# Задачи с экономическим содержанием Задача 17 (профильный уровень)



Логинова Нина Васильевна учитель математики г. Ижевска

24.06.2019

#### Любую задачу, условие которой связано с товарноденежными отношениями, производством товаров и услуг, минимизацией расходов или максимизацией прибыли и т. п., можно отнести к задачам с экономическим содержанием:

- задачи на чтение и анализ данных, представленных в виде графиков, диаграмм и таблиц,
- простейшие текстовые арифметические задачи на товарноденежные отношения (в основном на оплату товаров и услуг),
- арифметические текстовые задачи на проценты,
- задачи о кредитовании и банковских процентах,
- задачи оптимизации производства товаров или услуг (минимизации расходов или максимизации прибыли).

#### Задачи на вклады

1) Вклад планируется открыть на 4 года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн.руб. Найдите наибольший размер первоначального вклада, при котором через 4 года вклад будет меньше 25 млн.руб.

Пусть S млн. руб. сумма вклада, на 4 года, увелич-ся на 10%

Год	Сумма вклада
1	1,1S
2	$(1,1S) \cdot 1,1=1,1^2 S$
3	$(1,1^2 S+3) \cdot 1,1=1,1^3 S+3,3$
4	$(1,1^3 S+3,3+3) \cdot 1,1 = 1,1^4 S + 6,3 \cdot 1,1$

Год	Сумма вклада
1	1,1S
2	$(1,1S)1,1=1,1^2S$
3	$(1,1^2 S+3) 1,1=1,1^3 S+3,3$
4	$(1,1^3 S+3,3+3)1,1 = 1,1^4 S+6,93$

#### Через 4 года по условию вклад будет меньше 25 млн.руб.

$$1.1^4 \text{ S} + 6.93 < 25$$

$$S < (25 - 6,93):1,4641$$

$$S < 12 \frac{5008}{14641}$$

#### Ответ: 12 млн.руб.

2) Вклад планируется открыть на 4 года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 3 млн. руб. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за 4 года начислит на вклад больше 5 млн.руб. Пусть S млн. руб. сумма вклада, на 4 года

Год	Сумма вклада
1	1,1S
2	$(1,1S)1,1=1,1^2S$
3	$(1,1^2 S+3)1,1=1,1^3 S+3,3$
4	$(1,1^3 S+3,3+3) \cdot 1,1 = 1,1^4 S+6,3 \cdot 1,1$

Год	Сумма вклада
1	1,1S
2	$(1,1S)1,1=1,1^2S$
3	$(1,1^2 S+3) 1,1=1,1^3 S+3,3$
4	$(1,1^3 S+3,3+3)1,1 = 1,1^4 S+6,93$

#### За 4 года по условию начислит на вклад больше 5 млн.руб..

$$1,1^4$$
S + 6,93 - S - 6 > 5

$$1,4641S - S > 5 - 0.93$$

$$S > 8 \frac{3572}{4641}$$

#### Ответ: 9 млн.руб.



#### Задачи на кредиты

- 3) 15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг **увеличивается на г%** по сравнению с концом предыдущего месяца, где г—целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн.руб.)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите **наибольшее значение** r, при котором **общая сумма выплат** будет **меньше** 1,2 млн1 **руб**н. руб. — сумма кредита, под r % в месяц, на 6 месяцев

Месяц	Долг 1-го числа	Выплата( разность)	Остаток долга
1			0,6
2			0,4
3			0,3

- 3) 15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг **увеличивается на г%** по сравнению с концом предыдущего месяца, где г—целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей. Найдите <u>наибольшее</u> значение *r*, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. руб.

1 млн руб. – сумма кредита, под r% в месяц, на 6 месяцев

Месяц	Долг	Выплата (разность)	Остаток долга
1	(1+0,01r) 1млн	0,4+0,01r	0,6
2	(1+0,01r) 0,6	0,2+0,006r	0,4
3	(1+0,01r) 0,4	0,1+0,004r	0,3
4	(1+0,01r) 0,3	0,1+0,003r	0,2
5	(1+0,01r) 0,2	0,1+0,002r	0,1
6	(1+0,01r) 0,1	(1+0,01r) 0,1	0

Месяц	Долг	Выплата (разность)	Остаток долга
1	(1+0,01r) 1млн	0,4+0,01r	0,6
2	(1+0,01r) 0,6	0,2+0,006r	0,4
3	(1+0,01r) 0,4	0,1+0,004r	0,3
4	(1+0,01r) 0,3	0,1+0,003r	0,2
5	(1+0,01r) 0,2	0,1+0,002r	0,1
6	(1+0,01r) 0,1	(1+0,01r) 0,1	0

#### Общая сумма выплат:

$$0,4+0,01r +0,2+0,006r +0,1+0,004r +0,1+0,003r +0,1+0,002r +0,1+0,001r =1+0,026r$$

#### По условию общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. руб.

$$1+0,026r < 1,2$$

$$r < 0,2:0,026$$

$$r < 7 \frac{18}{26}$$

Otbet: r = 7

- 4) В июле 2019 года планируется взять кредит в банке **на три года** в размере **S млн руб.**, где S—целое число. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в млн.руб.)	S	0,7S	0,48	0

Найдите наименьшее S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн. pyб. S-сумма кредита, под 25% в год, на 3 года

Год	Долг	Выплата (разность)	Остаток долга
1	1,25S	0,55S	0,7S
2	$0.7S\ 1.25 = 0.875S$	0,475S	<b>0,4</b> S
3	$0.4S \ 1.25 = 0.5S$	0,5S	0

Год	Долг	Выплата (разность)	Остаток долга
1	1,25S	0,55S	0,7S
2	$0.7S\ 1.25 = 0.875S$	0,475S	0,48
3	$0,4S \ 1,25 = 0,5S$	0,5S	0

По условию <u>каждая</u> из выплат больше 5 млн. руб., поэтому достаточно рассмотреть <u>меньшую</u>, т.е. 2 год.

$$S > 10 \frac{250}{475}$$

Ответ: 11 млн.руб.

- 5) В июле 2019 года планируется взять кредит в банке на 5 лет в размере тыс. руб. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг **увеличивается на 20%** по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2020, 2021 и 2022 годов долг остаётся равным S тыс. руб.;
- **выплаты** в 2023 и 2024 годах равны **по 360** тыс.руб.;
- к июлю 2024 года долг будет выплачен полностью. Найдите общую сумму выплат за 5лет..

#### S тыс.руб. – сумма кредита, под 20% в год, на 5 лет.

Год	Долг	Выплата (разность)	Остаток долга
2019-2020	1,2S	0,2S	S
2020-2021	1,2S	0,2S	S
2021-2022	1,2S	0,2S	S
2022-2023	1,2S	360	1,2S-360
2023-2024	(1,2S-360) 1,2	360	0

Год	Долг	Выплата (разность)	Остаток долга
1	1,2S	0,2S	S
2	1,2S	0,2S	S
3	1,2S	0,2S	S
4	1,2S	360	1,2S-360
5	(1,2S-360) 1,2	360	0

По условию долг выплачен за 5 лет. (1,2S-360) 1,2 - 360 = 0  $1,2^2$  S =  $1,2 \cdot 360 + 360$  S = 792:1,44 S = 550

Общая сумма выплат: при S=550 будет равна 0,6S+720= = 330 + 720 = 1050(тыс.руб.)

Ответ: 1050тыс.руб.



Логинова Нина Васильевна

#### Задачи на подсчёт

6) Ольга хочет взять в кредит 100000 рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет Ольга может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 24000 рублей?

По условию кредит взят на <u>минимальное</u> количество лет. Следовательно, выплата должна быть <u>максимальной</u>, 24000 руб.

Год	Долг	Выплата	Остаток долга
1	$100000 \cdot 1,1 = 110000$	24000	86000
2	$1,1 \cdot 86000 = 94600$	24000	70600
3	$1,1 \cdot 70600 = 77660$	24000	53660
4	$1,1 \cdot 53660 = 59026$	24000	35026
5	$1,1 \cdot 35026 = 38528,6$	24000	14528,6
6	$1,1 \cdot 14528,6 = 15981,6$	15981,6	0

Ответ: 6 лет

7) В июле планируется взять кредит на сумму 8052000 рублей. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга. Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (т.е. за 4 года)? S = 8052000 руб. — сумма кредита, под 20% в год, на 4 года.

T.			• •
<b>X</b>	nvo	ΔΛΙΛΩΓΩΠΙΙΙ ΙΙΙ	ППОТОМ
	$\mathbf{p}_{\mathbf{q}}$	ежегодный	IIJIAI CA.

Год	Долг	Выплата	Остаток долга
1	1,2S	X	1,2S - X
2	1,2(1,2S - X)	X	1,2 <sup>2</sup> S - 1,2X - X
3	$1,2(1,2^2 S - 1,2X - X)$	X	$1,2^3 S - 1,2^2 X - 1,2X - X$
4	$1,2(1,2^3 S - 1,2^2 X - 1,2X - X)$	X	$1,2^4$ S-1,23 X-1,22 X-1,2X - X

Долг выплачен за 4 года.

$$1,2^{4} S - X(1,2^{3} + 1,2^{2} + 1,2 + 1) = 0$$

Сумма геометрической прогрессии  $b_1=1, q=1,2$ 

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1.$$

Хотя, в этой задаче можно посчитать и без формулы

$$1.2^4 S = X(1.2^3 + 1.2^2 + 1.2 + 1)$$

$$X = 1.2^4 S:(1.2^3 + 1.2^2 + 1.2 + 1)$$

$$X = 2,0736 \cdot 8052000:5,368$$

$$X = 3110400 \text{ (py6.)}$$

Ответ: 3110400 руб.

8) В июле планируется взять кредит в банке на сумму **100000** рублей. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает на **r** % по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга. Известно, что кредит был полностью погашен за **2 года**, причём **в первый год** было переведено **75000** руб., а **во второй – 46000** руб. Найдите число г.

100000 руб. – сумма кредита, под г % в год, на 2 года.

Год	Долг	Выплата	Остаток долга
1	100000 (1 + 0,01r)	75000	25000 + 1000 r
2	(25000 + 1000r)(1 + 0.01r)	46000	0

По условию долг выплачен за 2 года.

$$(25000 + 1000r)(1 + 0.01r) - 46000 = 0$$

$$(25000 + 1000r)(1 + 0.01r) - 46000 = 0$$

$$25000 + 250 r + 1000 r + 10 r^2 - 46000 = 0$$

$$10 r^2 + 1250 r - 21000 = 0$$

$$r^2 + 125 r - 2100 = 0$$

$$D = 15625 + 8400 = 24025 = 155^2$$

$$r_1 = 15$$
  $r_2 = -140 < 0$ 

Ответ: 15%

9) В июле 2019 планируется взять кредит в банке в размере **S тыс.руб. на 3 года**, где S — натуральное число. Условия его возврата таковы: каждый январь долг возрастает **на 15%** по сравнению с концом предыдущего года; с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга; в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц, год	Июль 2019	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022
Долг (в тыс.руб.)	S	0,7S	0,48	0

Найдите **наименьшее** значение S, при котором каждая из выплат будет составлять **целое** число тыс.руб.

S – сумма кредита, под 15% в год, на 3 года.

Год	Долг	Выплата	Остаток долга
1	1,15S	0,45S	0,7S
2	$1,15 \cdot 0,7S = 0,805S$	0,405S	0,4S
3	$1,15 \cdot 0,4S = 0,46S$	0,46S	0

Найдите <u>наименьшее</u> значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тыс.руб. S – сумма кредита, под 15% в год, на 3 года.

Год	Долг	Выплата	Остаток долга
1	1,15S	0,45S	0,7S
2	$1,15 \cdot 0,7S = 0,805S$	0,405S	0,48
3	$1,15 \cdot 0,4S = 0,46S$	0,46S	0

По условию каждая из выплат должна составлять целое число тыс.руб.

$$0,45S = 45S/100 = 9S/20$$

$$0.405S = 405S/1000 = 81S/200$$

$$0,46S = 46S/100 = 23S/50$$

$$HOK(20; 200; 50) = 200$$

$$S = 200$$
 (тыс.руб.)



### Задачи на равномерное уменьшение долга (аннуитетное погашение кредита)

В таких задачах выплата состоит из двух частей: проценты и обязательная ежемесячная часть.

10) 15 января планируется взять кредит в банке на сумму **3,6 млн**. руб. **на 36 месяцев**. Условия его возврата таковы:1-го числа каждого месяца долг увеличивается **на 1%** по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. а) Сколько рублей составит первый платёж? б) Сколько рублей составит последний платёж? S = **3**,6 млн. руб. — сумма кредита, под 1% в месяц, на **36** месяцев

Месяц	Долг	Выплата(%+обяз.часть)	Остаток
1	1,01S	0.01S + S / 36	35S /36
2	1,01 · 35S /36	$0.01 \cdot 35 \text{S} / 36 + \text{S} / 36$	34S /36
			•••
35			S /36
36	1,01 · S /36	$0.01 \cdot S / 36 + S / 36$	0

10) 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 3,6 млн. руб. на 36 месяцев. Условия его возврата таковы:1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. а) Сколько рублей составит первый платёж? б) Сколько рублей составит последний платёж?

S = 3,6 млн. руб. — сумма кредита, под 1% в месяц, на 36 месяцев

Месяц	Долг	Выплата(%+обяз.часть)	Остаток
1	1,01S	0.01S + S/36	35S /36
2	1,01 · 35S /36	$0.01 \cdot 35 \text{S} / 36 + \text{S} / 36$	34S /36
			•••
35	• • •		S /36
36	1,01 · S /36	$0.01 \cdot S / 36 + S / 36$	0

- а) Первый платёж составит:  $0.01S + S/36 = 0.01 \cdot 3.6 + 3.6 : 36 = 0.136$  (млн.руб.)
- б) Последний платёж :  $0.01 \cdot S / 36 + S / 36 = 1.01 \cdot 3.6 : 36 = 0.101$  (млн.руб.)

11) 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что за 8-й месяц кредитования нужно выплатить 232 тыс.руб. а)Какую сумму(в руб.) нужно вернуть банку за весь срок кредитования? б)Какую сумму(в руб.) планируется взять в кредит?

S руб. – сумма кредита, под 2% в месяц, на 15 месяцев

Месяц	Долг	Выплата(%+обяз.часть)	Остаток
1	1,02S	0.02S + S/15	148 /15
2	1,02 · 14S /15	$0.02 \cdot 14 \text{S} / 15 + \text{S} / 15$	138 /15
8	1,02 · 8S /15	$0.02 \cdot 8S / 15 + S / 15$	7S /15
15	1,02 · S /15	$0.02 \cdot S / 15 + S / 15$	0

б) По условию за 8 месяц выплачено 232 тыс.руб.  $0.02 \cdot 8S / 15 + S / 15 = 232000$ S = 3000000 (руб.) а) Найдём общую сумму выплат:

11) 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что за 8-й месяц кредитования нужно выплатить 232 тыс.руб. а)Какую сумму(в руб.) нужно вернуть банку за весь срок кредитования? б)Какую сумму(в руб.) планируется взять в кредит?

Месяц	Долг	Выплата(%+обяз.часть)	Остаток
1	1,02S	0.02S + S/15	148 /15
2	1,02 · 14S /15	$0.02 \cdot 14 \text{S} / 15 + \text{S} / 15$	13S /15
8	1,02 · 8S /15	$0.02 \cdot 8S / 15 + S / 15$	7S /15
15	1,02 · S /15	$0.02 \cdot S / 15 + S / 15$	0

б) По условию **3а 8** месяц выплачено **232** тыс.руб.  $0.02 \cdot 8S / 15 + S / 15 = 232000$  **S** = **3000000 (руб.)** а) Найдём общую сумму выплат:  $S + (15 + 14 + ... + 1) 0.02S / 15 = S + (15 + 1) / 2 \cdot 15 \cdot 0.02S / 15 = S + 0.16S = 1.16S = 1.16 \cdot 30000000 =$ **34800000 (руб.)** 

12) 15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на г % по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования, на 24% больше, чем сумма, взятая в кредит. Найдите r. S руб.— сумма кредита, под r% в месяц, на 15 месяцев

Месяц	Долг	Выплата(%+обяз.часть)	Остаток
1	S(1+0,01r)	0,01r S + S /15	14S /15
2	(1+0,01r) · 14S/15	$0.01r \cdot 14S / 15 + S / 15$	13S /15
15	$(1+0.01r) \cdot S/15$	$0.01r \cdot S / 15 + S / 15$	0

Общая сумма выплат: S+(15+14+...+1)0,01r $S/15=S+(15+1)/2\cdot15\cdot0,01$ rS/15== S + 0,08rS По условию это на 24% больше суммы взятой в кредит S + 0.08rS = 1.24Sr = 0.24S / 0.08S

**OTRET:** r = 3%r = 3%

13) 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 5млн.руб. на некоторый срок. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что сумма выплат составит 6,05 млн.руб.?

S =	= 5млн.руб.—	сумма кредита	, под 2% в месяц	, на <i>п</i> месяцев.
-----	--------------	---------------	------------------	------------------------

Месяц	Долг	Выплата(%+обяз.часть)	Остаток
1	1,02S	0.02  S + S / n	(n-1)S/n
2	$1,02 \cdot (n-1)S/n$	$0.02 \cdot (n-1)S / n + S / n$	(n – 2)S / n
			•••
n	1,02 · S / n	$0.02 \cdot S / n + S / n$	0

Сумма выплат 6,05 млн.руб., следовательно, S+(n+(n-1)+...+1)0,02S/n=6,05 $S+(n+1)/2 \cdot n \cdot 0.02S/n = 6.05$ 

$$S + 0.01S(n + 1) = 6.05$$

$$5 + 0.01 \cdot 5(n+1) = 6.05$$

n + 1 = 1,05 / 0,05

n = 20(месяцев)

Oтвет: n = 20(месяцев)



## Спасибо за внимание!

#### Источники:

- 1) ЕГЭ. Математика. Задача с экономическим содержанием, под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова, ЛЕГИОН, Ростов-на-Дону
- 2) Авторские задачи



https://www.google.com/url?sa=i&source=images&cd=&ved=2ahUKEwjGhpKu1ILjAhXL-yoKHYsiDtsQjRx6BAgBEAU&url=https%3A%2F%2Fwww.pinterest.com.mx%2Fpin%2F469429961150472508%2F&psig=AOvVaw2hvc3mmEX7uwcA4Aw0XVRA&ust=1561484264001621



https://www.google.com/url?sa=i&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwj\_xrai2ILjAhUrposKHVLMDb0QjRx6BAgBEAU&url=%2Furl%3Fsa%3Di%26source%3Dimages%26cd%3D%26ved%3D%26url%3Dhttps%253A%252F%252Fgifer.com%252Fru%252FO9A9%26psig%3DAOvVaw0OqKrfmhXx\_EPY25B750CY%26ust%3D1561485319749677&psig=AOvVaw0OqKrfmhXx\_EPY25B750CY&ust=1561485319749677



https://www.google.com/url?sa=i&source=images&cd =&ved=2ahUKEwi8pdb12ILjAhXjtYsKHXlhDcgQjR x6BAgBEAU&url=https%3A%2F%2Fpostila.ru%2Fp ost%2F20755654&psig=AOvVaw0OqKrfmhXx\_EPY 25B750CY&ust=1561485319749677