



Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Средняя школа №3 города Няндомы»

Урок - практикум «Решение задач»

по материалам диагностических
работ ЕГЭ – 2016

№1. Решите систему уравнений
(задание №13, ЕГЭ, профиль)

$$\begin{cases} \frac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{\sqrt{y}} = 0, \\ y - \cos x = 0. \end{cases}$$

Решение.

ОДЗ: $y > 0$

1) Из уравнения $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ находим:

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad \sin x = 1.$$

2) Пусть $\sin x = \frac{1}{2}$, тогда либо $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow y = \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

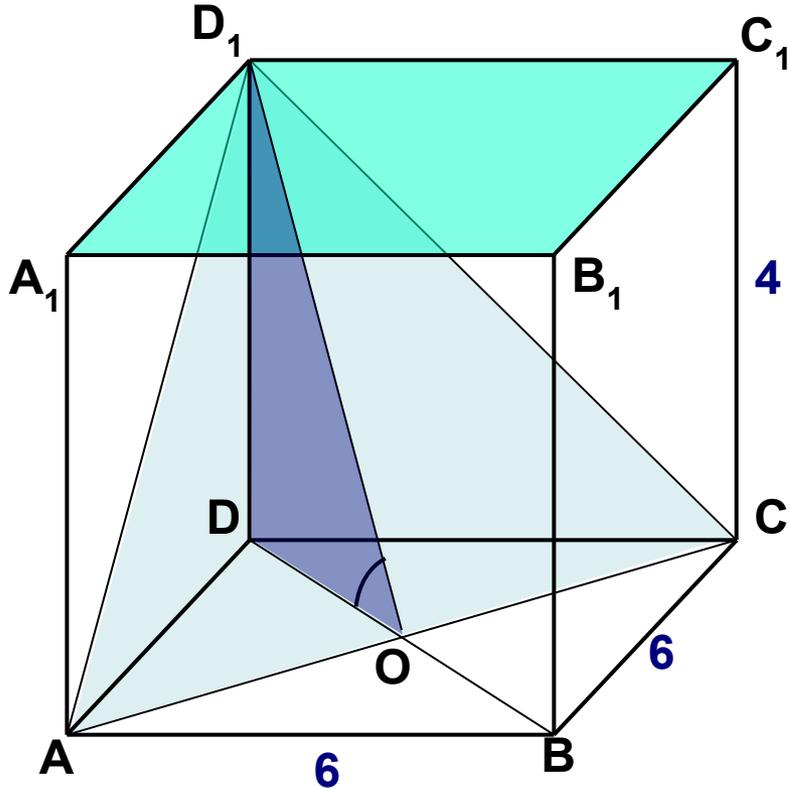
либо $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \Rightarrow y = \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (не удовлетворяет ОДЗ).

3) Если $\sin x = 1$, тогда $y = \cos x = 0$ (не удовлетворяет ОДЗ).

Ответ: $\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

№2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1 B_1 C_1$. (Часть задания №14, ЕГЭ, профиль)

Решение.



Ответ: $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

- 1) Построим плоскость ACD_1 .
- 2) Вместо плоскости $A_1 B_1 C_1$ возьмем параллельную ей плоскость ABC .
- 3) $ABCD$ – квадрат, диагонали $AC \cap BD$ в точке O , O – середина AC , $DO \perp AC$.
- 4) $D_1 O \perp AC$ ($\triangle AD_1 C$ – равнобедренный, $AD_1 = D_1 C$).
- 5) Значит, $\angle D_1 O D$ – линейный угол искомого угла.
- 6) $\triangle D_1 D O$ – прямоугольный \Rightarrow

$$\operatorname{tg}(\angle D O D_1) = \frac{DD_1}{DO} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

№3. Решите неравенство (задание №15, ЕГЭ, профиль)

$$\left(x + \frac{3}{x}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5 - x} - 1}\right)^2 \geq 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 1}{\sqrt{5 - x} - 1}\right)^2.$$

Решение.

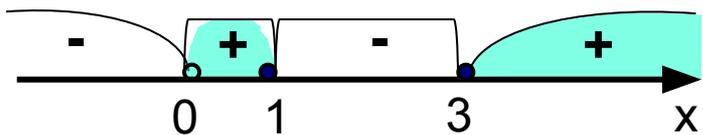
Решение неравенства ищем при условиях:
$$\begin{cases} x \neq 0, \\ 5 - x \geq 0, \\ 5 - x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0, \\ x \leq 5, \\ x \neq 4. \end{cases}$$

Рассмотрим два случая:

1) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = |x - 3| = 1$ и, значит, $x = 2$ или $x = 4$.

Откуда, $x = 2$ — решение задачи (так как $x = 4$ не удовлетворяет ОДЗ).

2) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} \neq 1$, разделив обе части неравенства на общий множитель получим:
$$x + \frac{3}{x} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + 3}{x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x - 1)(x - 3)}{x} \geq 0 \Rightarrow$$



$$0 < x \leq 1, x \geq 3.$$

С учетом ограничений получаем:

Ответ: $0 < x \leq 1, x = 2, 3 \leq x < 4, 4 < x \leq 5.$

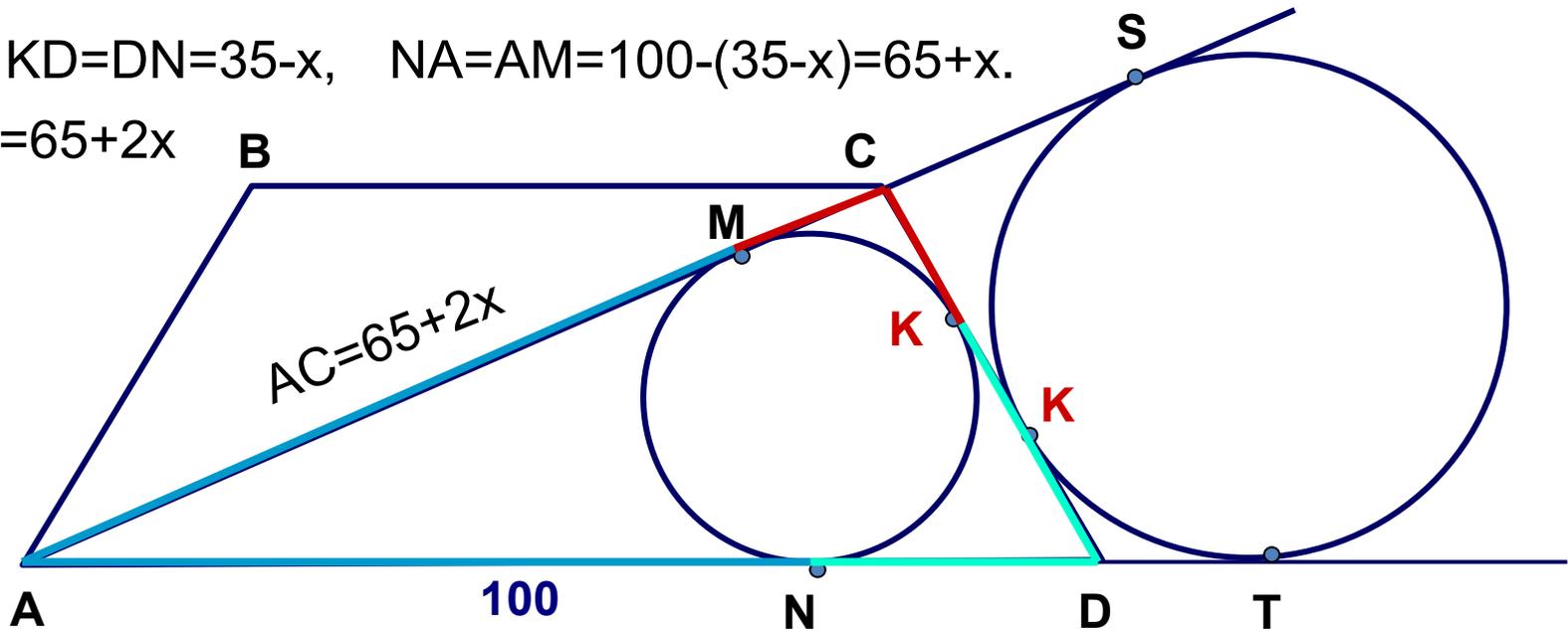
№4. Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC=44$, $AD=100$, $AB=CD=35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK . (часть задания №16, ЕГЭ, профиль)

Решение.

Возможно два случая касания окружности и прямых AD и AC :
внутри трапеции и вне её. Рассмотрим первый случай.

По свойству окружности вписанной в $\triangle ACD$: $CK=CM=x$,
тогда $KD=DN=35-x$, $NA=AM=100-(35-x)=65+x$.

$$\Rightarrow AC=65+2x$$



Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC=44$, $AD=100$, $AB=CD=35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

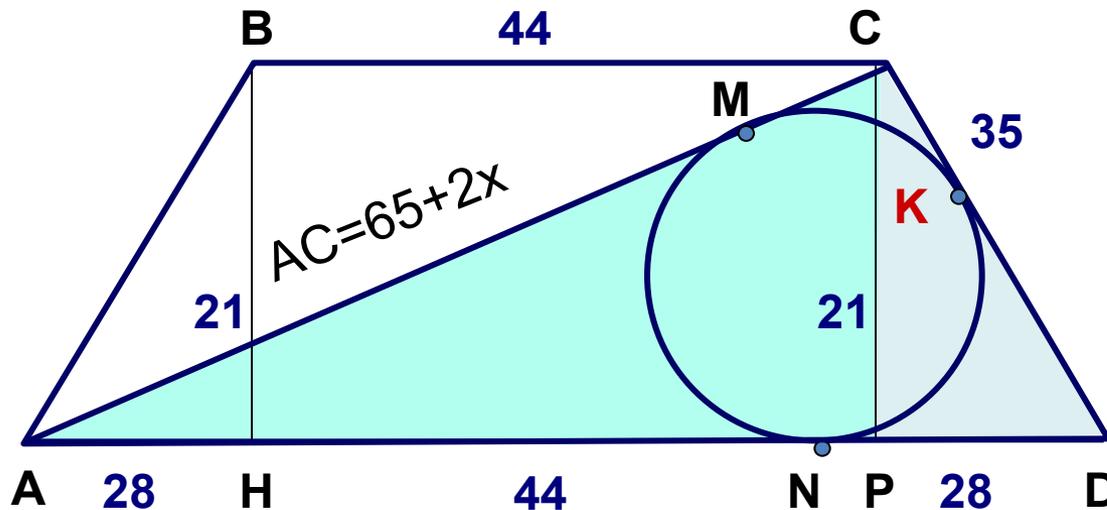
Решение. Из вершин B и C опустим высоты BH и CP на основание AD .

Трапеция равнобедренная, значит $BCPH$ – прямоугольник,

$$AH=PD=(100-44)/2=28, \quad AN = AH+HN= 28 + 44 = 72.$$

$$\Delta CPD \text{ – прямоугольный, } \Rightarrow CP = \sqrt{CD^2 - PD^2} = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21$$

$$\Delta ACP \text{ – прямоугольный, } \Rightarrow AC: AC = \sqrt{AP^2 + PC^2} = \sqrt{72^2 + 21^2} = 75$$



Из выражения для AC находим:

$$65+2x=75, \quad x=5$$

Итак, для случая внутреннего касания $CK=5$.

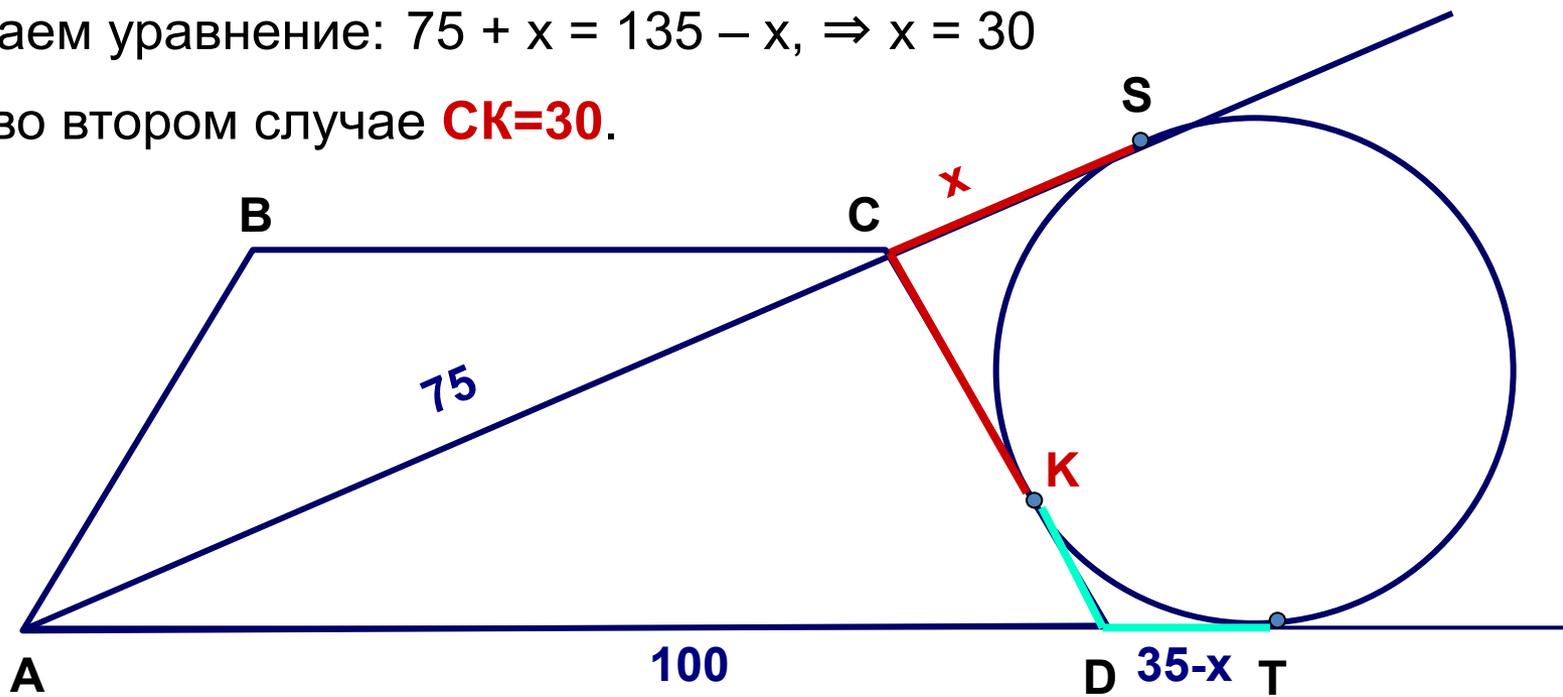
Дана трапеция $ABCD$, основания которой $BC=44$, $AD=100$, $AB=CD=35$. Окружность, касающаяся прямых AD и AC , касается стороны CD в точке K . Найдите длину отрезка CK .

Решение.

Рассмотрим второй случай. Пусть $CS=CK=x$, тогда $KD=DT=35-x$, $TA=AS=100+(35-x)=135-x$, с другой стороны, $AS=AC+CS=AC+x$.

Получаем уравнение: $75+x=135-x$, $\Rightarrow x=30$

Итак, во втором случае **$CK=30$** .



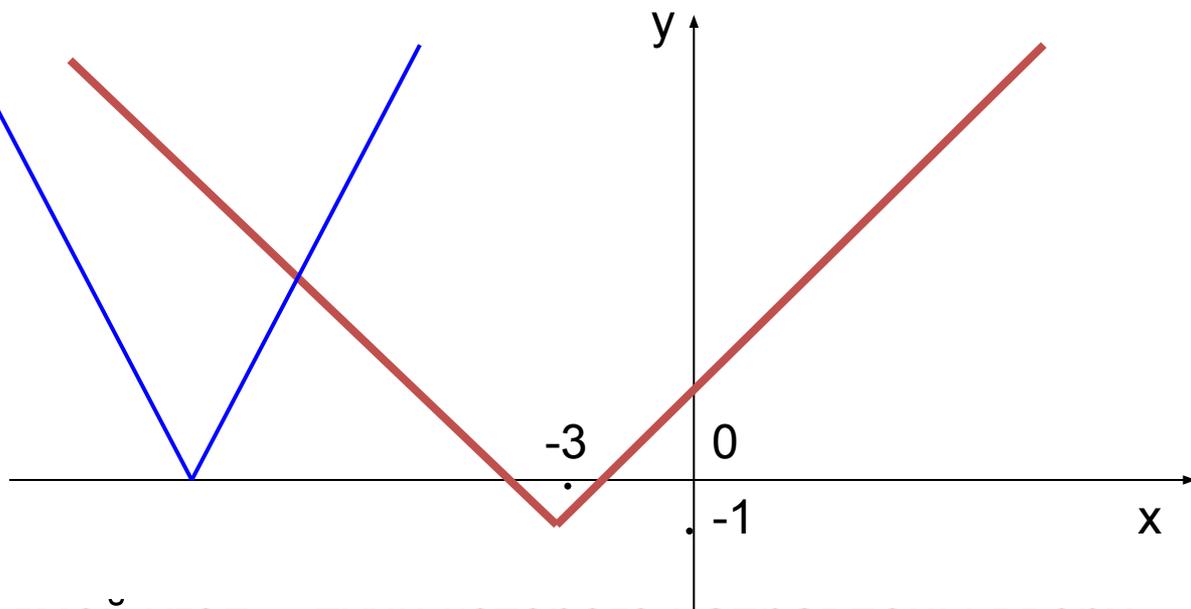
Ответ: 5 или 30.

№5. Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1 (задание №18, ЕГЭ, профиль)

Решение.

Изобразим графики левой и правой частей неравенства $|2x - a| \leq |x + 3| - 1$

Неподвижный «прямой угол» с вершиной в точке $(-3; -1)$, лучи которого направлены вверх.



И сжатый в два раза «прямой угол», лучи которого направлены вверх идвигающийся вдоль оси абсцисс в зависимости от параметра a .

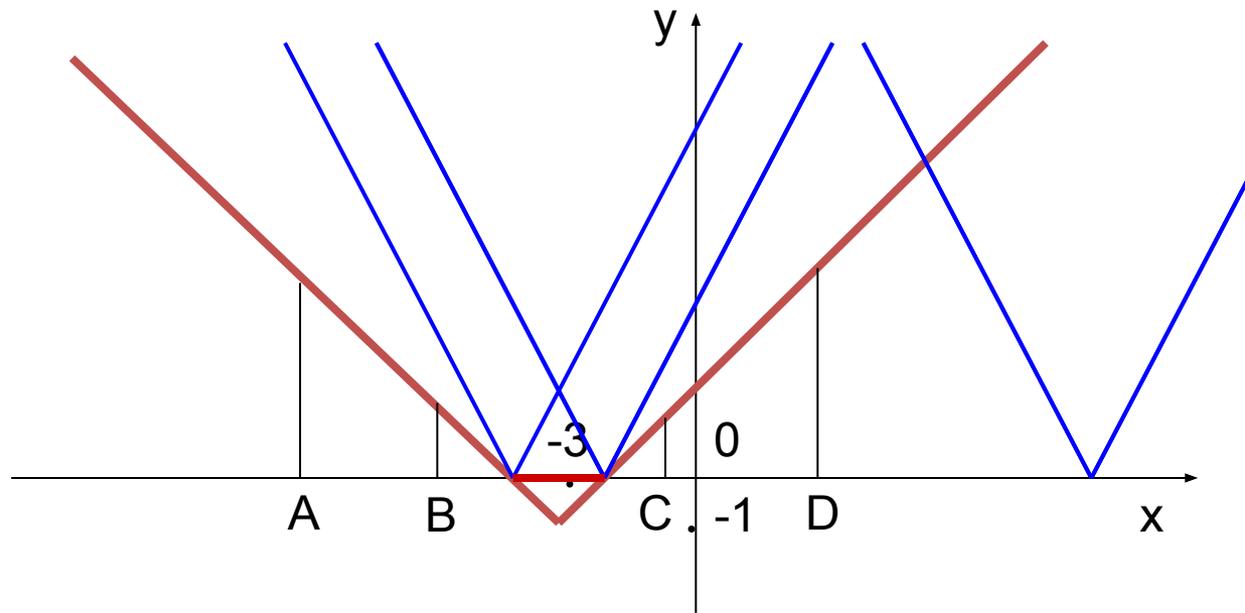
Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

Решение.

$$|2x - a| \leq |x + 3| - 1$$

Заметим, что неравенство не имеет решения при $-4 < x < -2$.
(смотри на чертеж!)

Решения образуют отрезок длиной 1, если расстояние между абсциссами точек пересечения графиков равно 1.



$|AB|=1$, и аналогично $|CD|=1$.

Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

Решение.

Раскрывая знак модуля на каждом интервале, получим:

$$x \leq -4 \Rightarrow$$

$$|2x - a| \leq -x - 4 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - a \geq x + 4 \\ 2x - a \leq -x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq a + 4 \\ x \leq \frac{a - 4}{3} \end{cases}$$

По условию $|AB| = 1$, значит:

$$\frac{a - 4}{3} - (a + 4) = 1, \Rightarrow a = -\frac{19}{2}.$$

$$x \geq -2 \Rightarrow$$

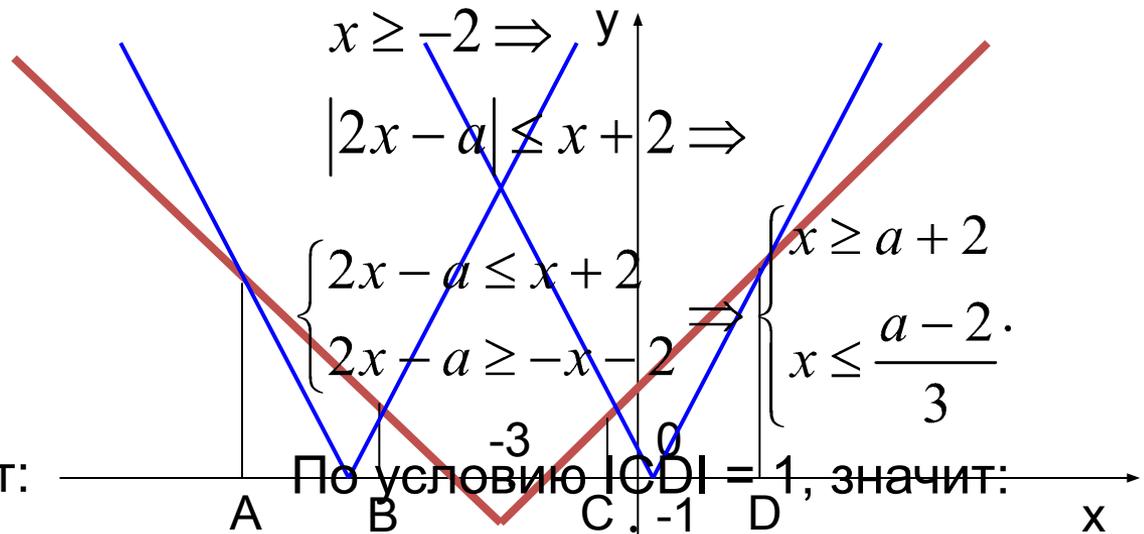
$$|2x - a| \leq x + 2 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - a \leq x + 2 \\ 2x - a \geq -x - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq a + 2 \\ x \leq \frac{a - 2}{3} \end{cases}$$

По условию $|CD| = 1$, значит:

$$a + 2 - \frac{a - 2}{3} = 1, \Rightarrow a = -\frac{5}{2}.$$

Ответ: $-\frac{5}{2}$ и $-\frac{19}{2}$



Литература

Задачи для решения взяты из диагностической работы в форме ЕГЭ для обучающихся 11 класса вариант «без логарифмов». <http://www.alexlarin.net>

Для создания шаблона презентации использовалась картинка http://www.box-m.info/uploads/posts/2009-04/1238954029_1.jpg и шаблон с сайта <http://aida.ucoz.ru>