебаниях

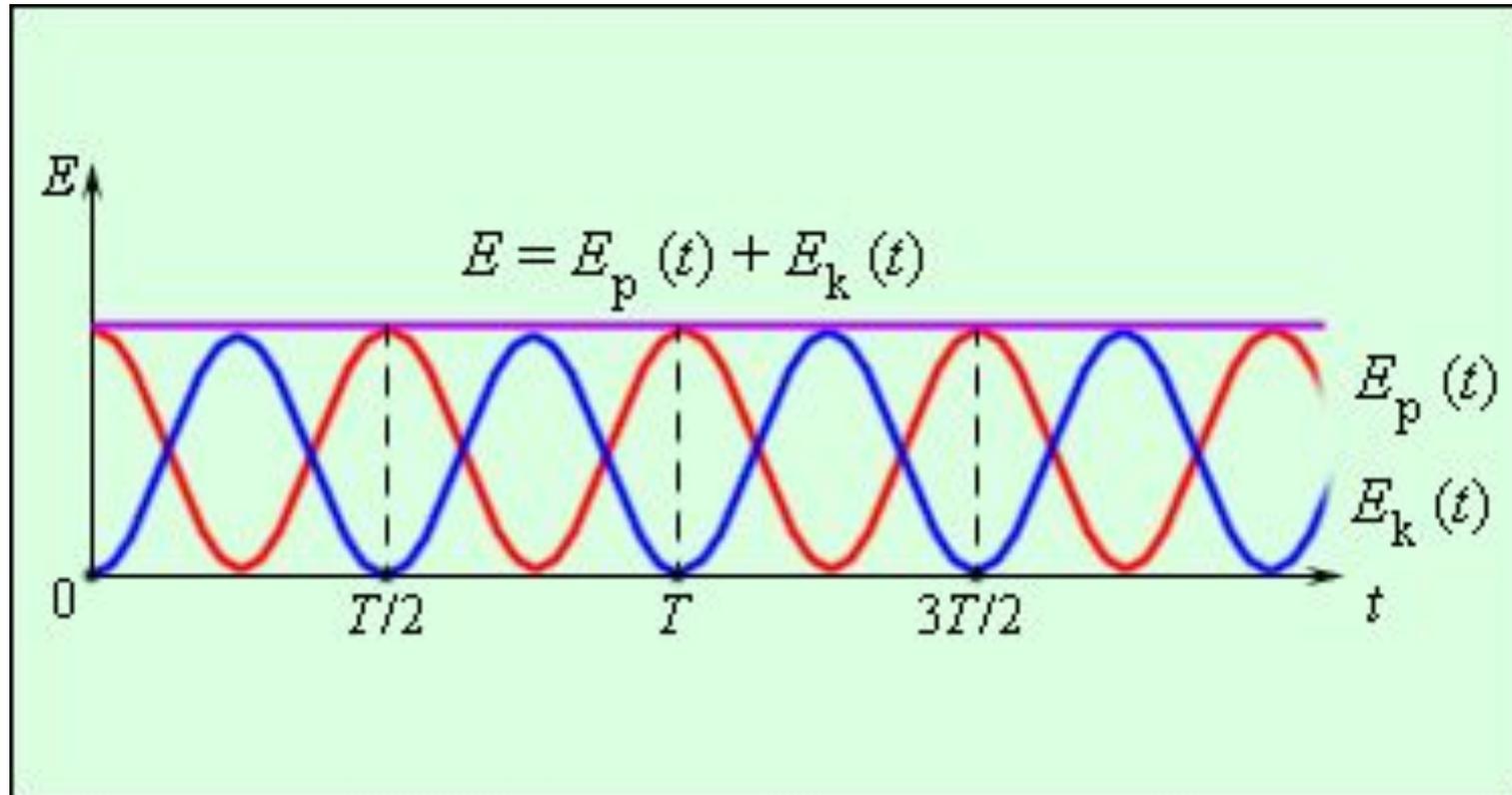


Рис. 4. Преобразования энергии при свободных колебаниях

Преобразования энергии при свободных механических колебаниях

- В реальных условиях любая колебательная система находится под воздействием сил трения (сопротивления). При этом часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию теплового движения атомов и молекул, и колебания становятся **затухающими**

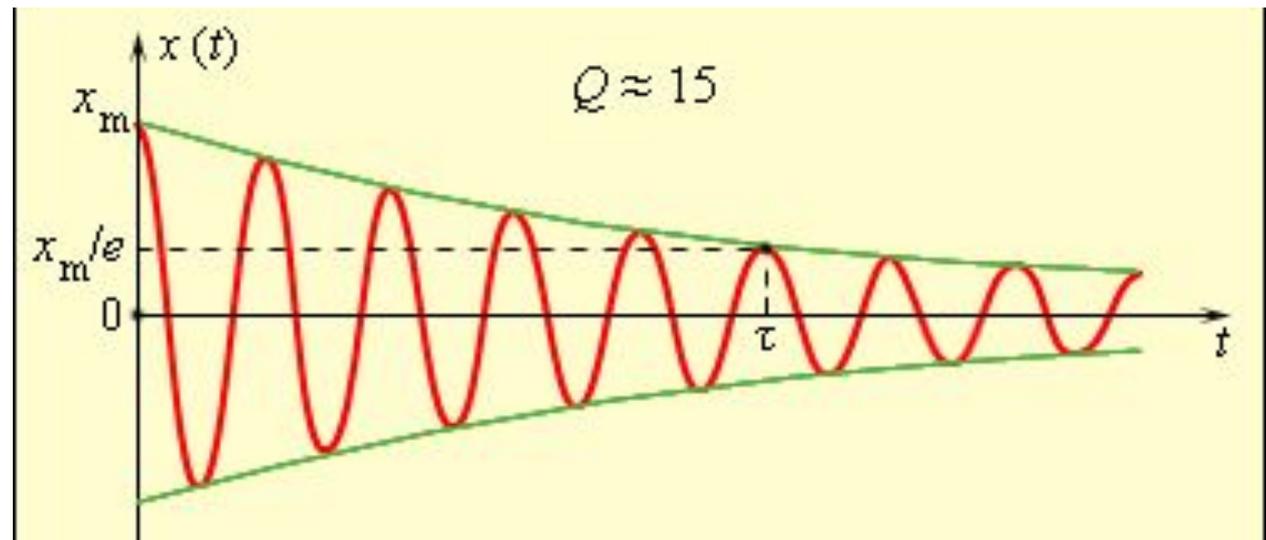


Рис. 4. Затухающие колебания

Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

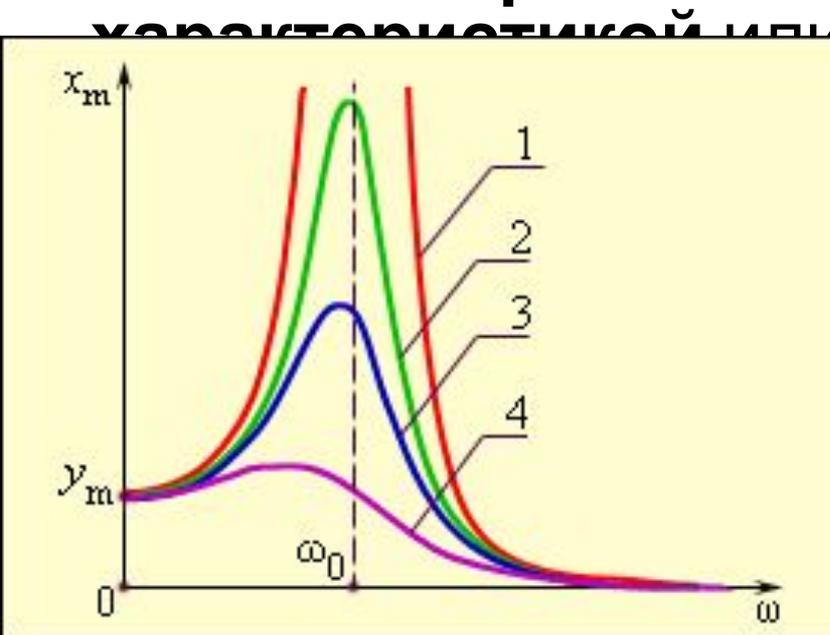
- Колебания, совершающиеся под воздействием внешней периодической силы, называются **вынужденными**.
- В этом случае внешняя сила совершает положительную работу и обеспечивает приток энергии к колебательной системе. Она не дает колебаниям затухать, несмотря на действие сил трения.
- Периодическая внешняя сила может изменяться во времени по различным законам. Особый интерес представляет случай, когда внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой ω , воздействует на колебательную систему, способную совершать собственные колебания на некоторой частоте ω_0 .
- Если свободные колебания происходят на частоте ω_0 , которая определяется параметрами системы, то **установившиеся вынужденные колебания всегда происходят на частоте ω внешней силы**.

Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- После начала воздействия внешней силы на колебательную систему необходимо некоторое время Δt для установления вынужденных колебаний. Время установления по порядку величины равно времени затухания τ свободных колебаний в колебательной системе.
- В начальный момент в колебательной системе возбуждаются оба процесса – вынужденные колебания на частоте ω и свободные колебания на собственной частоте ω_0 . Но свободные колебания затухают из-за неизбежного наличия сил трения. Поэтому через некоторое время в колебательной системе остаются только стационарные колебания на частоте ω внешней вынуждающей силы.

Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- Если частота ω внешней силы приближается к собственной частоте ω_0 , возникает резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний. Это явление называется **резонансом**. Зависимость амплитуды x_m вынужденных колебаний от частоты ω вынуждающей силы называется **резонансной**



характеристической и **резонансной кривой** (рис. 5)

при различных уровнях затухания: 1 – колебательная система без трения; при резонансе

амплитуда x_m вынужденных колебаний неограниченно возрастает; 2, 3, 4 – реальные резонансные кривые для колебательных систем с

Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

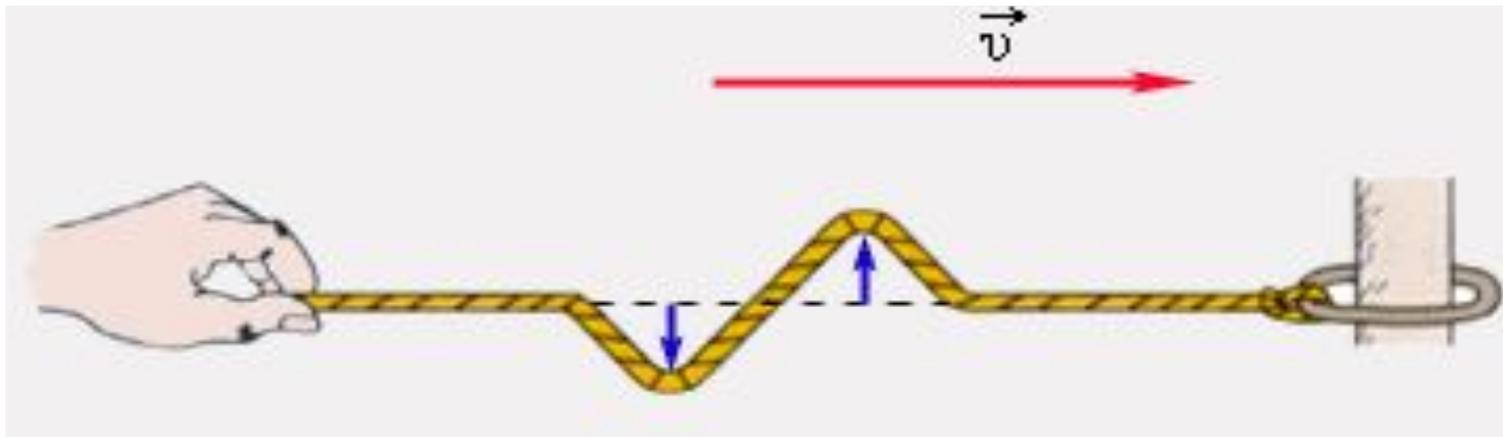
- При резонансе амплитуда x_m колебания груза может во много раз превосходить амплитуду y_m колебаний свободного (левого) конца пружины, вызванного внешним воздействием.
- В отсутствие трения амплитуда вынужденных колебаний при резонансе должна *неограниченно* возрастать.
- В реальных условиях амплитуда установившихся вынужденных колебаний определяется условием: работа внешней силы в течение периода колебаний должна равняться потерям механической энергии за то же время из-за трения. Чем меньше трение, тем больше амплитуда вынужденных колебаний при резонансе

Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- Вынужденные колебания – это **незатухающие** колебания. Неизбежные потери энергии на трение компенсируются подводом энергии от внешнего источника периодически действующей силы. Существуют системы, в которых незатухающие колебания возникают не за счет периодического внешнего воздействия, а в результате имеющейся у таких систем способности самой регулировать поступление энергии от постоянного источника.
- Такие системы называются **автоколебательными**, а процесс незатухающих колебаний в таких системах – **автоколебаниями**. В автоколебательной системе можно выделить три характерных элемента – колебательная система, источник энергии и устройство обратной связи между колебательной системой и источником. В качестве колебательной системы может быть использована любая механическая система, способная совершать собственные затухающие колебания (например, маятник настенных часов)

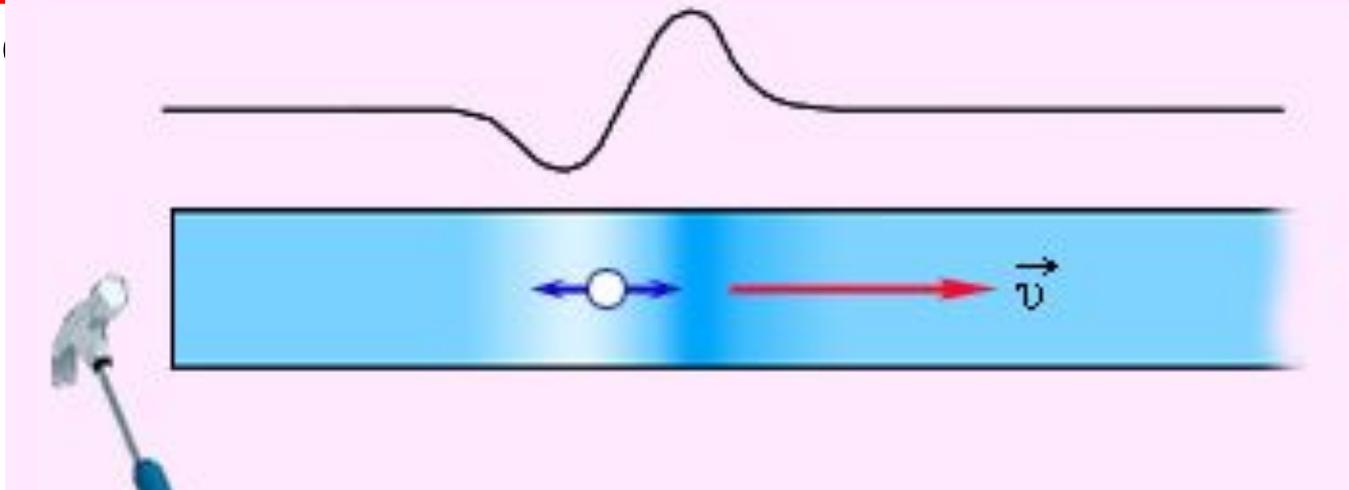
Механические волны

- Если в каком-нибудь месте твердой, жидкой или газообразной среды возбуждены колебания частиц, то вследствие взаимодействия атомов и молекул среды колебания начинают передаваться от одной точки к другой с конечной скоростью. Процесс распространения колебаний в среде называется **волной**.
- **Механические волны** бывают разных видов.
- Если в волне частицы среды испытывают смещение в направлении, перпендикулярном направлению распространения, то волна называется **поперечной**. Примером волны такого рода могут служить волны, бегущие по натянутому резиновому жгуту (рис.) или по струне.



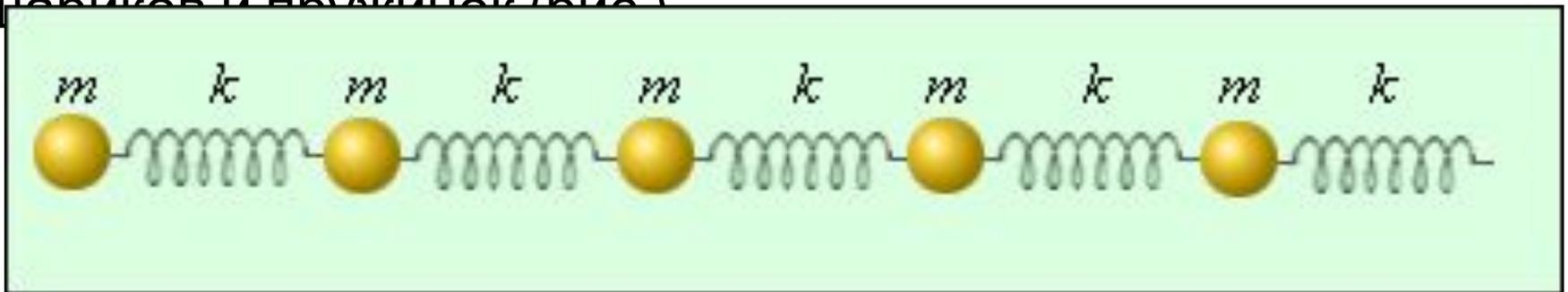
Механические волны

- Если смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны, то волна называется **продольной**. Волны в упругом стержне (рис.) или звуковые волны в газе являются примерами таких волн.
- Волны на поверхности жидкости имеют как поперечную, так и продольную компоненты.
- Как в поперечных, так и в продольных волнах **переноса вещества в направлении распространения волны не происходит**. В процессе распространения частицы среды лишь совершают колебания около положений равновесия. Однако **волны переносят энергию** колебаний от одной точки сре



Механические волны

- Характерной особенностью механических волн является то, что они распространяются в материальных средах (твердых, жидких или газообразных). Существуют волны, которые способны распространяться и в пустоте (например, световые волны).
- Для механических волн **обязательно нужна среда**, обладающая способностью запасать кинетическую и потенциальную энергию. Следовательно, среда должна обладать **инертными и упругими свойствами**. В реальных средах эти свойства распределены по всему объему.
- Так, например, любой малый элемент твердого тела обладает массой и упругостью. В простейшей **одномерной модели** твердое тело можно представить как совокупность шариков и пружинок (рис.).



Механические волны

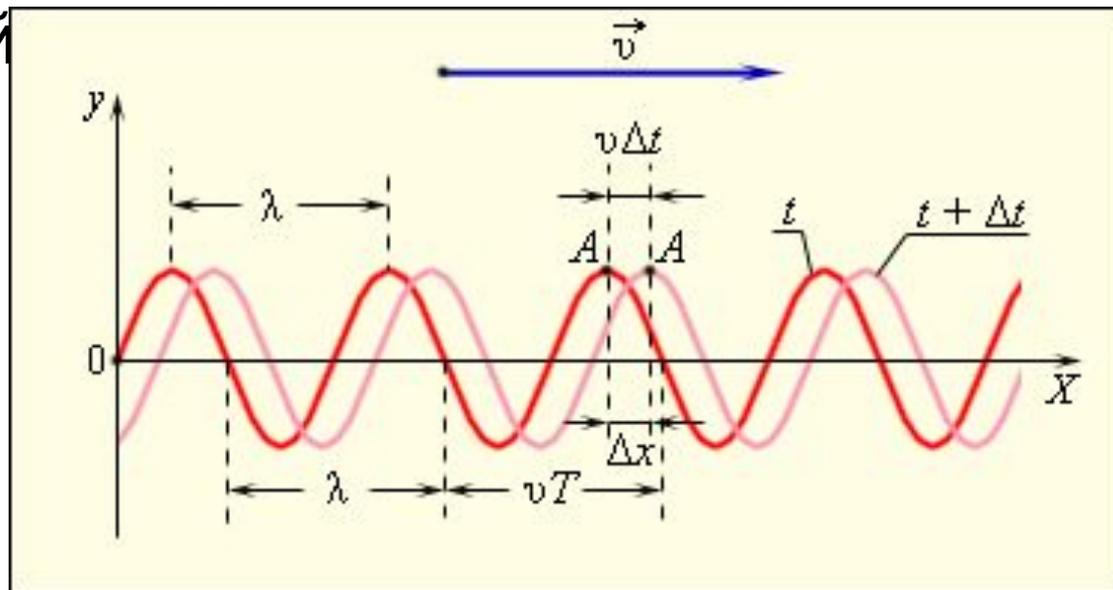
- В этой модели инертные и упругие свойства разделены. Шарики обладают массой m , а пружинки – жесткостью k . С помощью такой простой модели можно описать распространение продольных и поперечных волн в твердом теле.
- В продольных волнах шарики испытывают смещения вдоль цепочки, а пружинки растягиваются или сжимаются. Такая деформация называется **деформацией растяжения или сжатия**. В жидкостях или газах деформация такого рода сопровождается **уплотнением или разрежением**.
- **Продольные механические волны могут распространяться в любых средах –**

Механические волны

- Если в одномерной модели твердого тела один или несколько шариков сместить в направлении, перпендикулярном цепочке, то возникнет деформация **сдвига**. Деформированные при таком смещении пружины будут стремиться возвратить смещенные частицы в положение равновесия. При этом на ближайшие несмещенные частицы будут действовать упругие силы, стремящиеся отклонить их от положения равновесия. В результате вдоль цепочки побежит поперечная волна.
- В **жидкостях и газах упругая деформация сдвига не возникает**. Если один слой жидкости или газа сместить на некоторое расстояние относительно соседнего слоя, то никаких касательных сил на границе между слоями не появится. Силы, действующие на границе жидкости и твердого тела, а также силы между соседними слоями жидкости всегда направлены по нормали к границе – это силы давления. То же относится к газообразной среде.
- Следовательно, **поперечные волны не могут существовать в жидкой или газообразной средах.**

Механические волны

- Значительный интерес для практики представляют простые **гармонические или синусоидальные волны**. Они характеризуются **амплитудой** A колебания частиц, **частотой** f и **длиной волны** λ . Синусоидальные волны распространяются в однородных средах с некоторой



- «Моментальные фотографии» бегущей синусоидальной волны в момент времени t и $t + \Delta t$