

Иоганн Себастьян Бах

Токката и фуга ре минор

Токката (фантазия)

- Хроматическая фантазия написана в размере 4/4, имеет 79 тактов, т. е. $79 \cdot 4 = 316$ четвертных долей.
 - состоит из двух ясно различимых по характеру частей, отделенных друг от друга паузой
-

$$a_1 = a\varphi = 0,316 \cdot 0,618 = 195,3.$$

- первая часть фактически заканчивается на 3-й четверти 49-го такта, т. е. на 195-й $(48 \cdot 4 + 3)$ четверти $a_1 = 195$.

$$\frac{316}{195} = \frac{195}{121}, \quad 195 + 121 = 316.$$

- Хроматическая фантазия разделена на первую и вторую части в золотой пропорции:
-

Число Фибоначчи

- Но на этом чудеса гениального творения Баха только начинаются. Построив ряд золотого сечения при $a=316$, имеем

316 195,3 120,7 74,6 46,1 28,5 17,6.

Хроматическая фантазия

316

1-я часть

195,3

2-я часть

120,7

120,7

74,6

74,6

46,1

74,6

46,1

46,1

28,5

46,1

28,5

28,5

17,6



Остановка, к которой стремились все предыдущие ходы



Кульминация первой части



Остановка, прерывающая арпеджированные фигуры
Конец первой части



Начало романтических речитативов
Конец второй части

Русский советский музыковед Э. К. Розенов (1861-1935)

Вывод: Хроматическая фантазия, произведение свободного по форме жанра, буквально соткано из **ЗОЛОТЫХ пропорций**. Пожалуй, эстетическое впечатление от математического анализа Хроматической фантазии имеет не меньшую силу, чем прослушивание бессмертного творения Баха. А взятые вместе - чувственное впечатление и рациональный анализ, безусловно, позволяют еще на один шаг приблизиться к сокровенным тайникам гения.

Фуга

- ❑ *Фуга* (от лат. fuga - бег) является наиболее совершенной формой многоголосной музыки (полифонии).
 - ❑ Фуга строится на многократных проведениях основной музыкальной темы в разных голосах.
 - ❑ Проведения основной темы обычно перемежаются в фуге с промежуточными вставками, *интермедиями*
 - ❑ Фуга в отличие от фантазии имеет четко определенный закон построения
 - ❑ Но тем не менее точность "математического" построения фуги *ре минор* просто поражает!
-

$$123 \cdot \varphi = 76,01 \quad \frac{123}{76} = \frac{76}{47} \quad 76 + 47 = 123$$

$$123 \cdot \varphi^2 = 46,97$$

$$55 \cdot \varphi = 33,99$$

$$55 \cdot \varphi^2 = 21,00$$

$$91 \cdot \varphi = 56,23$$

$$91 \cdot \varphi^2 = 34,75$$

$$\frac{55}{34} = \frac{34}{21}$$

$$34 + 21 = 55$$

$$\frac{91}{55} = \frac{55}{36}$$

$$55 + 36 = 91$$

$$52 \cdot \varphi = 32,13$$

$$52 \cdot \varphi^2 = 19,85$$

$$73 \cdot \varphi = 45,11$$

$$73 \cdot \varphi^2 = 27,87$$

$$70 \cdot \varphi = 43,26$$

$$70 \cdot \varphi^2 = 26,73$$

$$\frac{52}{32} = \frac{32}{20}$$

$$32 + 20 = 52$$

$$\frac{73}{45} = \frac{45}{28}$$

$$45 + 28 = 73$$

$$\frac{70}{43} = \frac{43}{27}$$

$$43 + 27 = 70$$

Ф у з а р е м и н о р

1. П - 76
И - 47

123

2. П - 21
И - 34

55

91

3. П - 18
И - 18

36

91

4. П - 34
И - 21

55

5. П - 20
И - 32

52

6. П - 28
И - 45

73

П - 27

7. П - 22
И - 21

43

70

П - 27

70

7 пар "проведение-интермедия" пять пар
строго подчиняются закону золотого сечения.

Строение фуги ре минор И. С. Баха:

Целые числа указывают число четвертей в
фуге

Дробные - теоретическое значение золотых
сечений

Золотые пропорции в более крупных частях
фуги отмечены **фигурными скобками**

Центры симметрии – **кружками**

П – проведение

И - интермедия.

Вывод:

Простой математический анализ, не выходящий за рамки арифметики, позволяет совершенно иными глазами взглянуть на музыкальное произведение, увидеть его скрытую внутреннюю красоту, которую мы только ощущаем, слушая произведение, и которую мы "видим", проводя его математический анализ.
