

*Построение
графиков функций
путем
преобразования*



Цели урока:

Повторить способы преобразования графиков функций.

Проверить знания учащихся.

Преобразования:

1. $y = f(x - a)$

2. $y = f(x) + b$

3. $y = -f(x)$

4. $y = f(-x)$

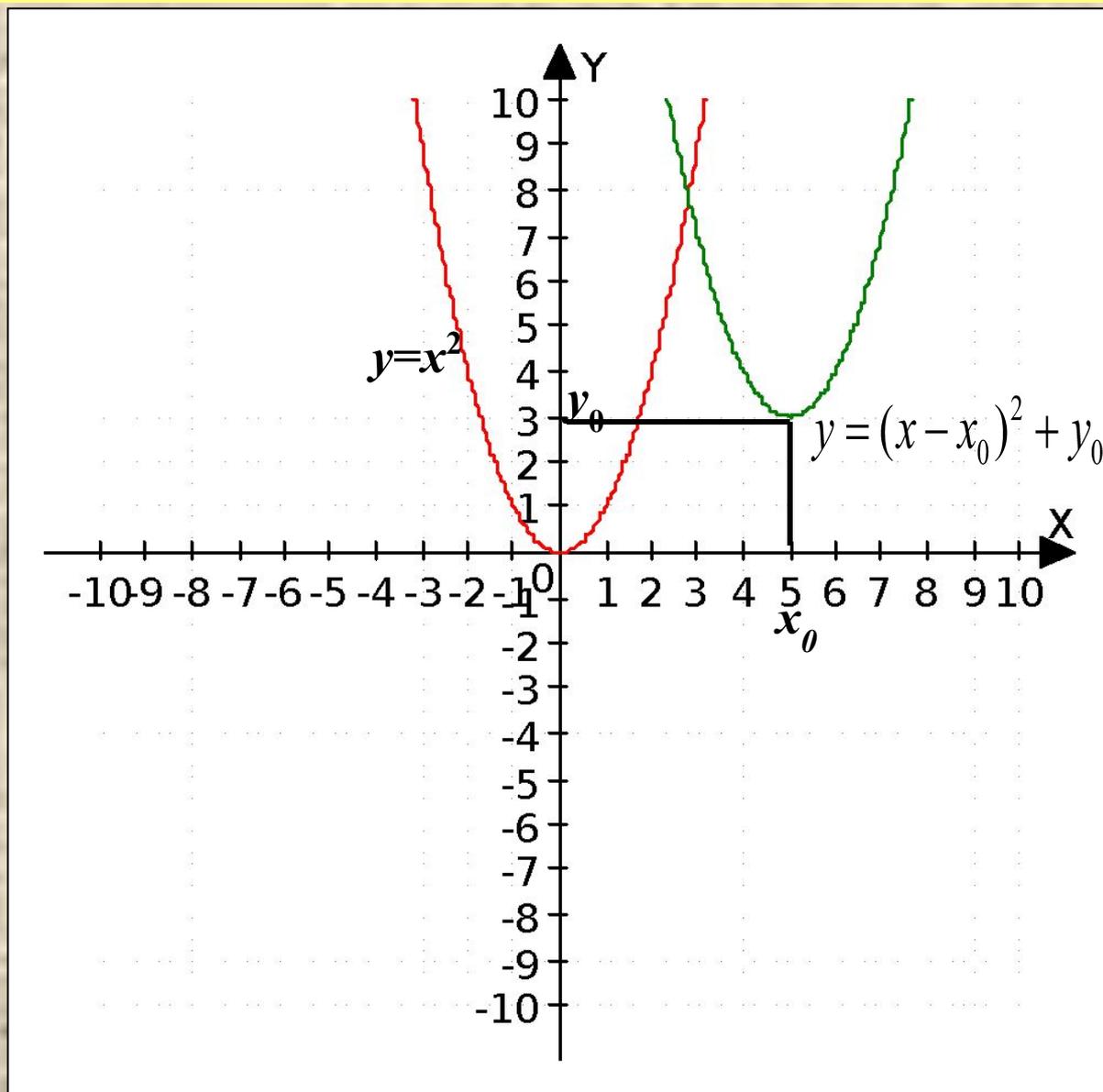
5. $y = kf(x)$, где $k > 0$

6. $y = f(kx)$, где $k > 0$

7. $y = |f(x)|$

8. $y = f(|x|)$

Запишите уравнение параболы с координатами вершины $(x_0; y_0)$

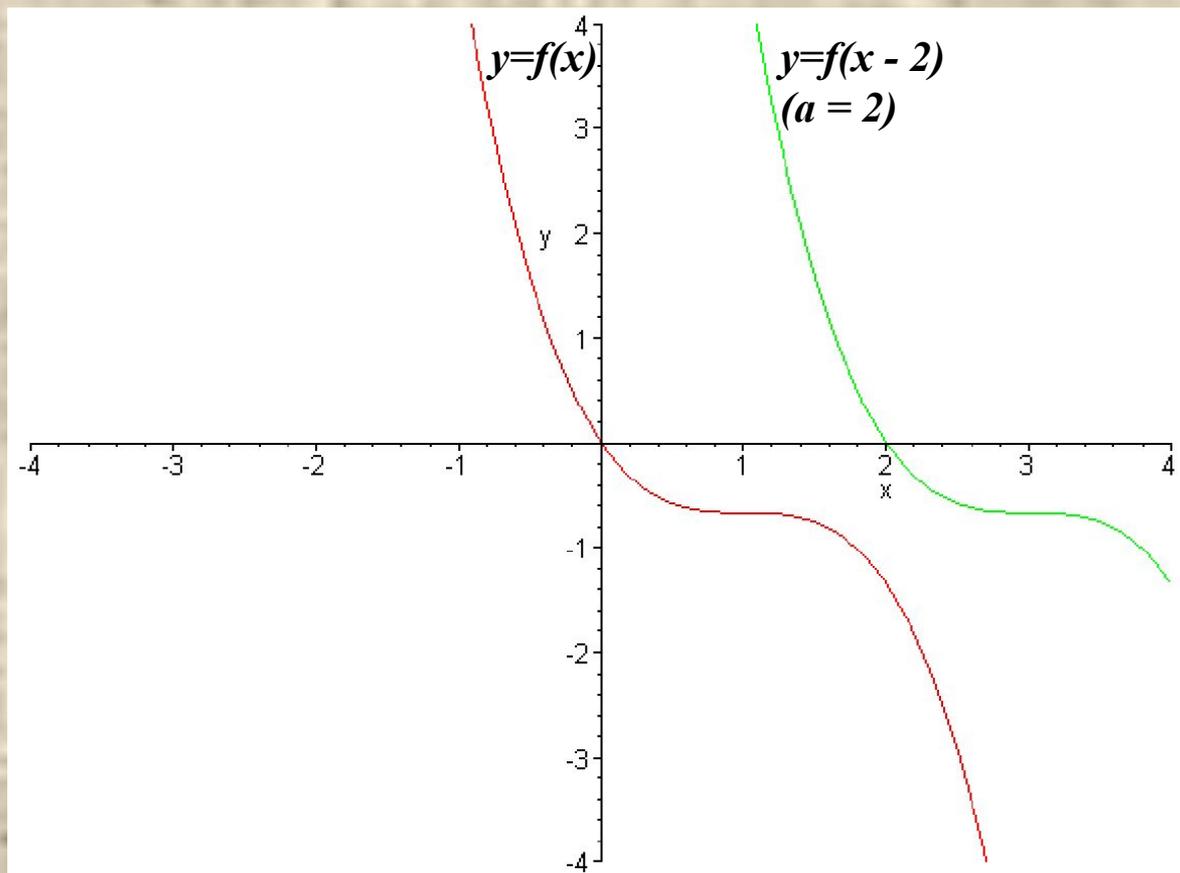


1. Параллельный перенос (сдвиг).

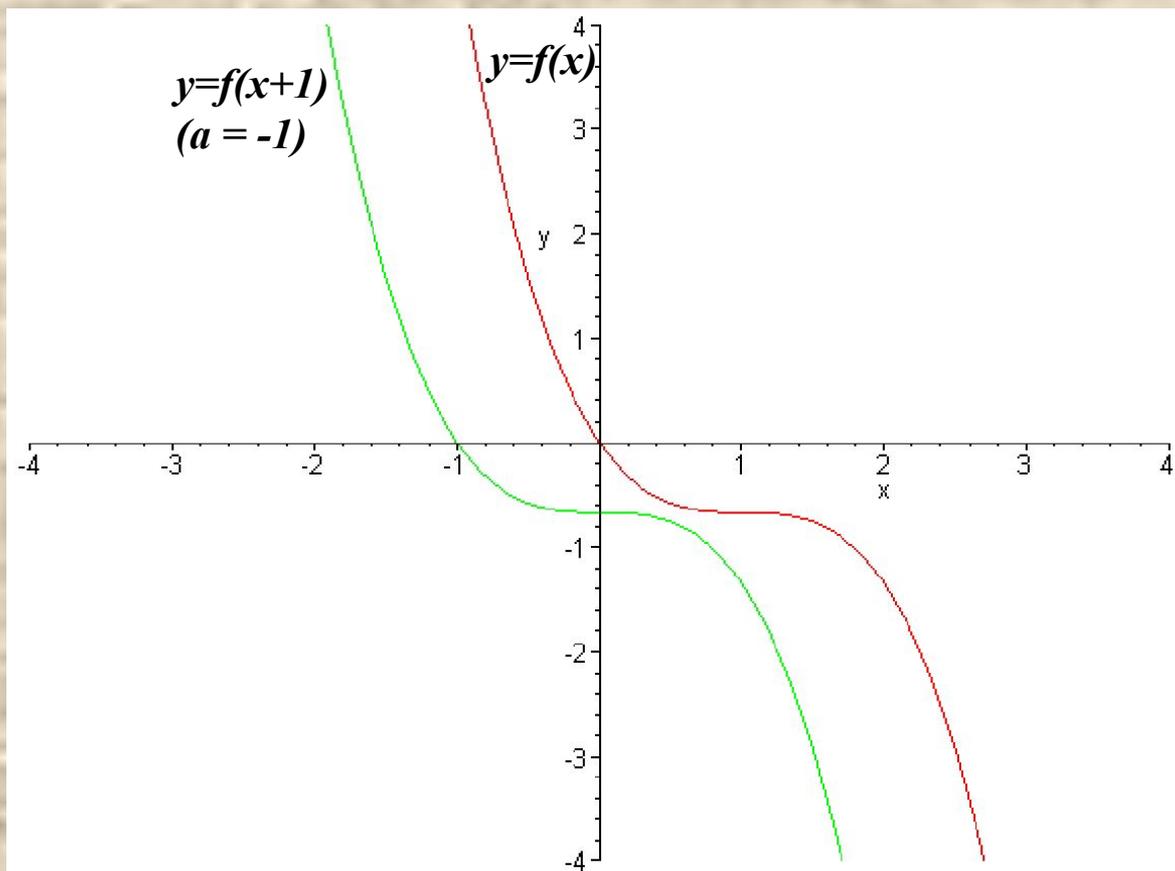
Рассмотрим параллельный перенос вдоль оси абсцисс. Пусть дан график функции $y = f(x)$. Как по отношению к нему будет расположен график функции $y = f(x - a)$, $a > 0$?



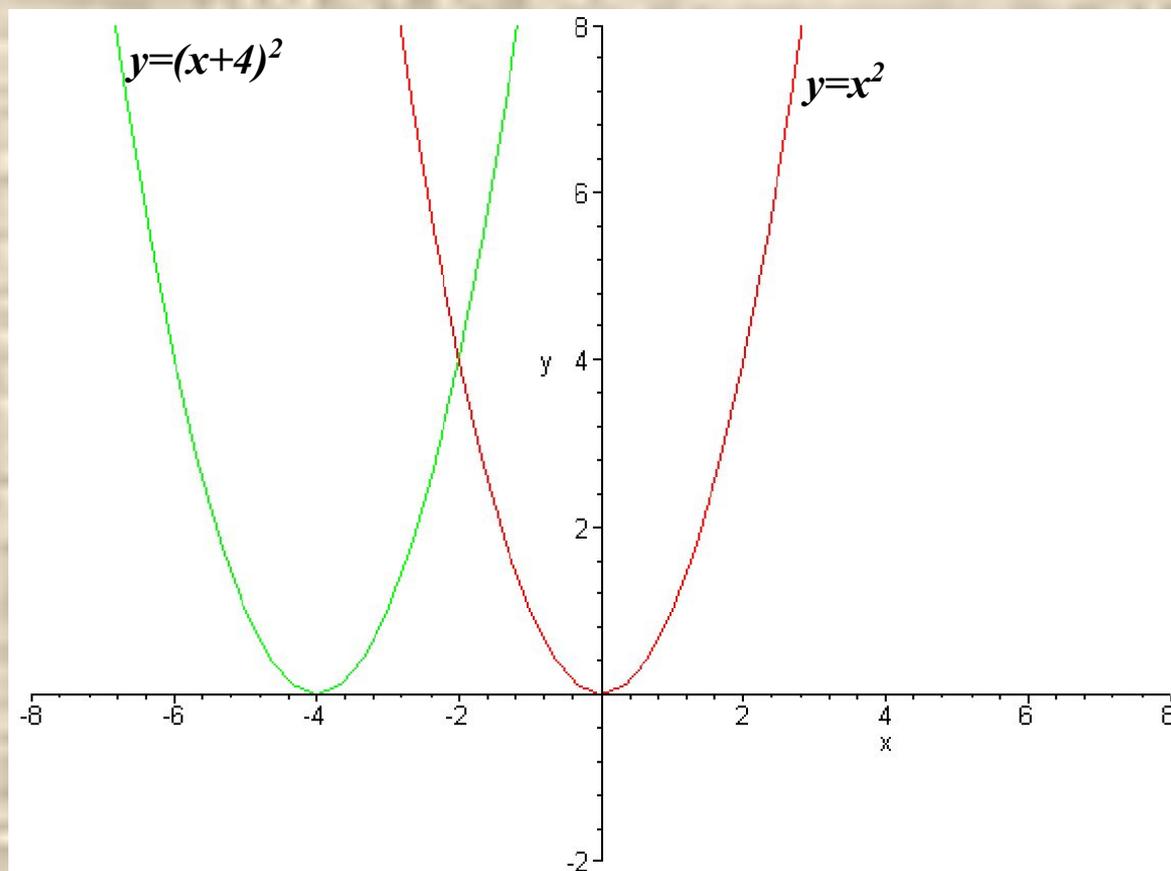
График функции $y = f(x - a)$, $a > 0$, получается из графика функции $y = f(x)$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на a единиц вправо.



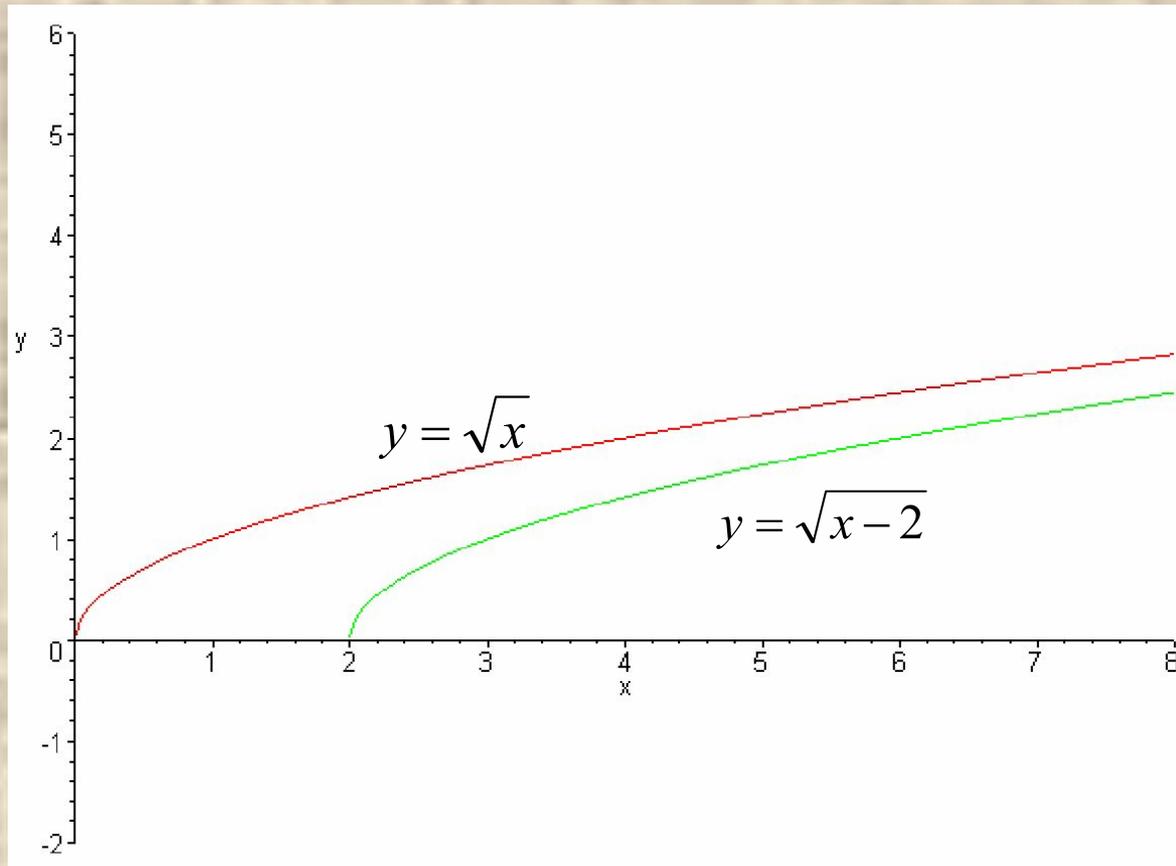
Ясно, что если $a < 0$, то график функции $y = f(x - a)$ получается из графика функции $y = f(x)$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на a единиц влево.



Пример 1. График функции $y = (x + 4)^2$ получается из графика функции $y = x^2$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на 4 единицы влево.

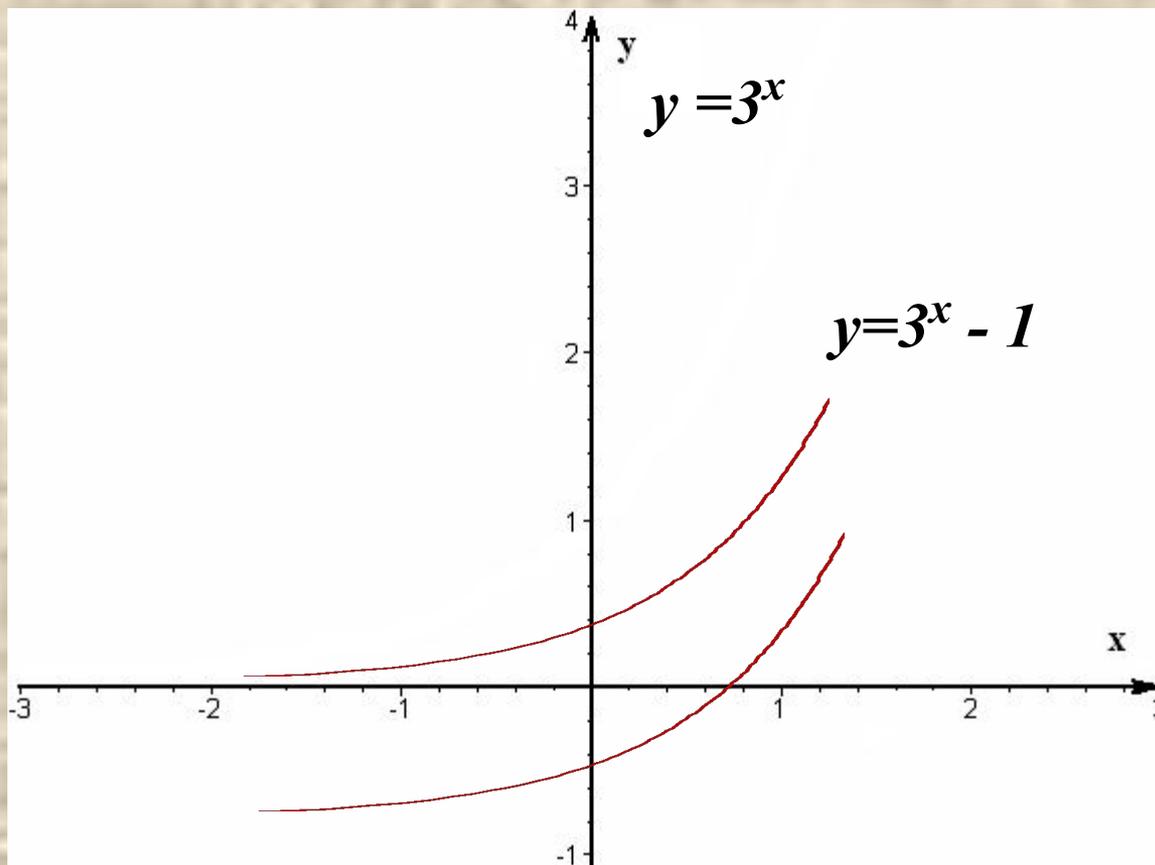


Пример 2. График функции $y = \sqrt{x-2}$ получается из графика функции $y = \sqrt{x}$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на 2 единицы вправо.

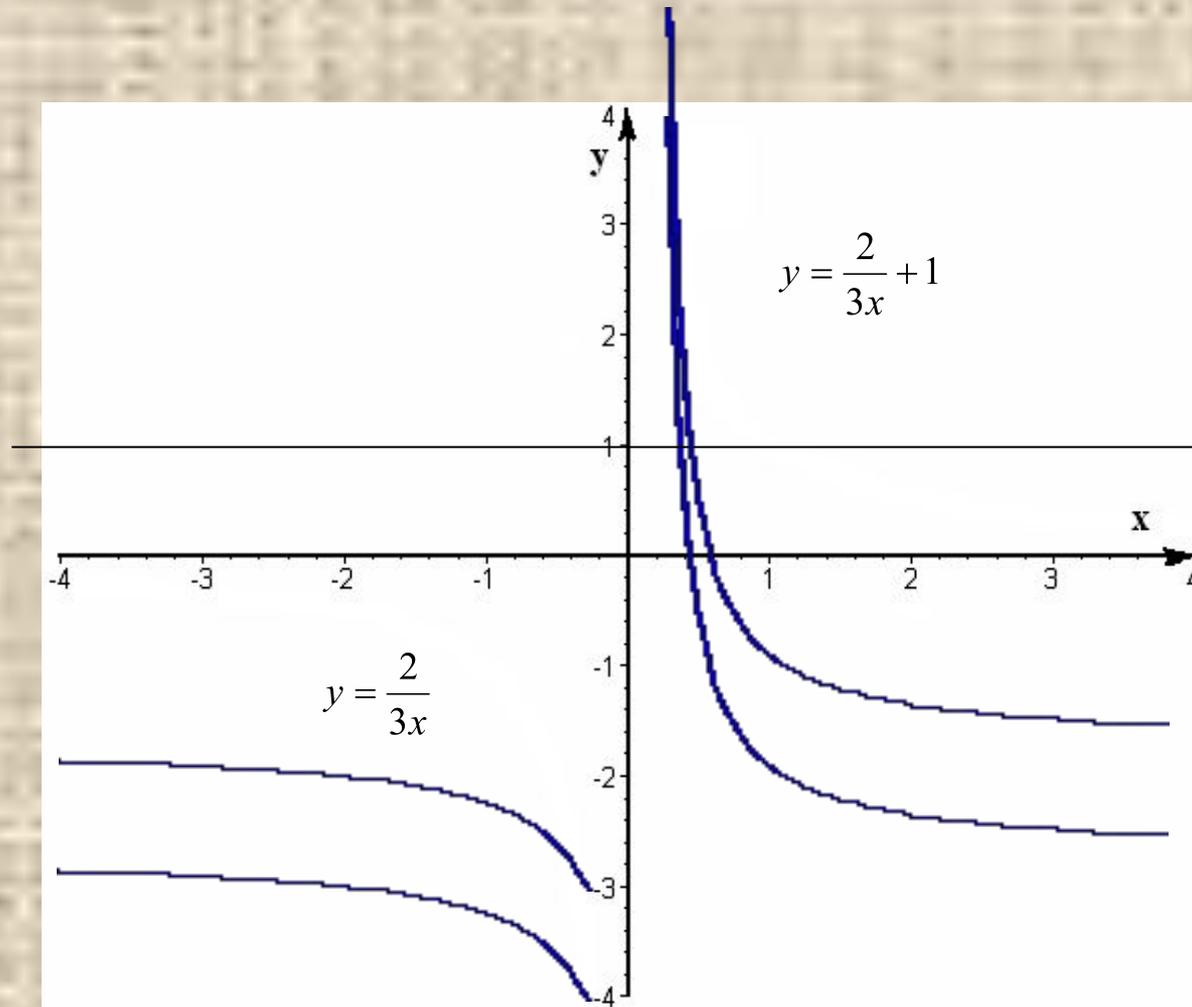


Рассмотрим теперь параллельный перенос вдоль оси ординат. В этом случае график функции $y = f(x) + b$ получается из графика функции $y = f(x)$ при $b > 0$ смещением на b единиц вверх, а при $b < 0$ – на $|b|$ единиц вниз.

Пример 3. Чтобы построить график функции $y=3^x - 1$, сначала строим график функции $y=3^x$, а затем сдвигаем его вниз на единицу.



Пример 4. Чтобы построить график функции $y = \frac{2}{3x} + 1$, сначала строим график функции $y = \frac{2}{3x}$, а затем сдвигаем его вверх на единицу.



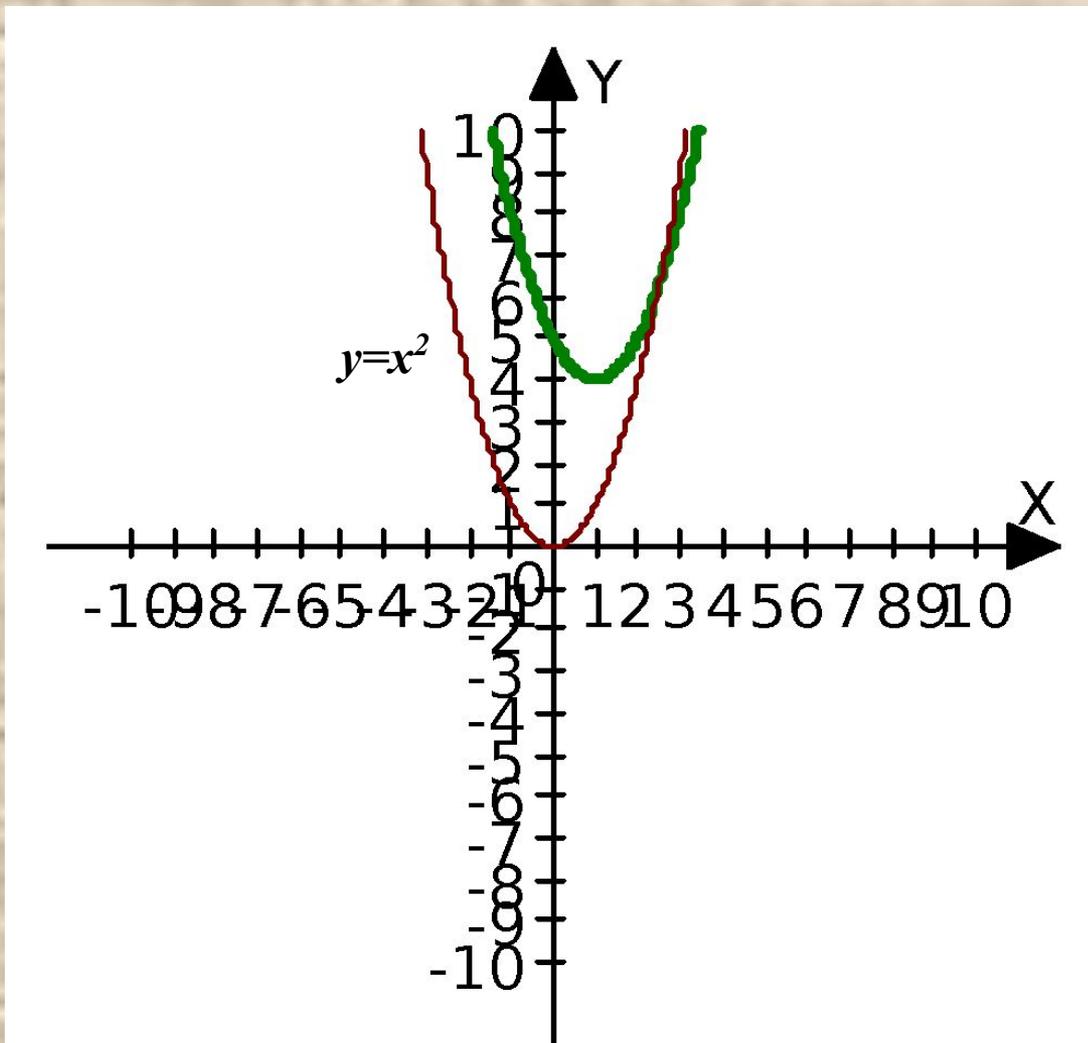
Тест



Тест

Вопрос 1.

График функции (зеленый) получен из графика функции $y=x^2$ с помощью параллельного переноса. Выберите соответствующую формулу.



1. $y=(x+1)^2+4$

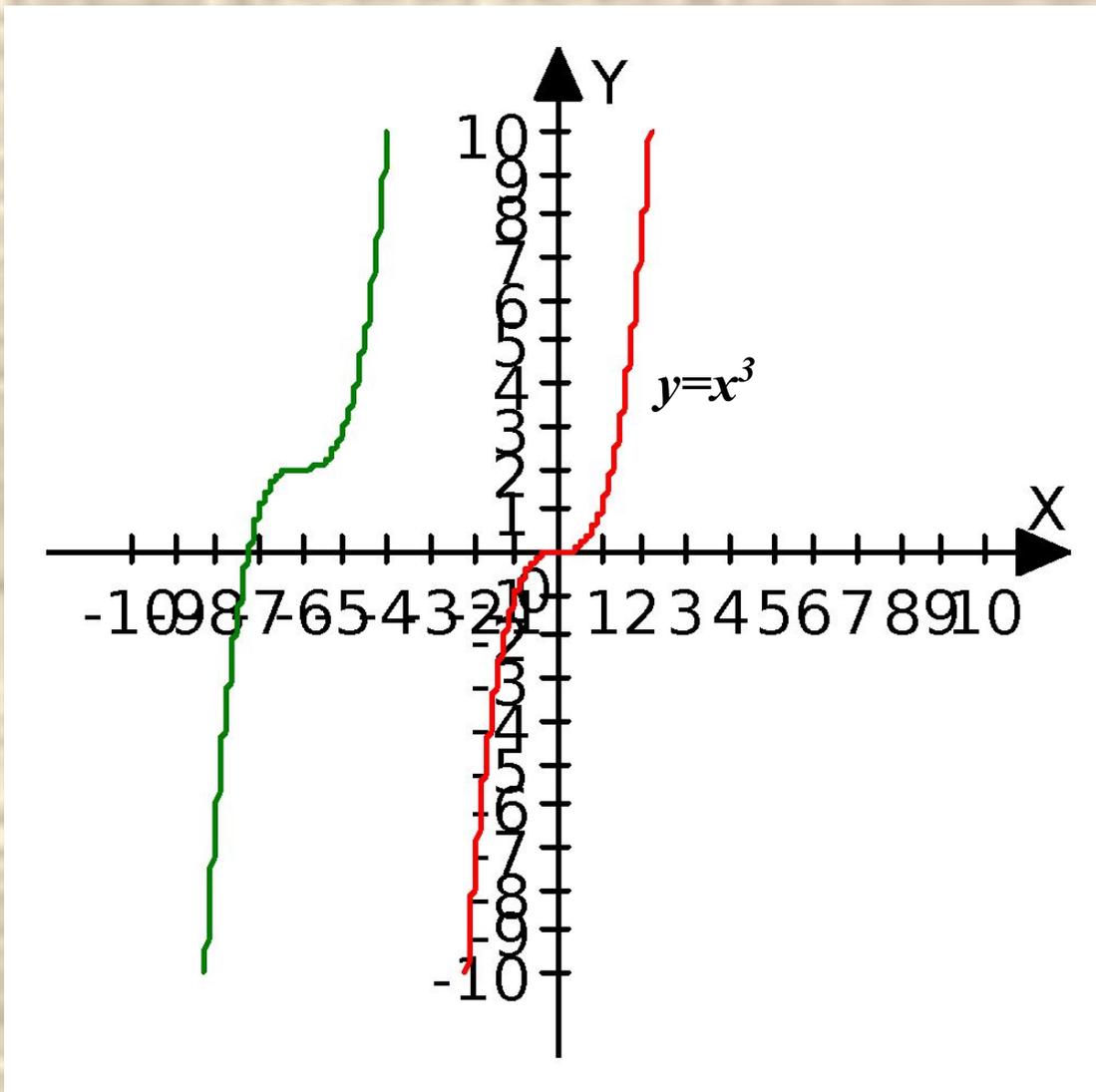
2. $y=(x-1)^2-4$

3. $y=(x-1)^2+4$

4. $y=(x+1)^2+4$

Вопрос 2.

График функции (зеленый) получен из графика функции $y=x^3$ с помощью параллельного переноса. Выберите соответствующую формулу.



1. $y=(x-6)^3+2$

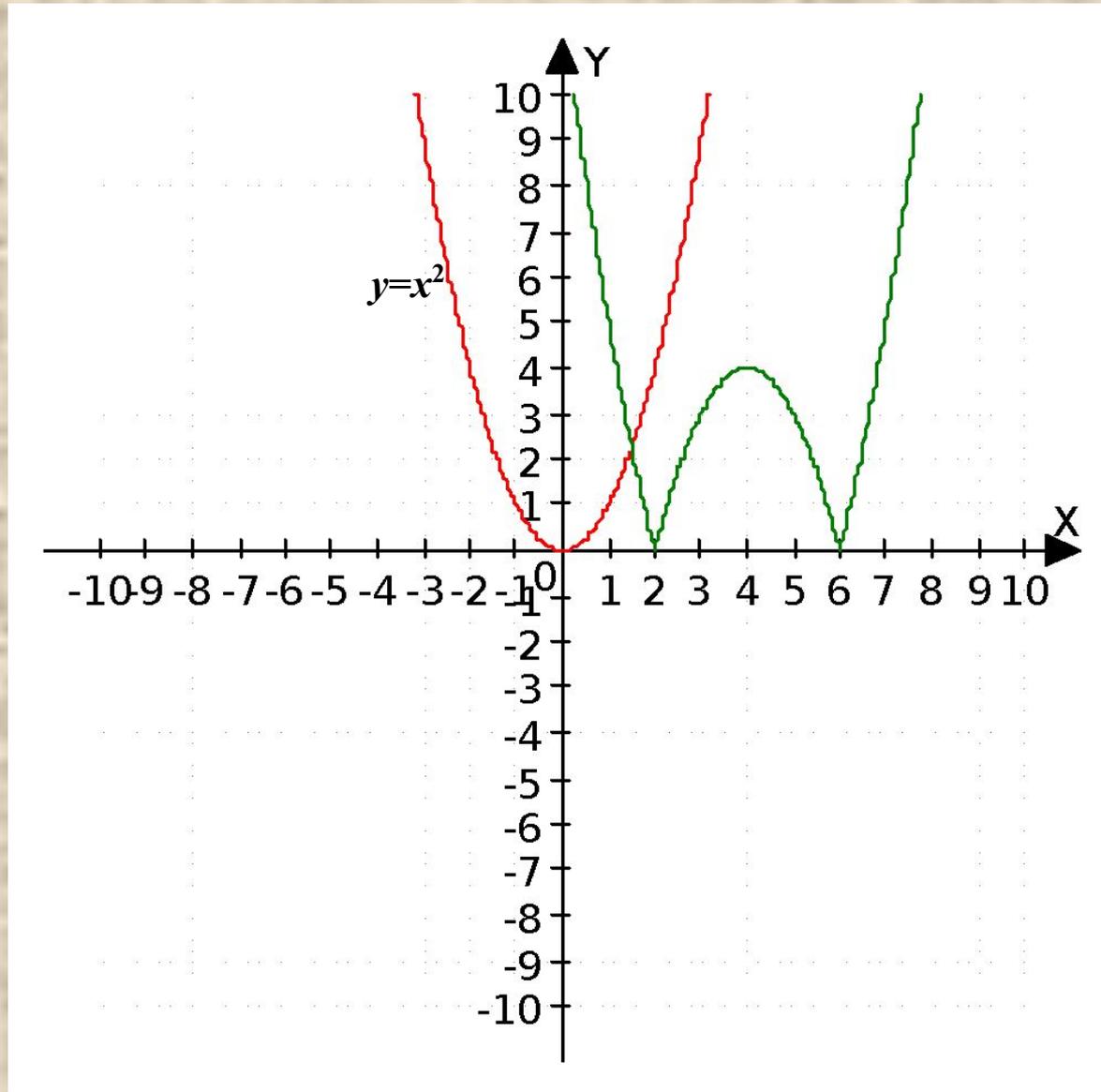
2. $y=(x-6)^3-2$

3. $y=(x+6)^3-2$

4. $y=(x+6)^3+2$

График функции получен из данного с помощью параллельного переноса и симметричного отображения относительно прямой Ox .
Напишите соответствующую формулу.

Вопрос 3.



1. $y = |(x - 4)^2 - 4|$

2. $y = |(x - 4)^2 + 4|$

3. $y = |(x + 4)^2 + 4|$

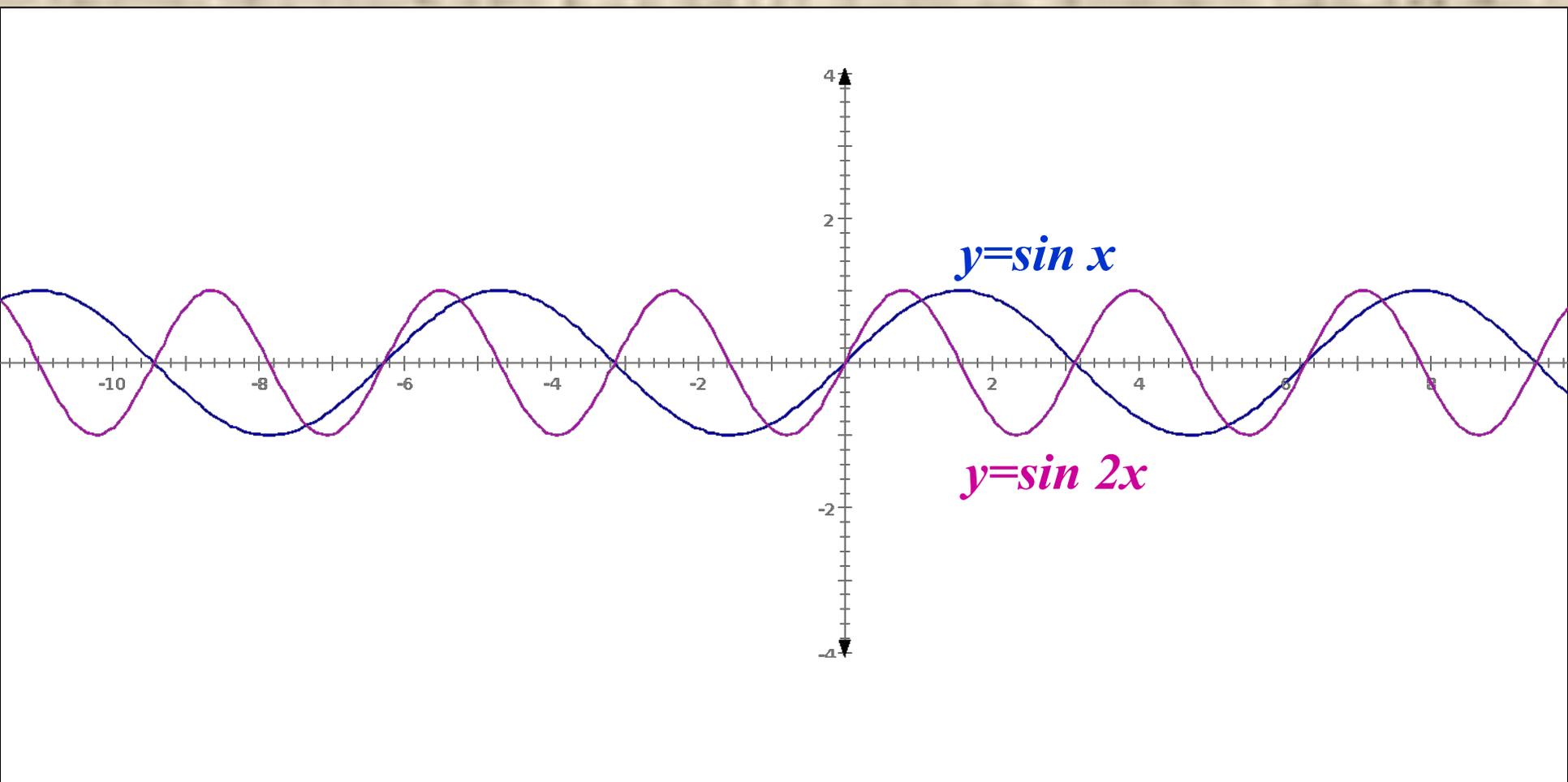
4. $y = |(x + 4)^2 - 4|$

2. Деформация (растяжение и сжатие) графика.

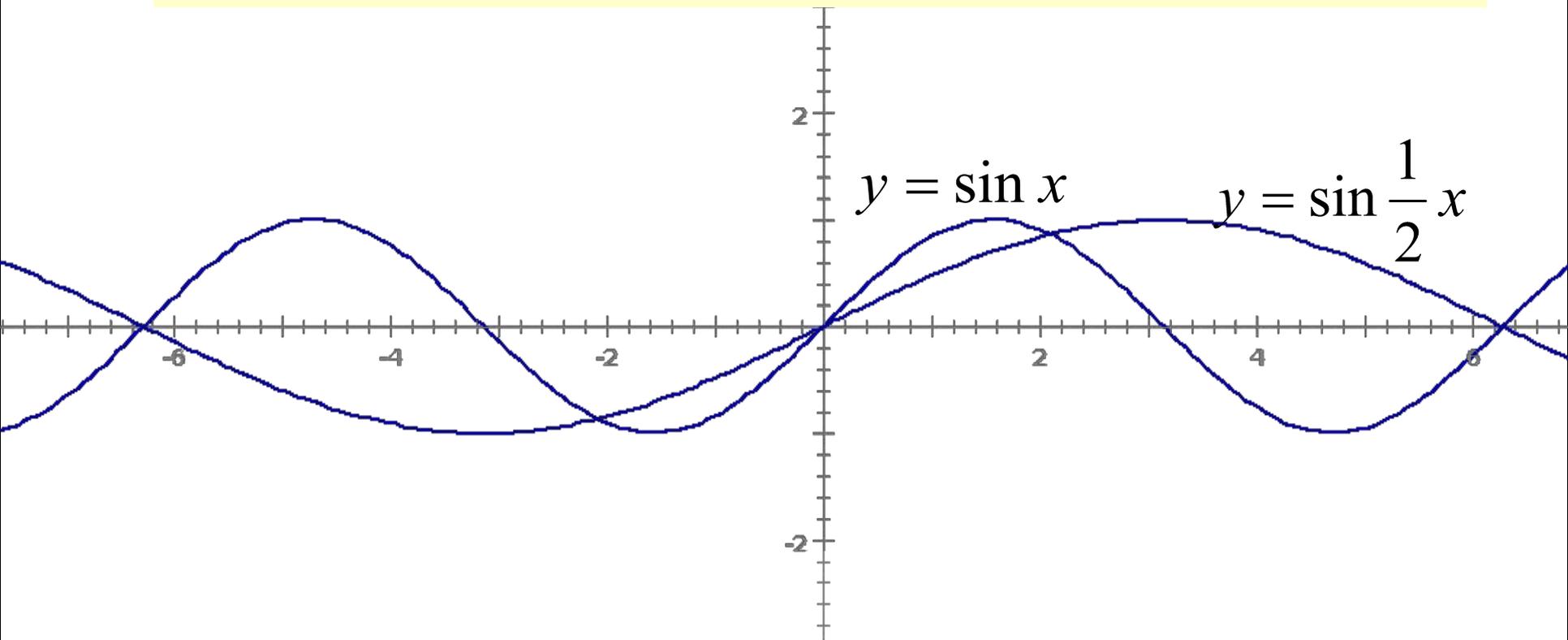
График функции $y = f(\omega \cdot x)$, $\omega > 0$, получается из графика функции $y = f(x)$, «сжатием» к оси y в ω раз при $\omega > 1$ и «растяжением» от оси y в $\frac{1}{\omega}$ раз при $0 < \omega < 1$. **Показат
ь**

График функции $y = k \cdot f(x)$, $k > 0$, получается из графика функции $y = f(x)$, «растяжением» от оси x в k раз при $k > 1$ и «сжатием» к оси x в раз при $0 < k < 1$. **Показат
ь** **Замечание.**

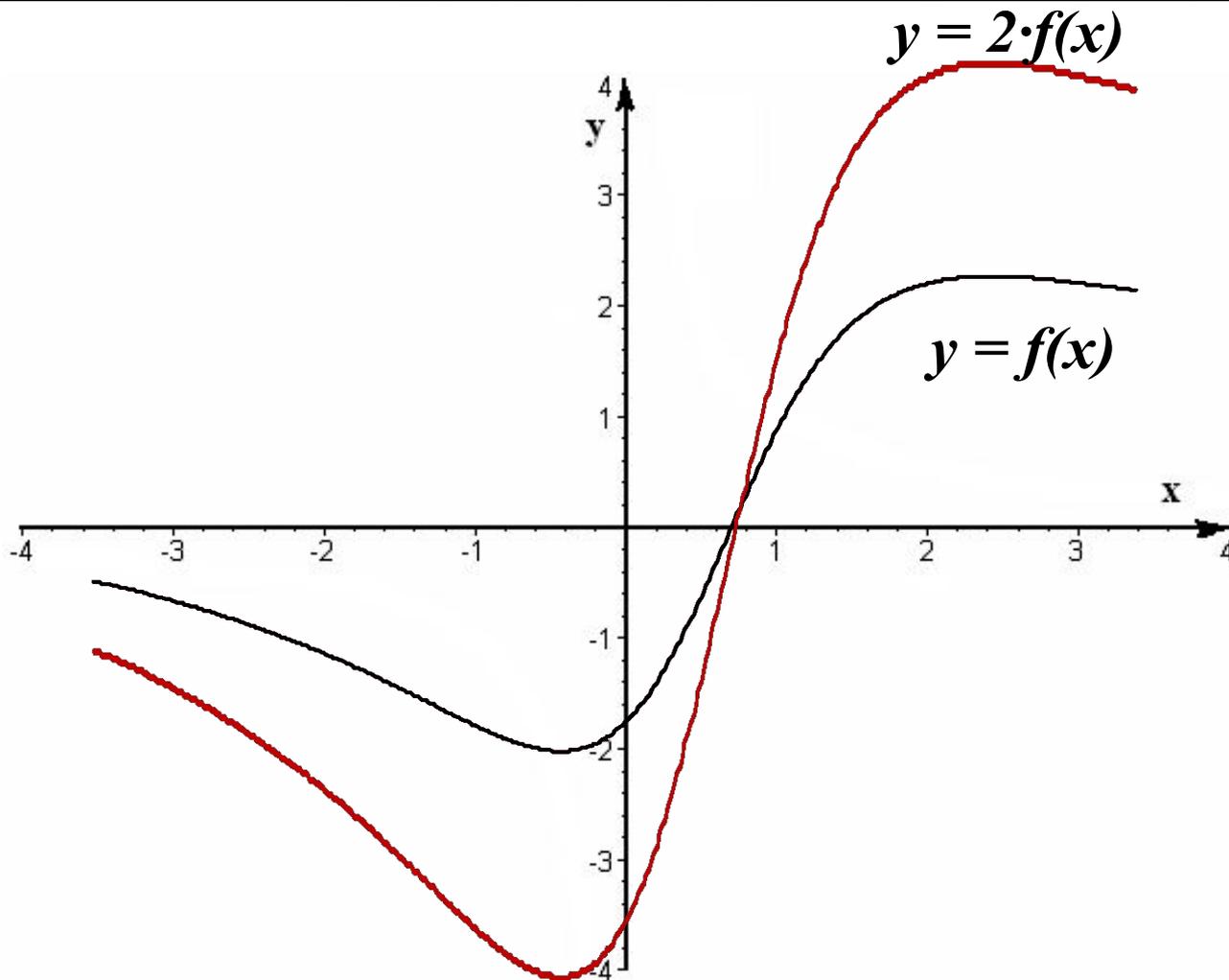
Пример 5. График функции $y = \sin 2x$ получается из графика функций $y = \sin x$ «сжатием» к оси y в 2 раза.



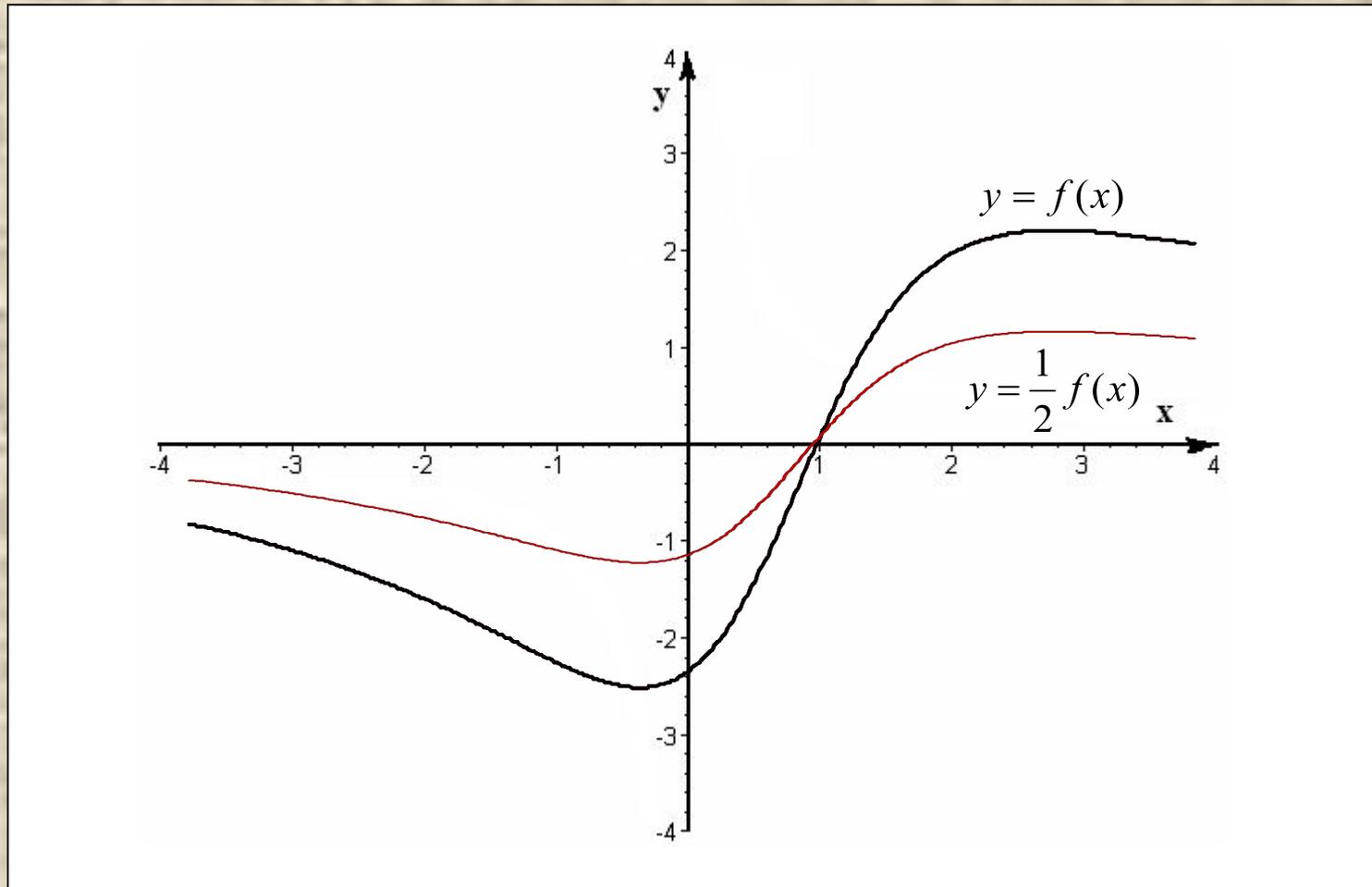
Пример 6. График функции $y = \sin \frac{1}{2}x$ получается из графика функции $y = \sin x$ «растяжением» от оси y в 2 раза.



Пример 7. График функции $y = 2 \cdot f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ «растяжением» от оси x в 2 раза.



Пример 8. График функции $y = \frac{1}{2} f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ «сжатием» к оси x в 2 раза .



3. Отражение.

График функции $y = -f(x)$ получается зеркальным отражением графика функции $y = f(x)$ относительно оси x .

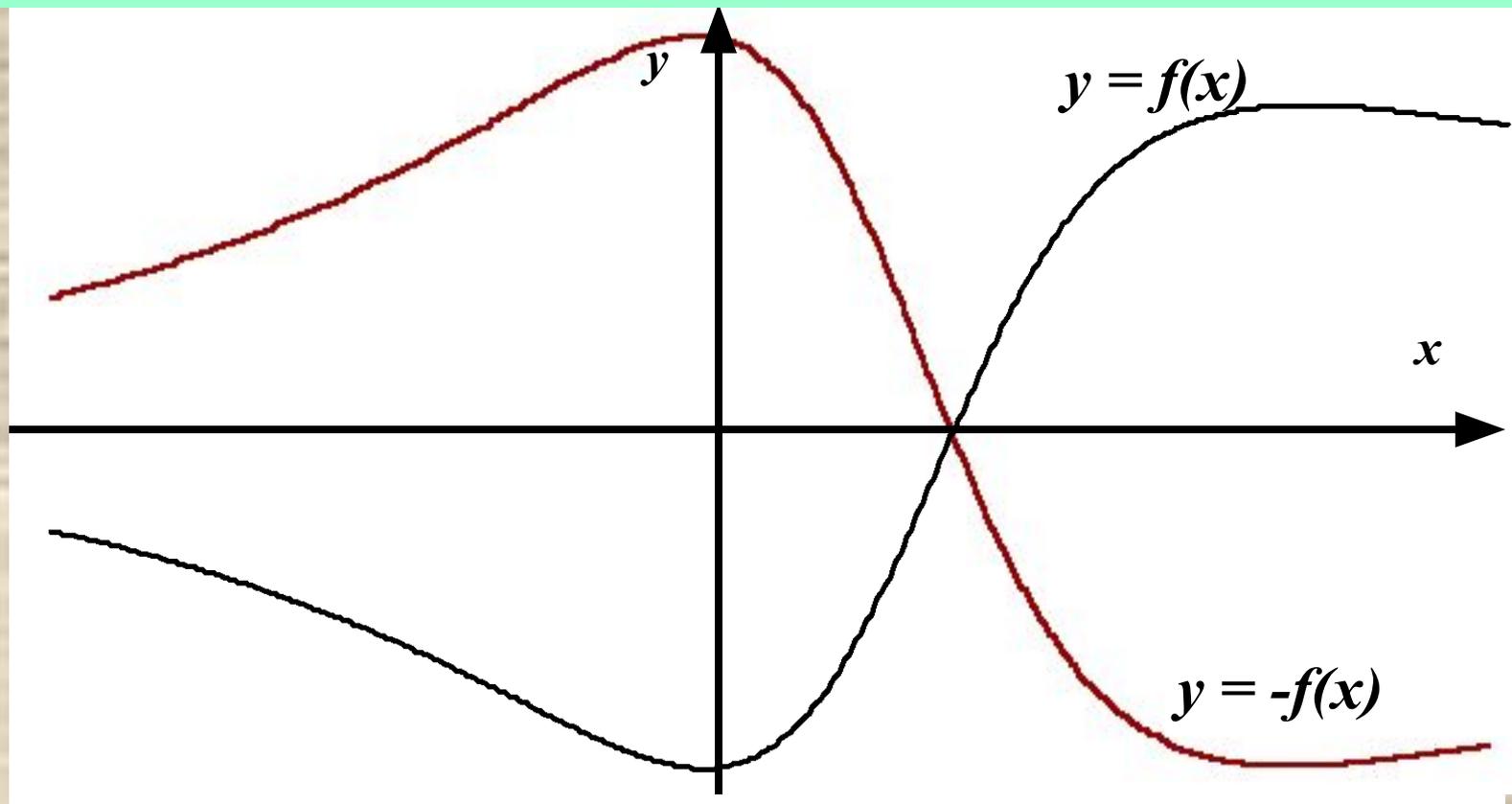


График функции $y = f(-x)$ получается зеркальным отражением графика функции $y = f(x)$ относительно оси y .

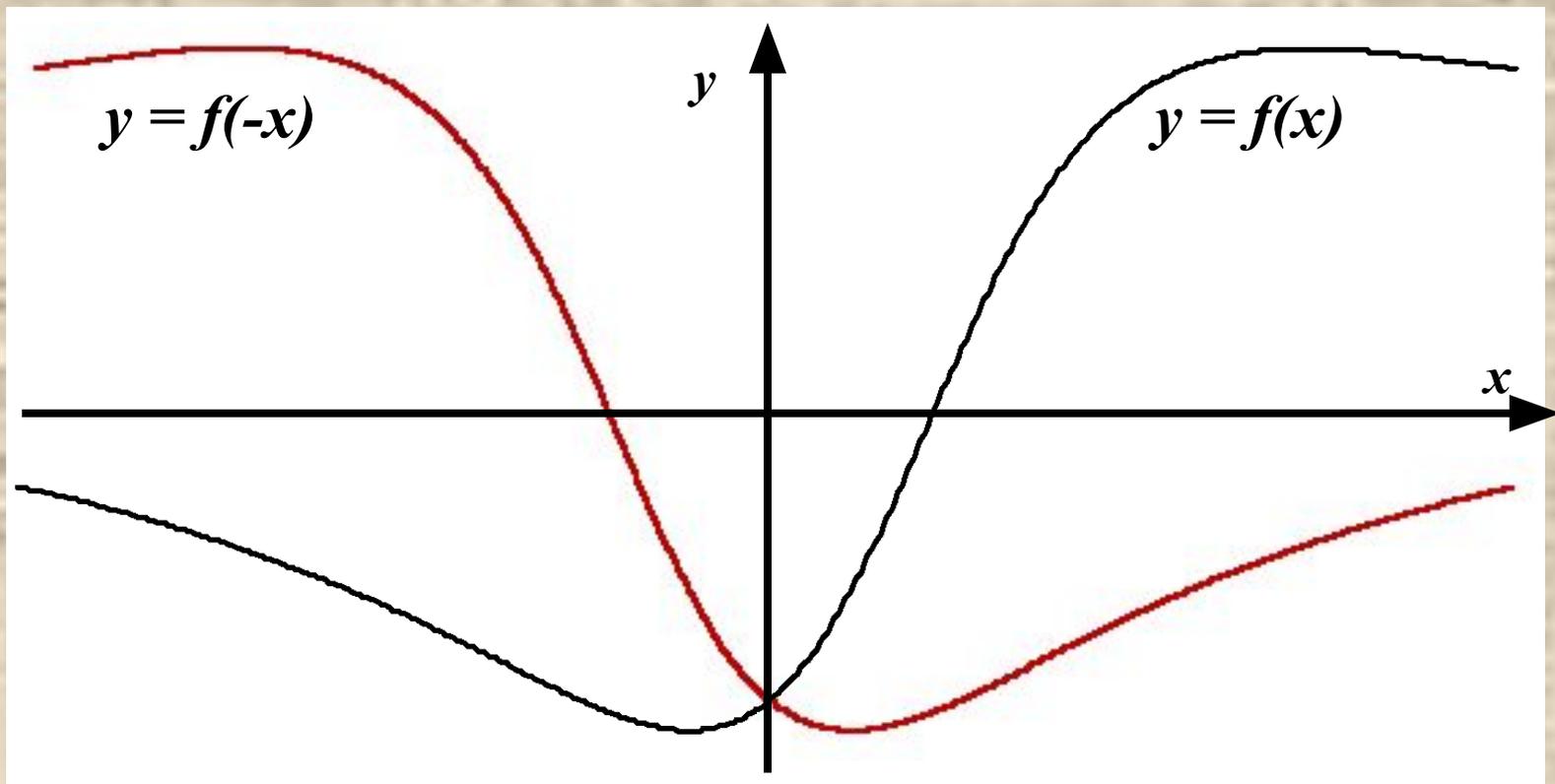
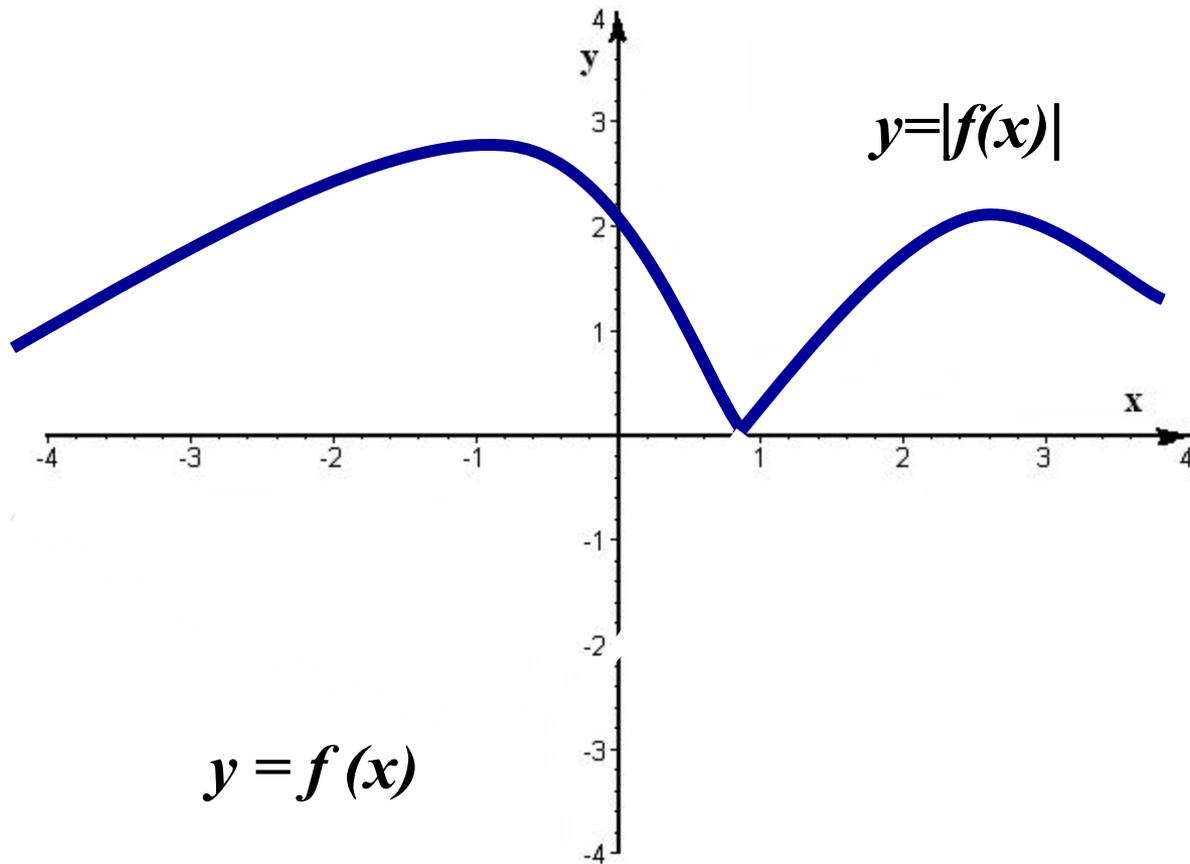


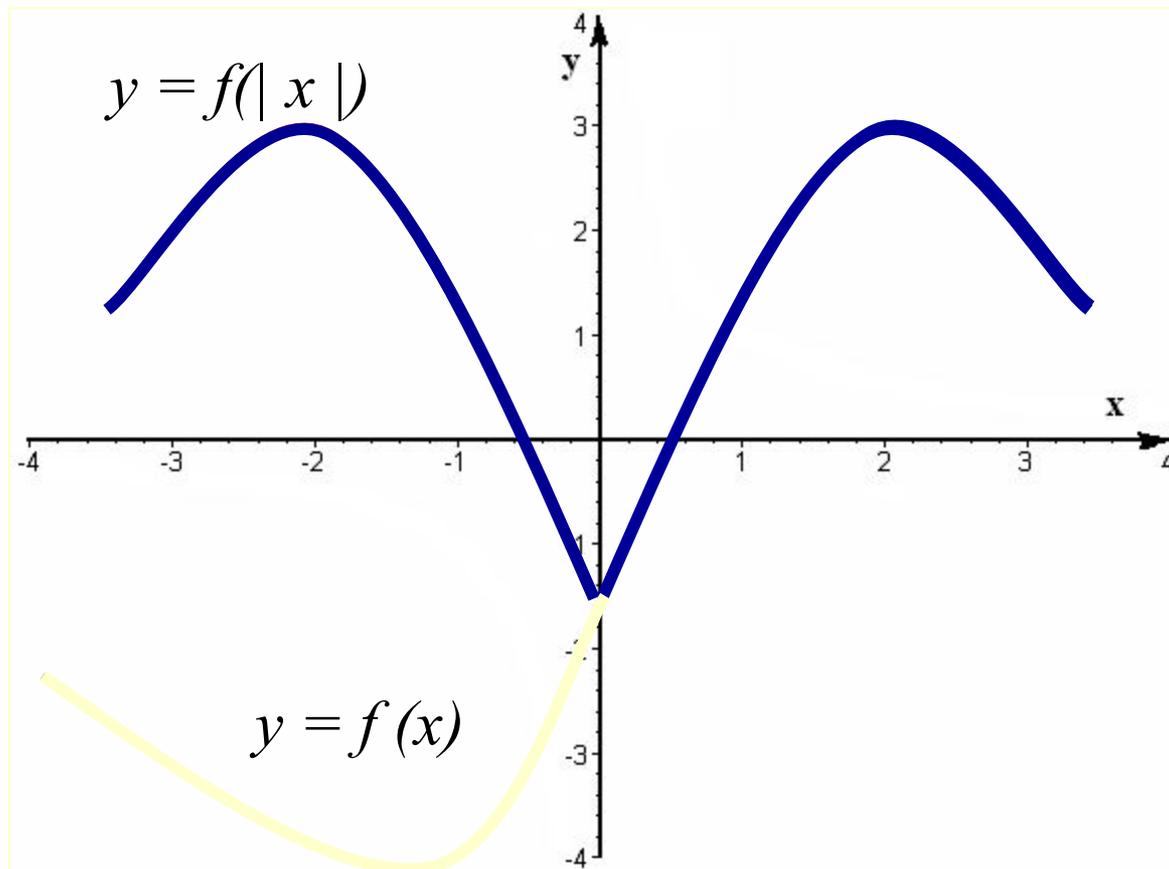
График функции $y=|f(x)|$ получается из графика функции $y=f(x)$ следующим образом:

- а) Часть графика, лежащую над осью x , оставляем без изменения;
- б) Часть графика, лежащую под осью x , отражаем симметрично относительно оси x . Таким образом, ниже оси Ox графика нет.



$$y = f(|x|);$$

$y = f(|x|)$ – четная функция, ее график получится отражением ветви при $x \geq 0$ графика функции $y = f(x)$ симметрично относительно оси Oy . Ветвь графика $y = f(x)$ при $x < 0$ пропадает.



Замечание.

Нетрудно показать, что если $y = f(x)$ – периодическая функция с периодом T , то функция $y = f(\omega \cdot x)$, $\omega > 0$, является периодической с периодом $\frac{T}{\omega}$. В самом деле, так как функция $f(x)$ имеет период T , то при любом x выполняется равенство $f(x + T) = f(x)$. Положим $\varphi(x) = f(\omega \cdot x)$; тогда для любого x получим

$$\varphi\left(x + \frac{T}{\omega}\right) = f\left(\omega\left(x + \frac{T}{\omega}\right)\right) = f(\omega \cdot x + T) = f(\omega \cdot x) = \varphi(x)$$

и, следовательно, функция $\varphi(x)$ имеет период $\frac{T}{\omega}$.

Например, функция $y = \sin 2x$ имеет период $\frac{2\pi}{2} = \pi$, а функция $y = \sin \frac{1}{2}x$ – период $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$.



АВТОР:



**Аверкина Татьяна Петровна,
учитель математики и информатики
МОУ «Тархановская средняя школа»
Ичалковского района РМ.**

Список использованной литературы:

- 1. Бахтина Т. П. «Таблетки» и «компрессы» при построении графиков. // Математика в школе. 2000. № 8.**
- 2. Игудисман О. С. Математика на устном экзамене. Пособие для поступающих в вузы с повышенными требованиями по математике. — М: «Московский Лицей», 1997.**
- 3. Райхмист Р. Б. Графики функций: задачи и упражнения. — М: Школа-Пресс, 1997. - 384с. (Серия «ШАНС» — «Школа Абитуриента: Научись Сам»).**

