



Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений



Владимирова Р.В.
учитель математики
МБОУ «Гимназия № 94»
Московского района г.Казани



1.

План урока



1. Организационный момент. Повторение.



2.1

2. Актуализация знаний. Объяснение нового материала.

2.1 Задачи на движение. Задача № 1.

2.2. Алгоритм решения задач.

2.3. Задачи на движение по воде.

4



2.2

5.

3. Закрепление новой темы. Задача № 2.

4. Самостоятельная работа.



2.3

6.

5. Итог урока.



3.

6. Домашнее задание. Рефлексия.





1. Повторение

Вопрос:

1. Какие из представленных ниже уравнений дробные рациональные?

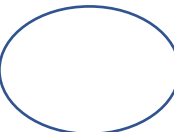
$$1) x - \frac{15}{x} = 2,5$$

$$2) 6x + 5 = 0,5x(x-21)$$

$$3) \frac{14}{x-2} = \frac{12}{x+6}$$

$$4) \frac{x-8}{2} - \frac{x}{5} = 7x+3$$

Ответ : 1, 3



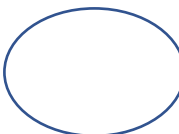


1. Повторение

Вопрос:

2. Какое уравнение называется дробным рациональным?

Левая или правая части уравнения являются рациональными дробными выражениями.





1. Повторение

Задание № 1:

Решите уравнение?
(работа в парах по вариантам)

Вариант I

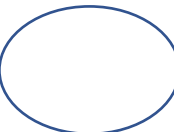
$$\frac{x^2}{x+6} = \frac{1}{2}$$

Ответ : $x = -1,5; x = 2$

Вариант II

$$\frac{x^2}{x+3} = \frac{1}{4}$$

Ответ : $x = -0,75; x = 1$





1. Повторение



Задание № 2:

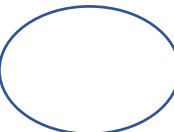
Алгоритм решения дробного рационального уравнения.



1. Все переносим в левую часть.
2. Приводим дроби к общему знаменателю.
3. Заменяем уравнение на систему:

$$\begin{cases} \text{числитель} = 0, \\ \text{знаменатель} \neq 0. \end{cases}$$

*Дробь равна нулю,
тогда и только
тогда, когда
числитель равен
нулю, а знаменатель
нулю не равен.*



2.1. Задачи на движение



Задача № 1

Из пунктов A и B , расстояние между которыми 27 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода и встретились в 15 км от A . Найдите скорость пешехода, шедшего из A , если из известно, что он шёл со скоростью, на 2 км/ч большей, чем второй пешеход, и сделал в пути получасовую остановку.



2.1. Задачи на движение



Задача № 1



15 км

27 км



2.1. Задача на движение



Решение задачи № 1

Пусть скорость пешехода, шедшего из А равна **x км/ч**, тогда скорость пешехода шедшего из В равна **$(x-2)$ км/ч**.

	v	t	s
Пешеход из А	x $x-2$	t_1 t_2	15 12
Пешеход из В			

Пешеход из А прошел **15 км**, а расстояние между пунктами **27 км**, следовательно пешеход из В прошел **12 км**. $27-15=12$.

По условию пешеход из А сделал в пути получасовую остановку, значит он шел меньше времени **на 0,5 ч**. Это условие можно записать так **$t_1 < t_2$ на 0,5 ч** или **$t_2 - t_1 = 0,5$** .

Получаем уравнение:
$$\frac{12}{x-2} - \frac{15}{x} = 0,5$$



2. Задача на движение



Решение задачи № 1

$$\frac{12}{x-2} - \frac{15}{x} = 0,5,$$

$$\frac{12x - 15(x-2) - 0,5x(x-2)}{x(x-2)} = 0,$$

$$\begin{cases} 12x - 15(x-2) - 0,5x(x-2) = 0, \\ x(x-2) \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,5x^2 - 2x + 30 = 0, \\ x \neq 0, x \neq 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -10; x = 6, \\ x \neq 3, x \neq -3. \end{cases}$$

Корень $x = -10$ не удовлетворяет условию задачи. Получаем, что скорость пешехода из А равна 6 км/ч.

Ответ : скорость пешехода из А равна 6 км/ч.





2.2. Алгоритм решения задач





2.2. Алгоритм решения задач



1. Определяем какую величину берем за переменную.
2. По условию задачи заполняем таблицу.
3. Составляем уравнение и его решаем.
4. Анализируем получившиеся корни уравнения (*убираем те, которые не удовлетворяют условию задачи*).
5. Делаем дополнительные вычисления или пишем сразу ответ (*зависит от того, что нужно найти в задаче*).

	V	t	S
I условие	V_1	t_1	S_1
II условие	V_2	t_2	S_2

Основная формула
используемая в задачах,

$$S = Vt$$



V - скорость (км/ч ; м/сек)

t - время (ч; мин; сек)

S - пройденный путь (км; м)





2.2. Алгоритм решения задач



1. Определяем какую величину берем за переменную.
2. По условию задачи заполняем таблицу.
3. Составляем уравнение и его решаем.
4. Анализируем получившиеся корни уравнения (*убираем те, которые не удовлетворяют условию задачи*).
5. Делаем дополнительные вычисления или пишем сразу ответ (*зависит от того, что нужно найти в задаче*).

Очень часто основу уравнения составляет **условие**, которое накладывается **на время**.

Для удобства условие можно записать в виде неравенства.

$$t_1 > t_2$$

на k часов

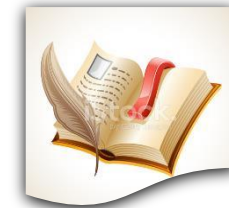
Получаем уравнение

$$t_1 - t_2 = k$$





2.3. Задачи на движение по воде



Вопрос:

В задачах при движении по воде
используются четыре вида скорости.
Какие?





2.3. Задачи на движение по воде



Вопрос:

В задачах при движении по воде используются четыре вида скорости. Какие ?



$V_{\text{лодки}} = V_{\text{по озеру}}$

- Собственная скорость (лодки, катера, теплохода...).
- Скорость течения реки.
- Скорость по течению реки.
- Скорость против течения реки.

$V_{\text{плота}} = V_{\text{течения реки}}$





2.3. Задачи на движение по воде



За неизвестную переменную принимают **скорость течения реки** или **скорость лодки**, обычно то, что нужно найти в задаче.

$V_{\text{лодки}} = x$ (ед. из)

$V_{\text{течения}} = y$ (ед. из)

	V	t	S
По течению реки	$x + y$	t_1	S_1
Против течения реки	$x - y$	t_2	S_2
По озеру	x	t_3	S_3
Стоянка		t	-

Количество строк конкретной задачи зависит от условия

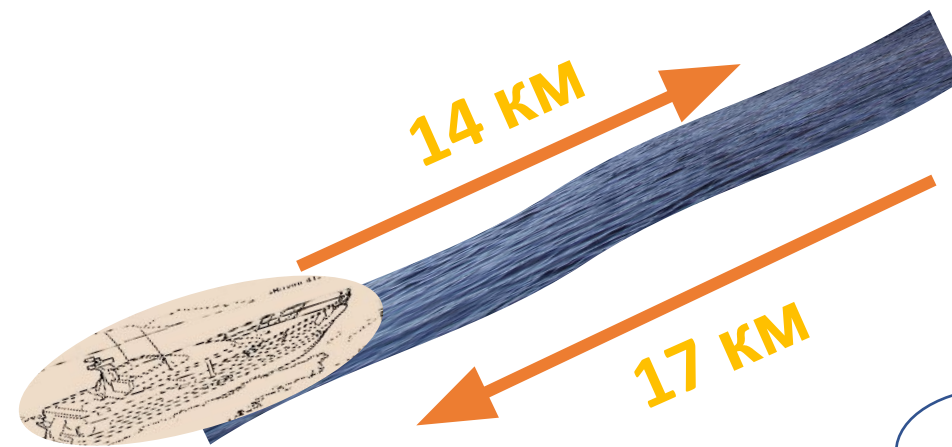


3. Решите задачу



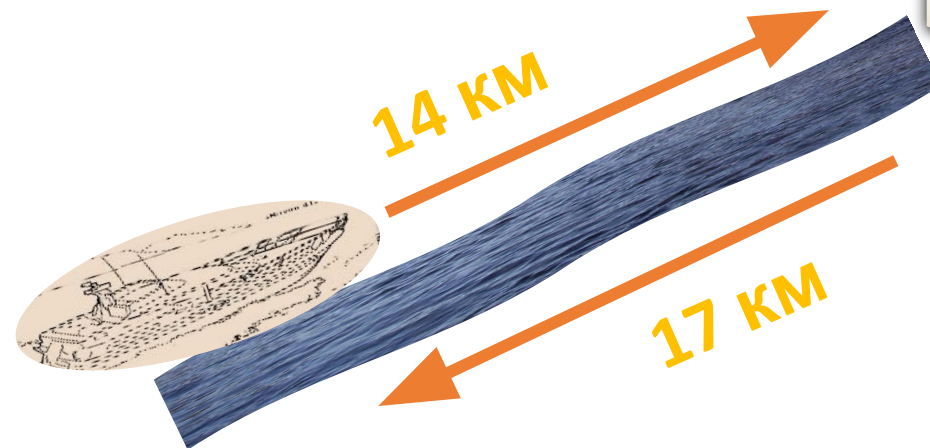
Задача № 2

Моторная лодка прошла 14 км против течения реки, а затем прошла еще 17 км по течению реки, затратив на это один час. Найдите скорость моторной лодки в стоячей воде, если скорость течения реки 3 км/ч.



3. Решите задачу

Задача № 2



*Скорость течения
реки 3 км/ч.*

*Найдите скорость
моторной лодки.*





3. Решите задачу



Решение задачи № 2

Пусть скорость моторной лодки x км/ч.

	v	t	s
По течению реки	$x + 3$	1 час	17
Против течения реки	$x - 3$		14

$$t_1 + t_2 = 1$$

$$17/(x+3) + 14/(x-3) = 1,$$

$$\frac{17(x-3) + 14(x+3) - (x-3)(x+3)}{(x+3)(x-3)} = 0,$$

$$\begin{cases} 17(x-3) + 14(x+3) - (x-3)(x+3) \\ (x+3)(x-3) \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 31x = 0, \\ x \neq 3, x \neq -3; \end{cases}$$

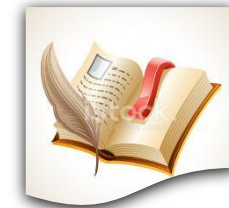
$$\begin{cases} x = 0; x = 31, \\ x \neq 3, x \neq -3. \end{cases}$$

Ответ : скорость лодки 31 км/ч.





4. Самостоятельная работа



Задание :

Прочитайте задачи. Запишите условие в таблицу, составьте уравнение для решения задачи.

Учебник стр. № 138,139

Вариант I

1) № 619

2) № 628

Вариант II

1) № 618

2) № 629





4. Самостоятельная работа



Проверка :

Вариант I

1) № 619

Один из лыжников прошел расстояние в 20 км на 20 мин быстрее, чем другой. Найдите скорость каждого лыжника, зная, что один из них двигался со скоростью, на 2 км/ч большей, чем другой.

	V	t	S
1 лыжник	X	t_1	20
2 лыжник	X+2	t_2	20

$t_1 < t_2$ на 20 минут, $t_2 - t_1 = 1/3$

$$\frac{20}{x+2} - \frac{20}{x} = 1/3$$

Вариант II

1) № 618

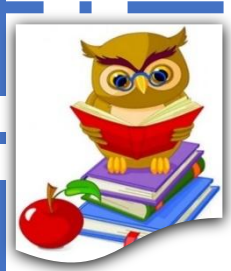
Из города в село, находящееся от него на расстоянии 120 км, выехали одновременно два автомобиля. Скорость одного была на 20 км/ч больше скорости другого, и поэтому он пришел к месту назначения на 1 ч раньше. Найдите скорость каждого автомобиля.

	V	t	S
1 автомобиль	X+20	t_1	120
2 автомобиль	X	t_2	120

$t_1 < t_2$ на 1 ч, $t_2 - t_1 = 1$

$$\frac{120}{x+20} - \frac{120}{x} = 1$$





4. Самостоятельная работа



Проверка :

Вариант I

2) № 628

Моторная лодка, скорость которой в стоячей воде 15 км/ч, прошла по течению реки 35 км, а против течения 25 км. По течению она шла столько же времени, сколько против течения. Какова скорость течения реки?

	V	t	S
По течению	$X + 15$	t_1	35
Против течения	$X - 15$	t_2	25

$$t_1 = t_2, \quad t_2 - t_1 = 0.$$

$$\frac{35}{x+15} + \frac{25}{x-15} = 0.$$



Вариант II

2) № 629

Катер, развивающий в стоячей воде скорость 20 км/ч, прошел 36 км против течения и 22 км по течению, затратив на весь путь 3 ч. Найдите скорость течения реки.

	V	t	S
Против течения	$20 - X$	t_1	36
По течению	$20 + X$	t_2	22

$$t_1 + t_2 = 3.$$

$$\frac{36}{20-x} + \frac{22}{20+x} = 3.$$





5. Подводим итоги урока



Ответ :

- Какие виды задач мы с вами разобрали на уроке?
- Повторите алгоритм решения задач.
- Какие особенности (или закономерности) встретились нам при решении задач?





6. Домашняя работа



Вариант I

- 1) № 618
- 2) № 629
- 3) № 636, 637 (а)

Вариант II

- 1) № 619
- 2) № 628
- 3) № 636, 637 (б)



Рефлексия



- На уроке было комфортно и все понятно.



- На уроке немного затруднялся, не все понятно.



- На уроке было трудно, ничего не понял.

НАВИГАЦИЯ



**План
урока**



**Алгоритм решения
дробного рац.
уравнения**



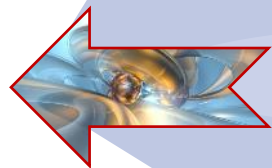
**Алгоритм
решения задач**



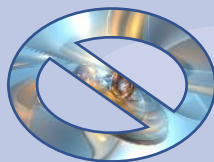
**Движение
по воде**



Итоги урока



Назад



ВЫХОД



Вперед