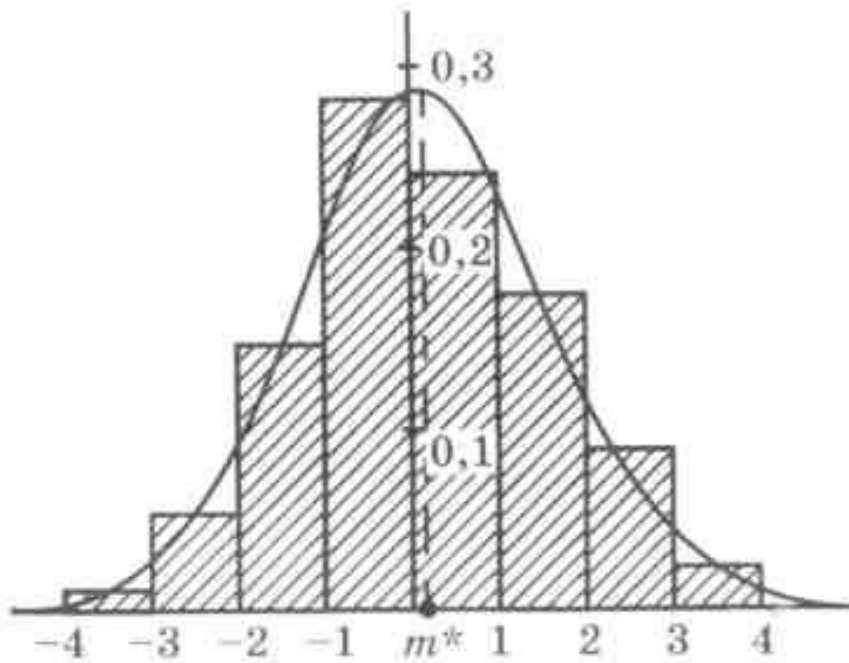




Гауссова кривая

Закон больших чисел

Карл Фридрих Гаусс



- Родился: 30 апреля 1777 года в городе **Брауншвейг**
- Умер: 23 февраля 1855 в возрасте 77 лет.
- В алгебре открыл **кольцо целых комплексных гауссовых чисел**, создал для них **теорию делимости** и с их помощью решил немало алгебраических проблем. Указал знакомую теперь всем геометрическую **модель комплексных чисел** и действий с ними.

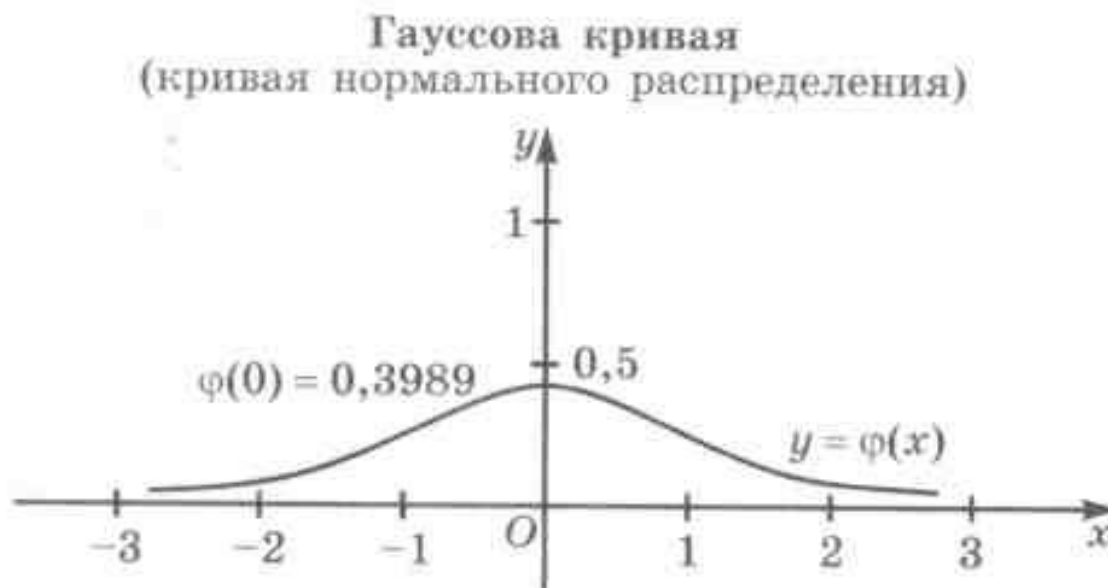


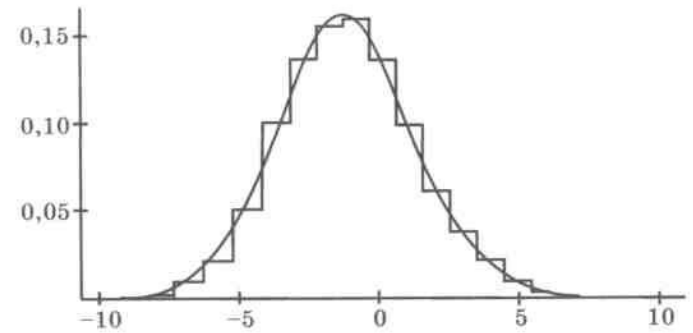
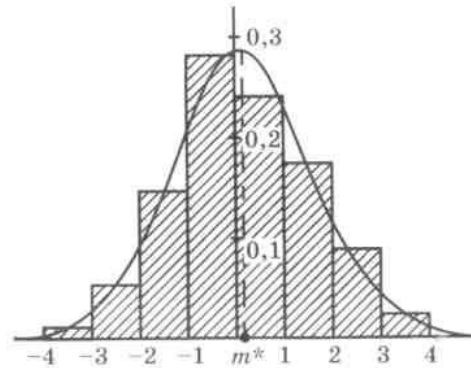
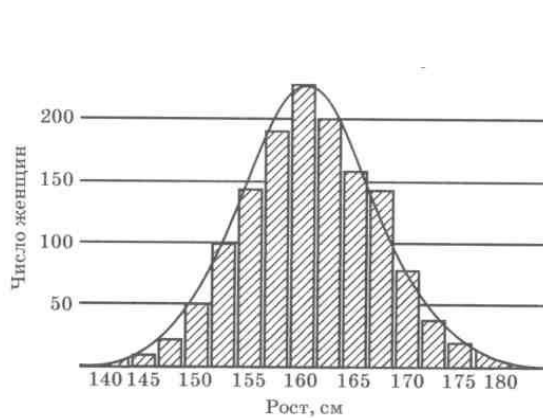
$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$





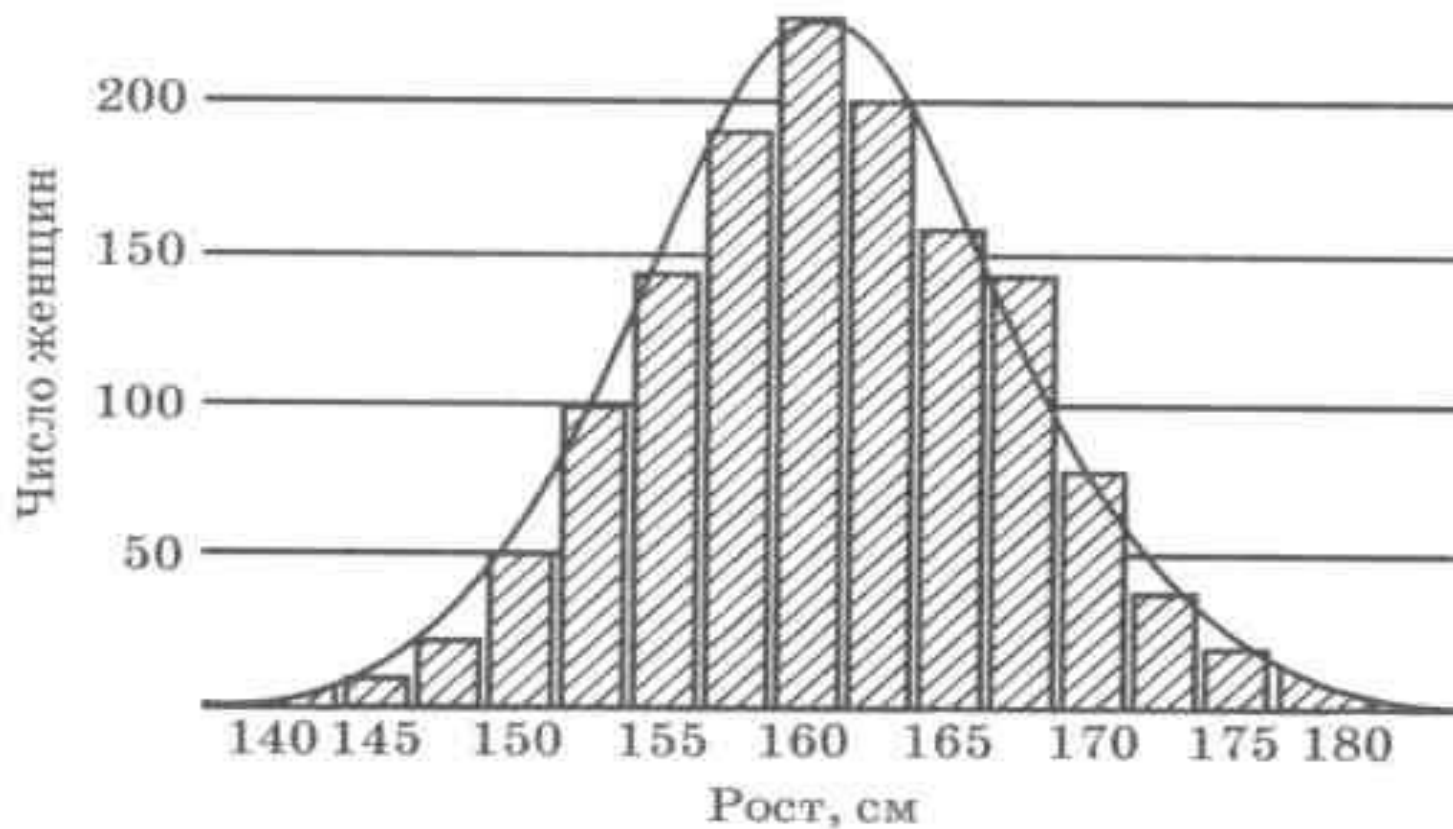
График функции $y = \varphi(x)$ называют гауссовой кривой





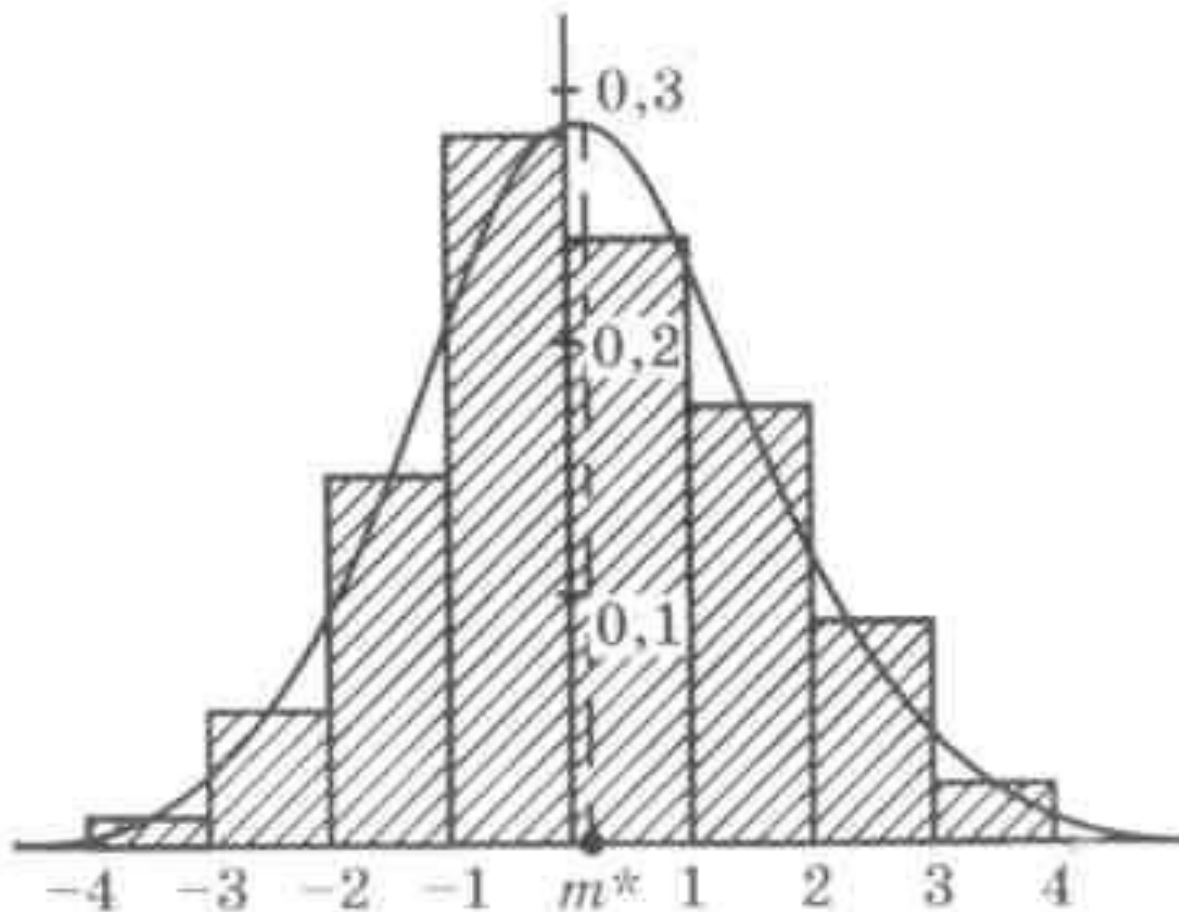
- Гистограммы распределения большого объема информации незаменимы в случаях, когда ряд данных состоит из очень большого количества чисел. Если ширина вертикальных столбцов гистограммы достаточно мала, а основания столбцов в объединении дают некоторый промежуток, то сама гистограмма похожа на график некоторой непрерывной функции, заданной на этом промежутке.
- ▶ Иногда такую функцию называют *выравнивающей функцией*

Рост женщин по выборке из 1375 женщин



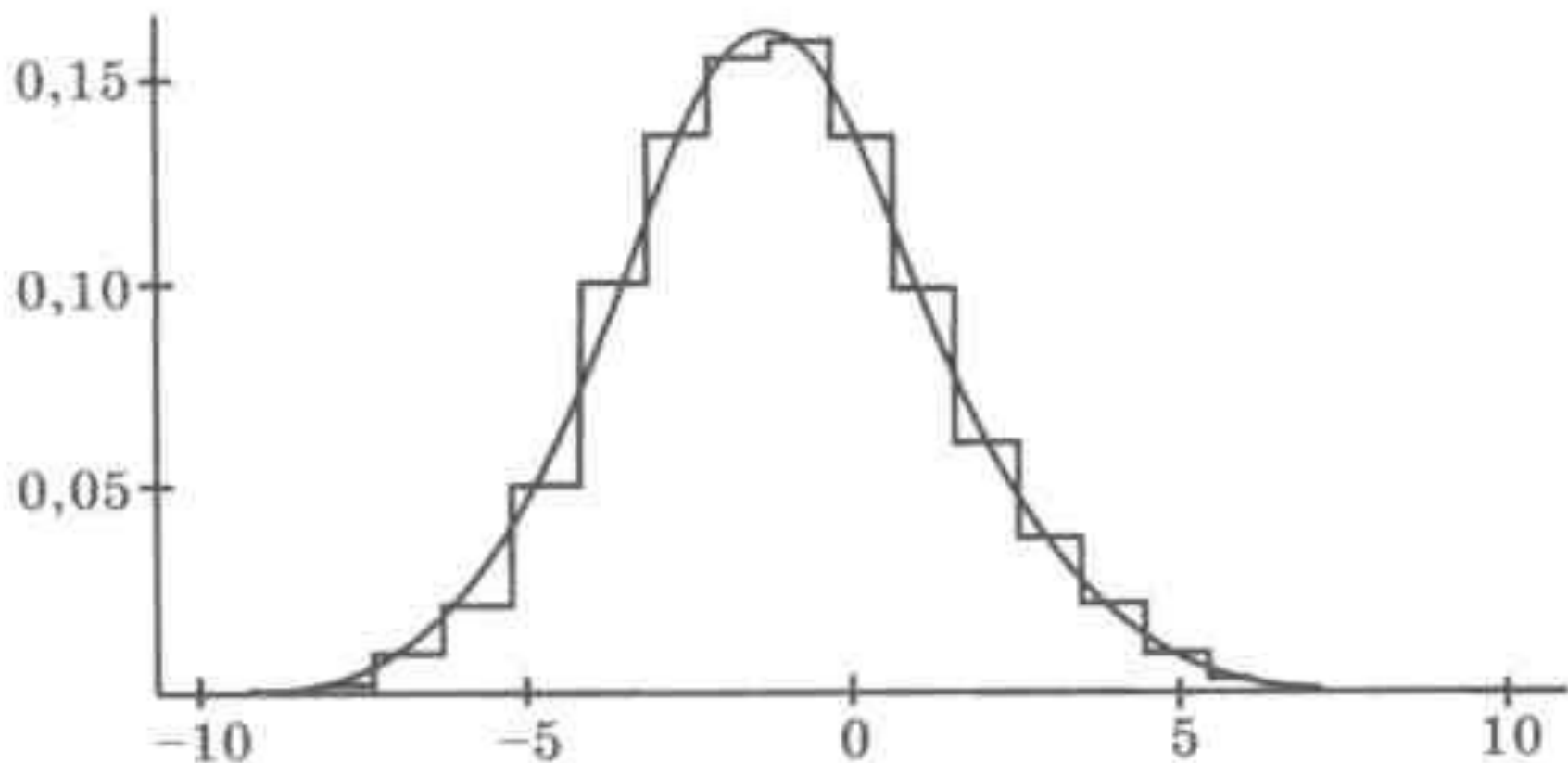
Военное дело:

производилось 500 измерений боковой ошибки при стрельбе с самолета



Биология.

Измерение размера 12000 бобов (изучались величины отклонений от среднего размера)

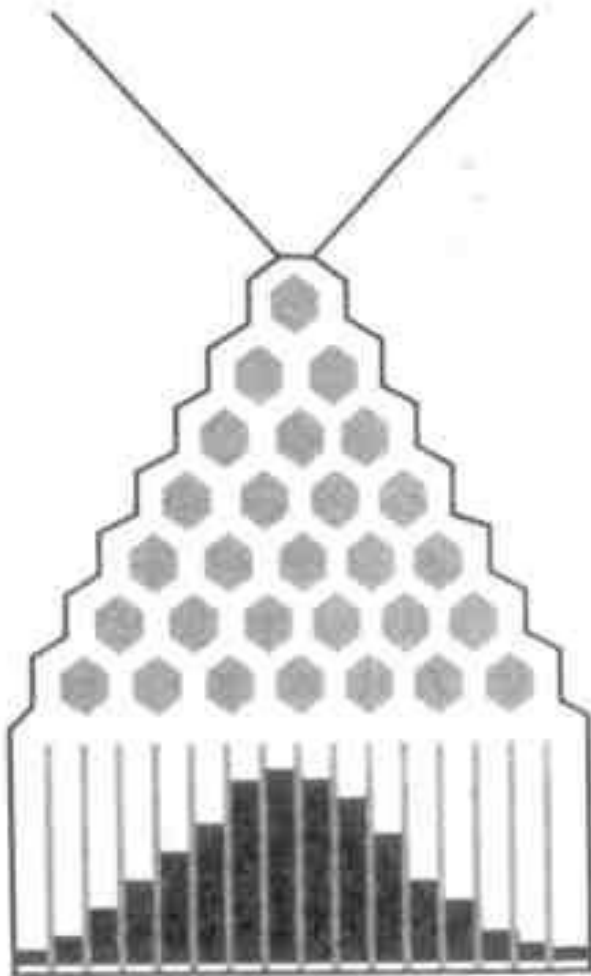




Графики функций
выравнивающих гистограммы
похожи друг на друга. Все эти
кривые распределения
получаются из *гауссовой кривой*.
Ее часто называют *кривой
нормального распределения*.



Доска Гальтона



Для наглядной
демонстрации
действию
гауссова закона
распределения
иногда
используют
специальное
устройство —
доску
Гальтона



- Существует способ приближенных вычислений вероятности $P_n(k)$ наступления k «успехов» в n независимых повторениях эксперимента с помощью *гауссовой функции*.
- Для *гауссовой функции* имеются подробные таблицы ее значений. Эти таблицы составлены для значений аргумента x с шагом 0,01.

Алгоритм использования функции $y = \varphi(x)$ в приближенных вычислениях



1. проверить справедливость неравенства $npq > 10$;
2. вычислить x_k по формуле $x_k = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$;
3. по таблице значений гауссовой функции вычислить $\phi(x_k)$;
4. предыдущий результат разделить на $\sqrt{npq}$

$$P_n(k) = \frac{\varphi(x_k)}{\sqrt{npq}}$$





Вероятности $P_n(k)$, как правило, весьма малы.

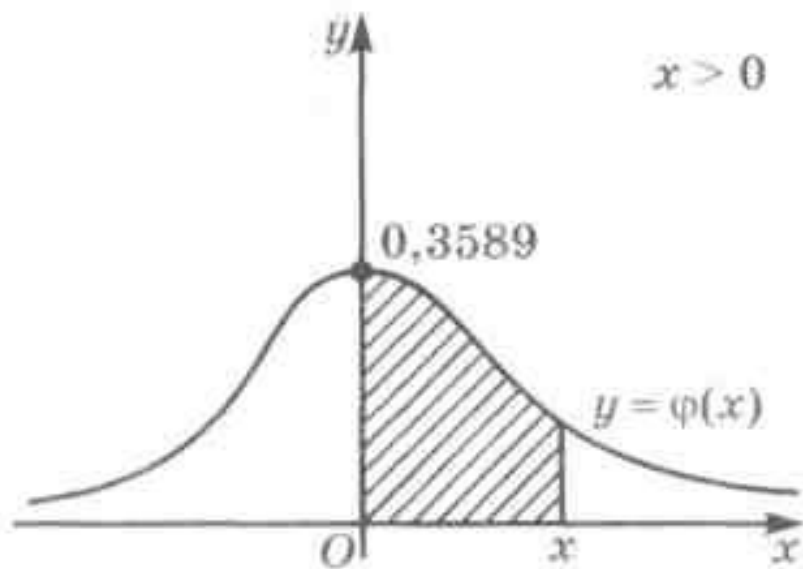
Поэтому при большом числе n в схеме Бернулли для числа k «успехов» устанавливают не одно точное значение, а некоторые рамки, в пределах которых разрешено меняться числу k .

Вероятность того, что число «успехов» k в n испытаниях Бернулли находится в пределах от k_1 до k_2 , обозначают так: $P_n(k_1 \leq k \leq k_2)$.





$\Phi(x)$ — площадь
заштрихованной фигуры



$$\Phi(x) = -\Phi(-x)$$

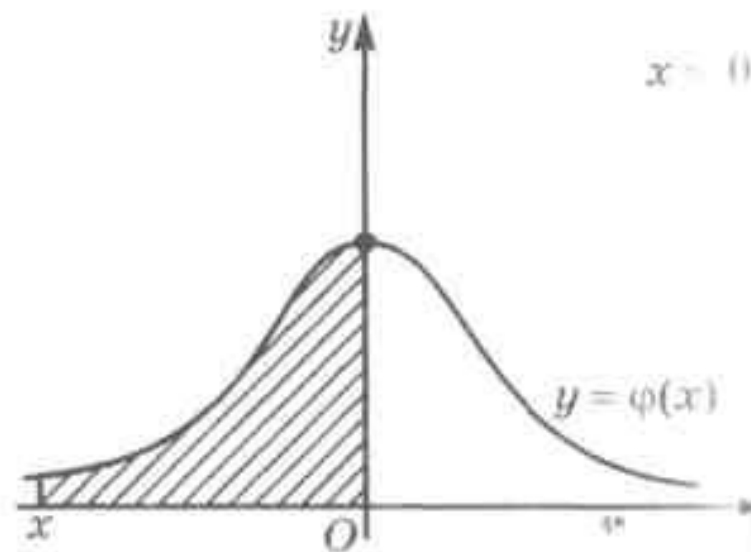
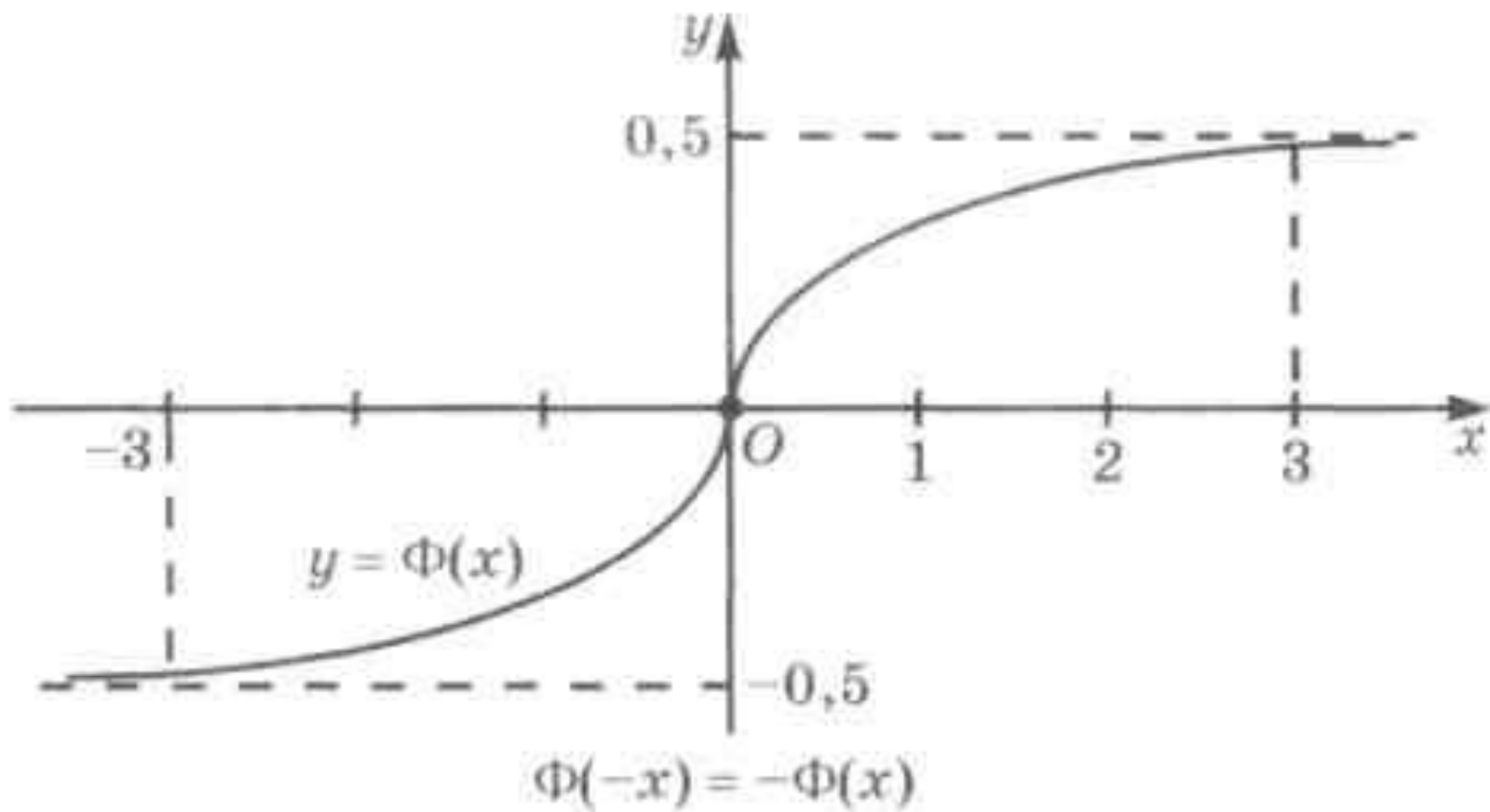


График функции $y=\Phi(x)$



Алгоритм использования функции $y = \Phi(x)$ в приближенных вычислениях



- проверить справедливость неравенства $npq \geq 10$;
- вычислить x_1 и x_2 по формулам:

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

- по таблице вычислить значения $\Phi(x_1)$ и $\Phi(x_2)$;
- найти разность $\Phi(x_2) - \Phi(x_1)$

$$P_n(k_1 \leq k \leq k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$



Закон больших чисел



Для каждого положительного числа r при неограниченном увеличении числа n независимых повторений испытания с двумя исходами вероятность того, что частота k/n появления «успеха» отличается менее чем на r от вероятности p «успеха» в одном отдельном испытании, стремится к единице

