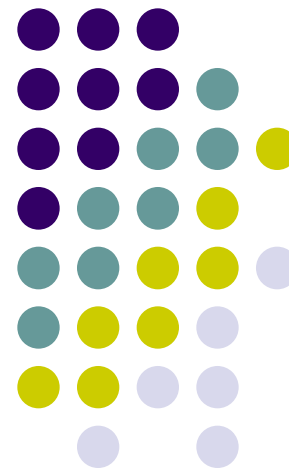


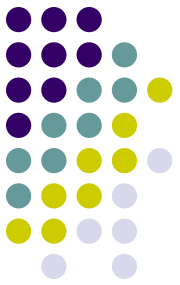
Функция. Свойства функции.

Выполнил:

учитель математики и информатики
МОУ СШ № 7 Волгограда

Изотова Ирина Юрьевна





План:

- *Определение функции.*
- *Область определения. Область значений.*
- *Способы задания функции.*
- *Возрастание, убывание функции.*
- *Ограниченность функции.*
- *Наибольшее, наименьшее значения функции.*
- *Выпуклость, вогнутость функции.*
- *Четность, нечетность функции.*
- *Элементарные функции, их свойства и графики.*

Определение функции

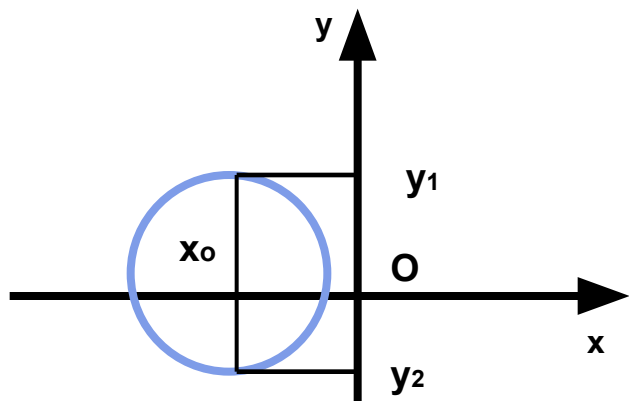


Зависимость между двумя переменными x и y , при котором **каждому** значению переменной x соответствует **единственное** значение переменной y называют функцией.

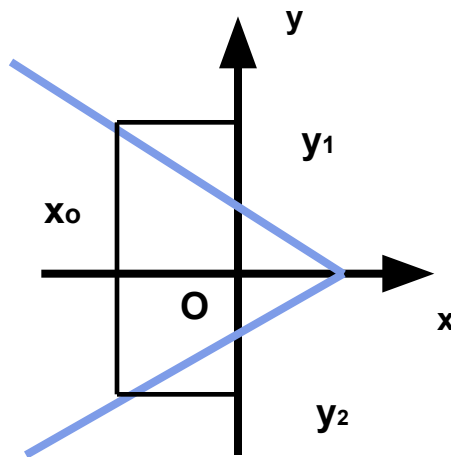
Обозначают $y = f(x)$.

где x – независимая переменная (аргумент),

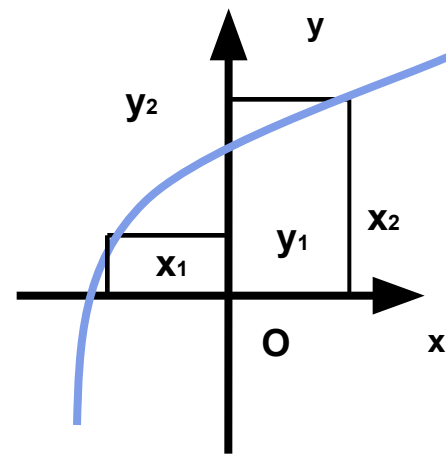
$y = f(x)$ – зависимая переменная (функция).



Не является функцией



Не является функцией

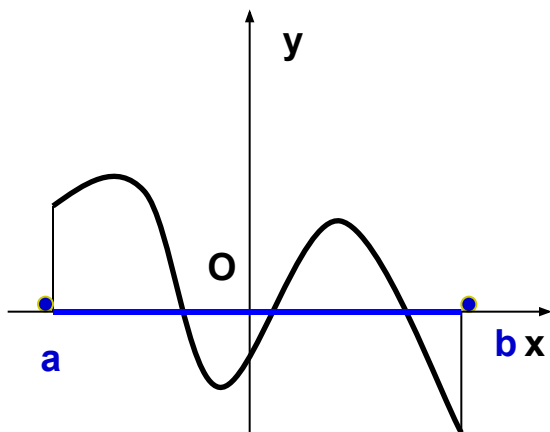


Является функцией

Область определения функции

Множество всех допустимых значений x (аргумента, независимой переменной) при которых выражение имеет смысл.

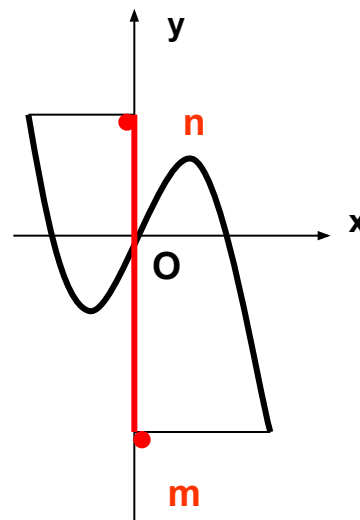
Обозначение: $D(f) = [a; b]$



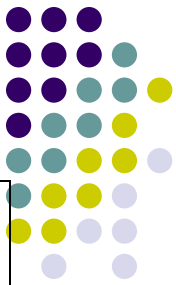
Область значений функции

Множество всех значений функции $y = f(x)$, где x принадлежит X (области определения).

Обозначение: $E(f) = [m; n]$



Способы задания функции



Аналитический (формулой)

1) $y = 2x + 5;$

2)
$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{если } x < -2; \\ 0,5x + 3, & \text{если } -2 \leq x \leq 2; \\ 7 - x, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Описанием (с помощью естественного языка)

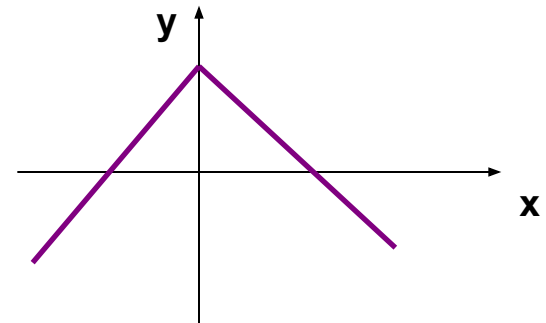
Например:

«Каждому отрицательному числу соответствует -1 , нулю — число 0 , а каждому положительному — число 1 »

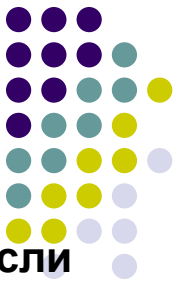
Табличный.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n ²	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Графический



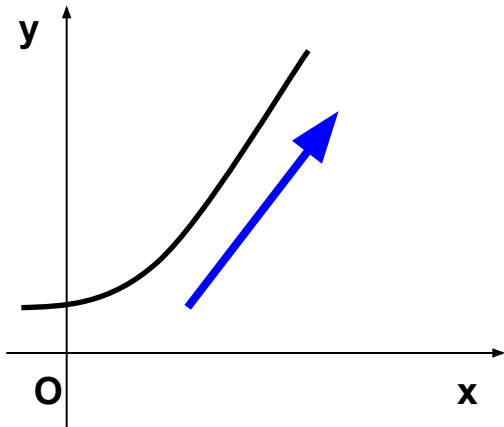
Свойства функции



• Возрастание

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве $D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

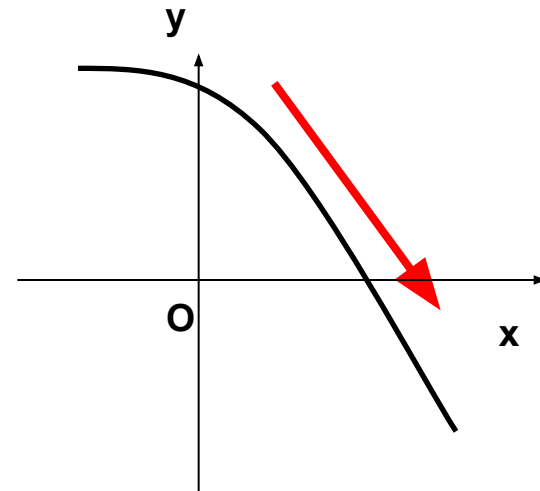
(Если **большему значению** аргумента соответствует **большее значение** функции)



• Убывание

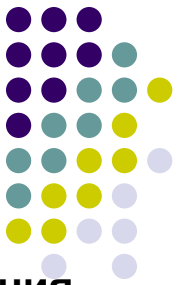
Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве $D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

(Если **большему значению** аргумента соответствует **меньшее значение** функции)



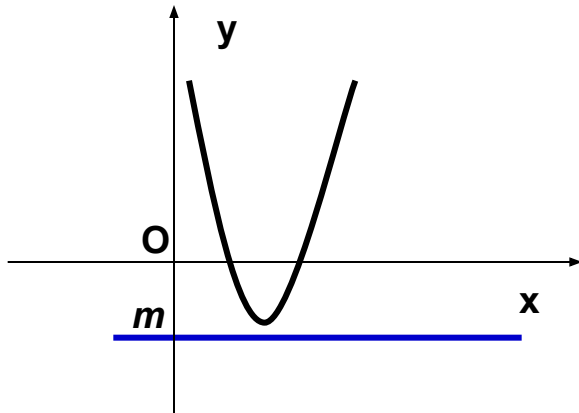
- Термины **«возрастающая»**, **«убывающая»** функция объединяют общим названием **МОНОТОННАЯ ФУНКЦИЯ**.

Ограниченность функции



- Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве $D(f)$, если все значения функции на области определения **больше** некоторого числа.

(Если существует число m такое, что для любого значения x области определения выполняется неравенство $f(x) > m$.)

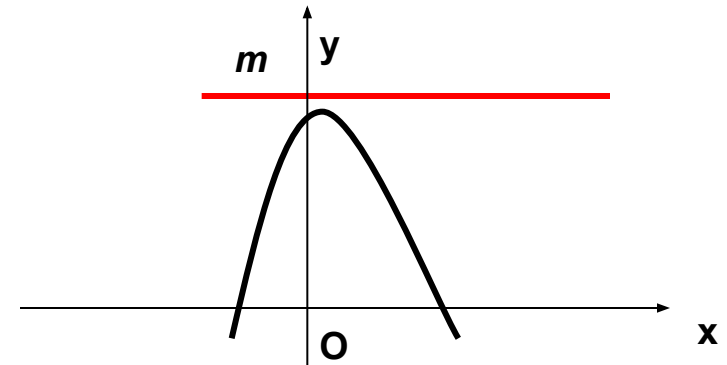


- Если функция **ограничена снизу**, то ее **график** целиком **расположен выше** некоторой горизонтальной **прямой** $y = m$.

- Если функция **ограничена и сверху и снизу**, то ее называют **ограниченной**.

- Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху на множестве $D(f)$, если все значения функции на области определения **меньше** некоторого числа.

(Если существует число m такое, что для любого значения x области определения выполняется неравенство $f(x) < m$.)



- Если функция **ограничена сверху**, то ее **график** целиком **расположен ниже** некоторой горизонтальной **прямой** $y = m$.

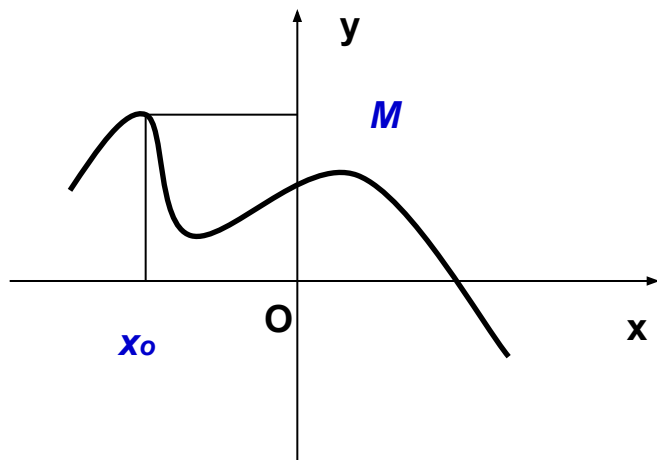
Наибольшее (наименьшее) значения функции



- Число M называют **наибольшим** значением функции $y = f(x)$ на множестве $D(f)$, если:

- в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$;
- для всех x из области определения выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

Обозначение: $y_{\text{наиб.}} = y(x_0) = M$.

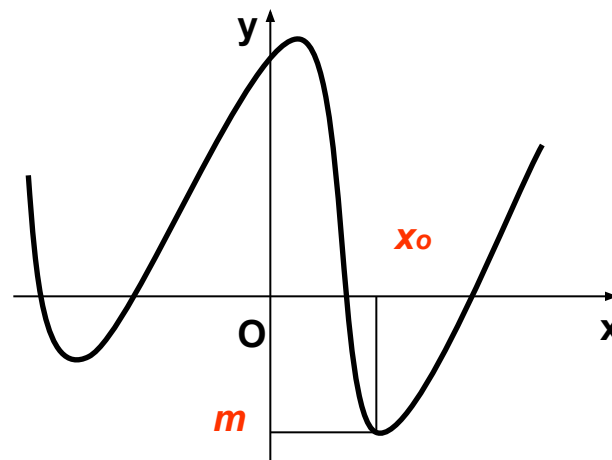


- Если у функции **существует** $y_{\text{наиб.}}$, то она **ограничена сверху**.
- Если функция **не ограничена сверху**, то $y_{\text{наиб.}}$ **не существует**.

- Число m называют **наименьшим** значением функции $y = f(x)$ на множестве $D(f)$, если:

- в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$;
- для всех x из области определения выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Обозначение: $y_{\text{наим.}} = y(x_0) = m$.

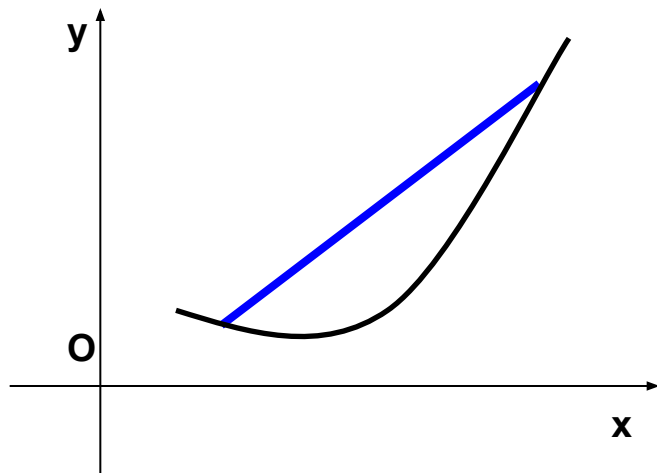


- Если у функции **существует** $y_{\text{наим.}}$, то она **ограничена снизу**.
- Если функция **не ограничена снизу**, то $y_{\text{наим.}}$ **не существует**.

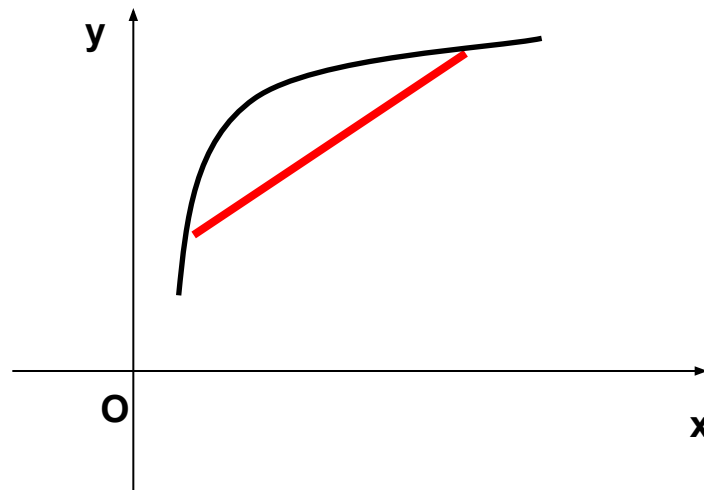
Выпуклость, вогнутость функции



- Функция **выпукла вниз**, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, обнаруживают, что соответствующая часть графика лежит **ниже** проведенного отрезка.



- Функция **выпукла вверх**, если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, обнаруживают, что соответствующая часть графика лежит **выше** проведенного отрезка.



Четность, нечетность функции



Функция $y = f(x)$ называют **четной**, если: Функция $y = f(x)$ называют **нечетной**, если:

1) **Область определения** ее **симметрична** относительно начала координат;

2) Для любого x из $D(y)$ выполняется равенство **$f(-x) = f(x)$** .

1) **Область определения** ее **симметрична** относительно оси ОУ;

2) Для любого x из $D(y)$ выполняется равенство **$f(-x) = -f(x)$** .

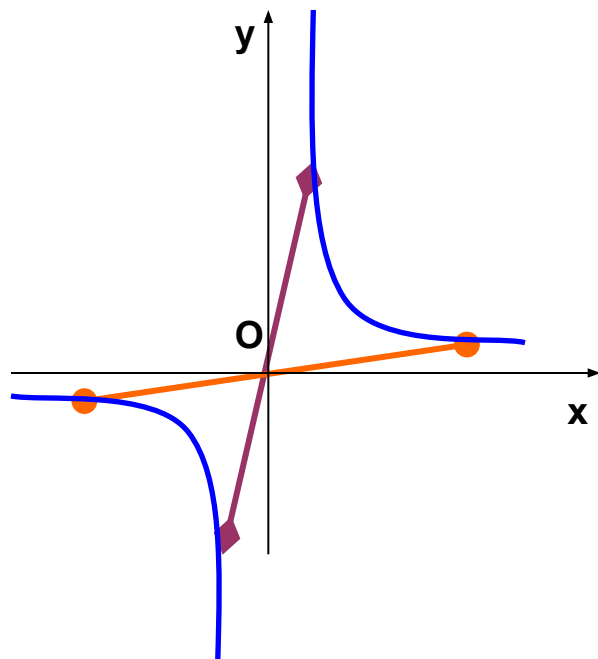


График симметричен относительно начала координат.

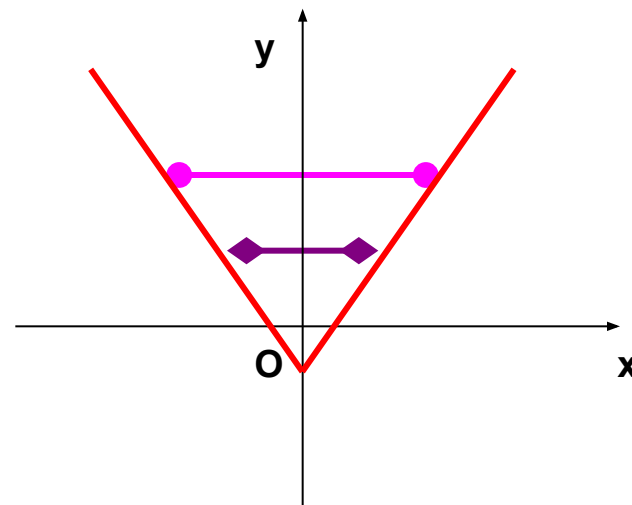


График симметричен относительно оси ОУ.

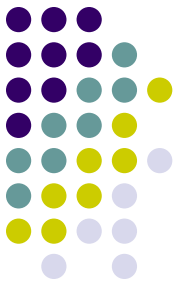
Алгоритм исследования функции



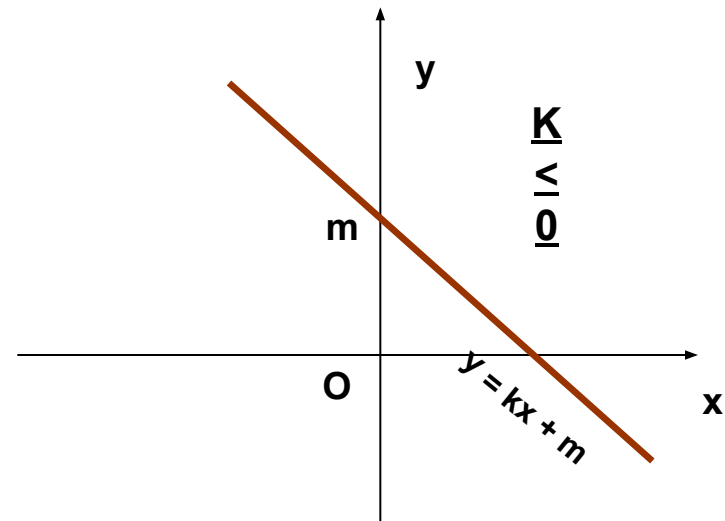
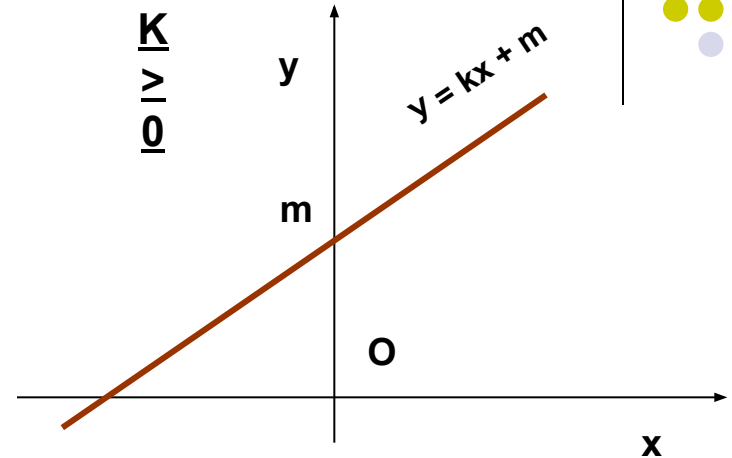
- Область определения.
- Область значений.
- Четность, нечетность функции.
- Возрастание, убывание функции.
- Ограниченность функции.
- Наибольшее, наименьшее значения функции.
- Непрерывность функции.
- Выпуклость, вогнутость функции.

Линейная функция

$$y = kx + m (k \neq 0)$$



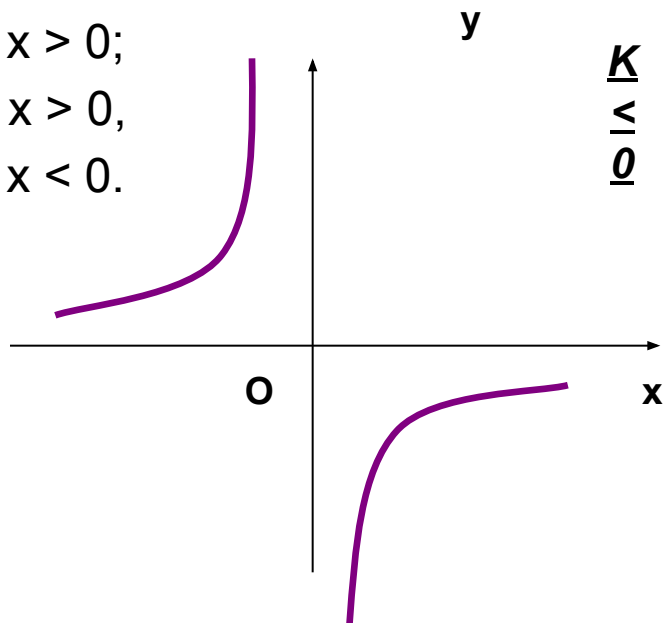
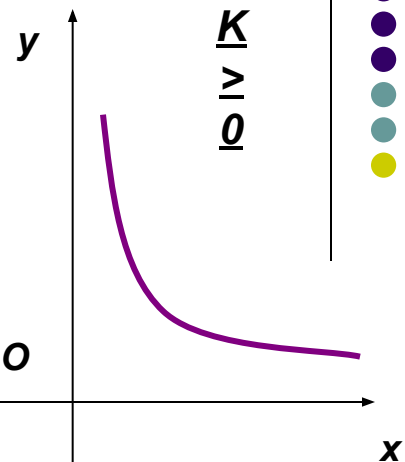
1. $D(f) = \mathbb{R}$;
2. Не является ни четной ни нечетной;
3. Если $k > 0$, возрастает, если $k < 0$ убывает;
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху;
5. Нет ни наибольшего, ни наименьшего значения;
6. Функция непрерывна;
7. $E(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
8. Не имеет выпуклости.



Функция

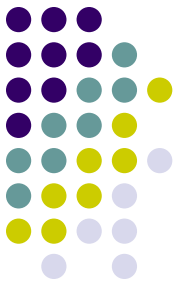
$$y = \frac{k}{x}$$

1. $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
2. Нечетная функция;
3. Если $k > 0$, то функция убывает на $D(f)$,
если $k < 0$, то функция возрастает на $D(f)$;
4. Не ограничена ни сверху, ни снизу;
5. Нет ни наименьшего, ни наибольшего значений;
6. Функция терпит разрыв в точке $x = 0$;
7. $E(f) = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
8. Если $k > 0$, то функция выпукла вверх при $x < 0$,
и выпукла вниз при $x > 0$;
Если $k < 0$, то функция выпукла вверх при $x > 0$,
и выпукла вниз при $x < 0$.

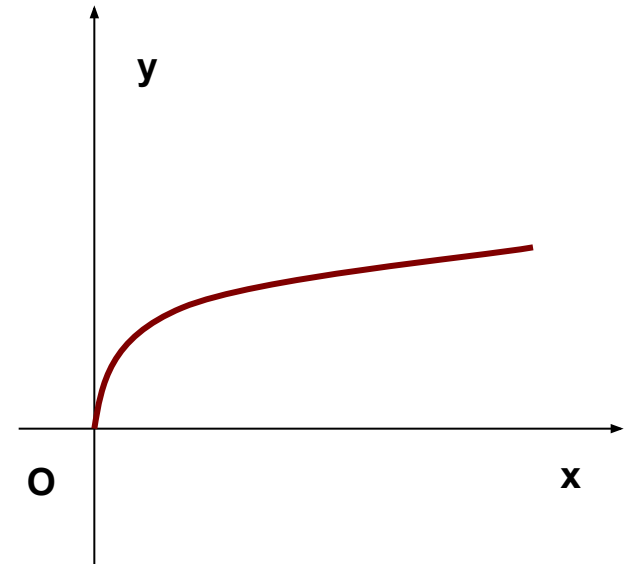


Функция

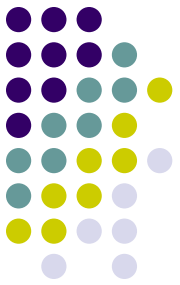
$$y = \sqrt{x}$$



1. $D(f) = [0; +\infty)$;
2. Не является ни четной ни нечетной;
3. Возрастает;
4. Не ограничена ни снизу, ни сверху;
5. Наибольшего значения нет, наименьшее значение 0, при $x = 0$;
6. Функция непрерывна;
7. $E(f) = [0; +\infty)$
8. Выпукла вверх.

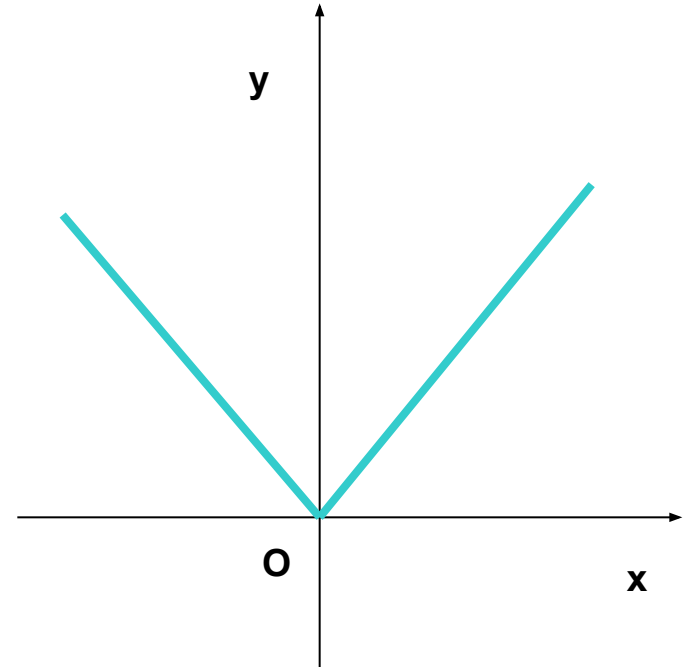


Функция



$$y = |x|$$

1. $D(f) = \mathbb{R}$;
2. Функция четная;
3. Возрастает на $[0; +\infty)$;
убывает $(-\infty; 0]$
4. Не ограничена сверху,
ограничена снизу;
5. Наибольшего значения нет,
наименьшее значение 0, при $x = 0$;
6. Функция непрерывна;
7. $E(f) = [0; +\infty)$
8. Выпукла вниз.



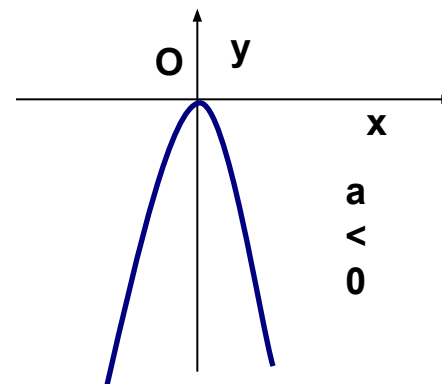
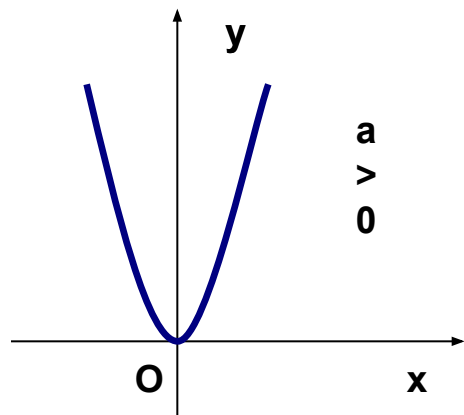
Функция

$$y = ax^2$$



1. $D(f) = \mathbb{R}$;
2. Функция четная;
3. Возрастает на $[0; +\infty)$; убывает на $(-\infty; 0]$
4. Не ограничена сверху, ограничена снизу;
5. Наибольшего значения нет, наименьшее значение 0, при $x = 0$;
6. Функция непрерывна;
7. $E(f) = [0; +\infty)$
8. Выпукла вниз.

1. $D(f) = \mathbb{R}$;
2. Функция четная;
3. Убывает на $[0; +\infty)$; возрастает на $(-\infty; 0]$
4. Не ограничена снизу, ограничена сверху;
5. Наименьшего значения нет, наибольшее значение 0, при $x = 0$;
6. Функция непрерывна;
7. $E(f) = (-\infty; 0]$;
8. Выпукла вверх.



Исследуйте функцию по графику

