Учиться можно только весело…Чтобы переваривать знания, надо поглощать их с аппетитом

Французский писатель
Анатолий Франц

«Решение логарифмических уравнений и неравенств. Подготовка к ЕГЭ»

СЕГОДНЯ НА УРОКЕ:

1.Повторить:

* Определение логарифма
* Свойства логарифмов
* Решение логарифмических уравнений
* Решение логарифмических неравенств

2.Рассмотреть:

* Решение логарифмических уравнений и неравенств из заданий ЕГЭ, №5(базового и профильного уровней)

Логарифмом
положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a - называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, что бы получить число b

$$b > 0$$
$$a > 0$$
$$a \neq 1$$

$$\log_a b = x, \quad a^x = b$$

Найти область определения функции

$y = \log_a(-x)$	$(-\infty;0)$	$-x > 0; x < 0.$
$y = \log_a \sqrt{x}$	$(0;\infty)$	$\sqrt{x} > 0; x > 0.$
$y = \log_a(x-1)$	$(1;\infty)$	$x-1 > 0; x > 1.$
$y = \log_a(x^2-1)$	$(-\infty;-1) \cup (1;\infty)$	$x^2-1 > 0; \left[\begin{array}{l} x < -1, \\ x > 1 \end{array}\right.$
$y = \log_a(x^2+1)$	R	$x^2 + 1 > 0$, при $x \in R$.
$y = \log_{x-2}\lvert x \rvert$	$(2;3)$ $(3;\infty)$	$x-2 > 0; x-2 \neq 1;$ $x \neq 0$

Вычислите устно:

$\log_{1/2} 4 =$ **-2**

$\log_3 27 =$ **3**

$\log_2 \frac{1}{4} =$ **-2**

$\log_5 \sqrt{5} =$ **1/2**

$5^{2\log_5 3} =$ **9**

$8^{\log_2 3} =$ **27**

$\lg 0{,}1 =$ **-1**

$\log_2(-8)$ не существует

$4^{2+\log_4 5} =$ **80**

1) Сравните с 1: $\log_{2019}2018$ меньше 1

2) Сравните с 1: $\log_{2018}2019$ больше 1

Определите метод решения уравнения

Уравнения	Методы решения
$\log_a f(x) = b$	По определению логарифма
$\log_a f(x) = \log_a g(x)$	Метод потенцирования
$\log_{a(x)} f(x) = \log_{b(x)} f(x)$	Метод приведения к одному основанию
$f_1(x)^{f_2(x)} = f_3(x)$	Метод логарифмирования
$\log^2 a\, f(x) + \log_a f(x) = c$	Метод постановки
$a^{\log_a f(x)} = b^{\log_b f(x)}$	Применение основного тождества
$\log_a f(x) + \log_a g(x) = c$	Сворачивание в один логарифм

1 метод: решение уравнений, основанное на определении логарифма.

$$\log_a x = b$$

$$x = a^b$$

НАПРИМЕР:

$$\log_5(x-2) = 1$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2{,}5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_{x^2} \sqrt{5} - \log_x 5\sqrt{5} + 1{,}25 = 0$
6. $\text{Log}_4{}^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $X^{1+\log_3 x} = 9$

2 метод: потенцирование

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$f(x) = g(x)$$

$$f(x) > 0,\ g(x) > 0,\ a > 0,\ a \neq 1$$

НАПРИМЕР:

$$\log_5 x = \log_5 (6 - x^2)$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2{,}5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_{x^2} \sqrt{5} - \log_x 5\sqrt{5} + 1{,}25 = 0$
6. $\text{Log}_4{}^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $X^{1+\log_3 x} = 9$

3 метод: приведение логарифмического уравнения к квадратному

$A\log_a^2 f(x) + B\log_a f(x) + C = 0$

$A \neq 0,\ f(x) > 0,\ a > 0,\ a \neq 0$

способ решения: подстановка

$y = \log_a f(x)$

тогда уравнение примет вид:

$Ay^2 + By + C = 0.$

НАПРИМЕР:

$\log_3^2 x - \log_3 x = 2$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2{,}5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_{x^2} \sqrt{5} - \log_x 5\sqrt{5} + 1{,}25 = 0$
6. $\text{Log}_4{}^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $X^{1+\log_3 x} = 9$

4 метод: логарифмирование обеих частей уравнения.

НАПРИМЕР:

$$x^{\log_3 x} = 81$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2{,}5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_{x^2} \sqrt{5} - \log_x 5\sqrt{5} + 1{,}25 = 0$
6. $\text{Log}_4{}^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $X^{1+\log_3 x} = 9$

5 метод: приведения логарифмов к одному основанию

Используют формулы:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

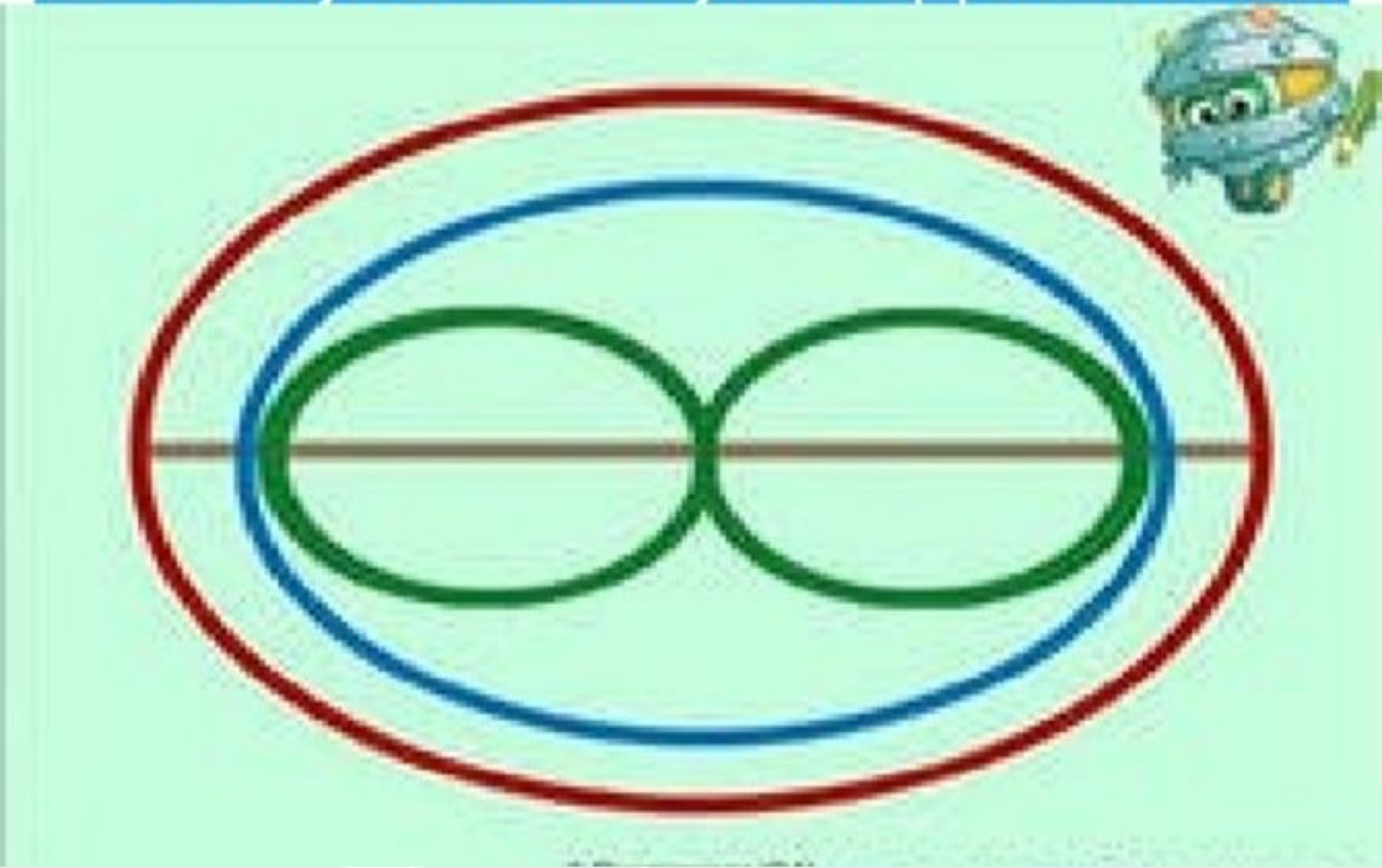
$$\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \log_a b$$

НАПРИМЕР: $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЯ

1. $\lg(x + 3) = 2\lg 2 + \lg x$
2. $\lg(\lg x) = 0$
3. $\log_7 x + \log_x 7 = 2{,}5$
4. $x^{\lg x + 2} = 100x$
5. $\log_{x^2} \sqrt{5} - \log_x 5\sqrt{5} + 1{,}25 = 0$
6. $\text{Log}_4{}^2 x - \log_4 x - 2 = 0$
7. $\text{Log}_3(2x + 1) = 2$
8. $\text{Log}_{x-6}(x^2 - 5) = \log_{x-6}(2x + 19)$
9. $x^{\log_2 x} = 16$
10. $\text{Log}_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$
11. $\text{Log}_{x+1}(2x^2+1) = 2$
12. $X^{1+\log_3 x} = 9$

Физкультминутка для глаз



Предлагаю перейти к логарифмическим неравенствам

* Логарифмические неравенства

* ***Логарифмическими неравенствами*** называют неравенства вида $\log_a f(x) > \log_a u(x)$, где $a \neq 1;\ a > 0;\ f(x),\ u(x)$ - выражения, содержащие x.

* ***Если в неравенствах неизвестное находится под знаком логарифма, то неравенства относят к логарифмическим неравенствам.***

Какие из функций являются возрастающими, а какие убывающими?

$y = \log_2 x$ — возрастающая — $2 > 1$

$y = \log_{0,5} x^2$ — убывающая — $0 < 0,5 < 1$

$y = \lg\sqrt{x}$ — возрастающая — $10 > 1$

$y = \ln x + 2$ — возрастающая — $e > 1$

$y = \log_{\sqrt{0,7}} x - 4$ — убывающая — $0 < \sqrt{0,7} < 1$

Между числами m и n поставить знак > или <. (m, n > 0)

$\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$ $\quad m < n \quad$ $0 < \frac{1}{2} < 1$

$\log_8 m > \log_8 n$ $\quad m > n \quad$ $8 > 1$

$\log_{2,5} m < \log_{2,5} n$ $\quad m < n \quad$ $2,5 > 1$

$\log_{0,2} m < \log_{0,2} n$ $\quad m > n \quad$ $0 < 0,2 < 1$

* Решение заданий ЕГЭ - №5 (профильный уровень)

Решите неравенства :

$\log_7(8 - x) < 2,$

$\log_{\frac{1}{6}}(6 - x) > -2,$

$\log_3(9 + x) < \log_5(x+4),$

$\log_{\frac{1}{3}}(2x - 4) > \log_{\frac{1}{3}}(14 - x),$

Конечно, самым сложным для нас считается решение логарифмических неравенств, содержащих переменную в основании логарифма

$$\log_{(3-x)}(x+3)\cdot\log_{(x+5)}(5-x)\leq 0$$

$$\log_{x^2}(x+2)\leq 1$$

Решать тремя способами

*ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

«3»- 2- 3 любых задания

«4»- 4- 5 любых заданий

«5» - 6-7 заданий

1. $\log^2 x + \lg x^2 = \lg^2 2 - 1$

2. $\log_{1-2x}(6x^2 - 5x + 1) - \log_{1-3x}(4x^2 - 4x + 1) = 2$

3. $\left|\log_{\sqrt{3}} x - 2\right| - \left|\log_3 x - 2\right| = 2$

4. $2\log x^2 - \lg^2(-x) = 4$

5. $4\log_{\frac{1}{4}}^2(-x) + 2\log_4 x^2 = -1$

6. $3\lg x^2 - \lg^2(-x) = 9$

7. $\log_{\frac{1}{e}}^2 x^2 + \log_e x^4 - 2 = 0$

Применение метода рационализации при решении неравенств и систем неравенств

Метод рационализации заключается
в замене сложного выражения *F(x)*
на
более простое выражение *G(x)*,
при которой
неравенство ***G(x)>0*** равносильно неравенству ***F(x)>0*** в
области определения выражения F(x).

	Выражение F	Выражение G
1 1а 1б	$log_a f - log_a g$ $log_a f - 1$ $log_a f$	$(a-1)(f-g)$ $(a-1)(f-a)$ $(a-1)(f-1)$
2 2а 2б	$log_h f - log_h g$ $log_h - 1$ $log_h f$	$(h-1)(f-g)$ $(h-1)(f-h)$ $(h-1)(f-1)$
3	$log_f h - log_g h$ $(g \neq 1, f \neq 1)$	$(f-1)(g-1)(h-1)(g-f)$
4 4а	$h^f - h^g \ (h > 0)$ $h^f - 1$	$(h-1)(f-g)$ $(h-1)f$
5	$f^h - g^h$ $(f > 0, g > 0)$ $\lvert f \rvert - \lvert g \rvert$	$(f-g)h$ $(f-g)(f+g)$
6		

СПАСИБО ЗА УРОК

И заканчивая урок, я предлагаю ученикам интересные факты о применении логарифмов в различных сферах.

Везде, где есть процессы, изменяющиеся во времени, используют логарифмы.

Логарифмы – это математическое понятие, которое применяется во всех отраслях науки: химии, биологии, физике, географии, информатике и многих других, но самое широкое применение логарифмов нашли в экономике.

При **социологических опросах** население разбивают на группы по различным признакам: возрастным, социальным и другим. Например: пенсионеры, работающее население, студенты и т.д.

Оптимальное число групп с равными интервалами можно вычислить по формуле Стерджесса

$$n = 1 + 3{,}322 lg N$$

где n – число групп,

N – общее число единиц совокупности

ЗВУКОИЗОЛЯЦИЯ СТЕН

Коэффициент звукоизоляции стен измеряется по формуле:

$$D = A\,lg\frac{P_0}{P},$$

где – P_0 – давление звука до поглощения,

P – давление звука, прошедшего через стену,

A – const, которая в расчетах принимается равной 20 децибелам.