

ЗАДАЧА РАЗМЕЩЕНИЯ

Рыбаков Дмитрий

Деньгов Алексей

Аникеева Алена

ЗБМ-402

- **Задачи размещения** связаны с решением проблем наилучшего расположения в определенных регионах таких систем обслуживания, как торговые центры, посты пожарной охраны, фабрики, аэропорты, склады и т. д. Математическая структура задачи размещения определяется конфигурацией области допустимых точек и способом оценки качества размещения. Вследствие этого существует много разнообразных задач размещения, и техническая литература изобилует методами их решения. В этом разделе мы ограничимся рассмотрением только таких задач размещения, для которых областью допустимых точек размещения центров обслуживания является некоторый граф, т. е. эти центры могут располагаться в какой-либо вершине или на какой-либо дуге графа.

- В задачах размещения есть два основных критерия оценки качества размещения: минимизация максимального расстояния и минимизация суммы расстояний. Соответственно имеем и две основные задачи. Задача поиска точки размещения, выбранной в соответствии с критерием минимизации максимального расстояния, называется задачей поиска **центра графа**, точки выбранной по критерию минимизации суммы расстояний – задачей поиска **медианы**.
- Прежде чем ввести более строгие определения подлежащих рассмотрению различных типов размещений, следует ввести некоторые определения, необходимые для описания точек на дугах и различных расстояний в графе.

- Множество рассматриваемых вершин в графе содержит вершины с номерами от 1 до n . Рассмотрим произвольную дугу (i, j) , длина которой равна $a_{ij} > 0$. Пусть f обозначает точку на дуге (i, j) , которая для всех $0 \leq f \leq 1$ отстоит на $f \times a_{ij}$ единиц от вершины i и на $(1 - f) \times a_{ij}$ единиц от вершины j . Назовем ее f -точкой. Таким образом, четверть-точкой дуги (i, j) является точка, отстоящая от вершины i на $1/4$ длины дуги (i, j) .

Нуль-точка дуги (i, j) является вершиной i , а единичная точка дуги (i, j) — вершиной j . Следовательно, вершины графа также могут рассматриваться как точки дуг. Точки дуг, которые не являются вершинами, называются внутренними точками. Любая точка дуги должна быть либо внутренней точкой, либо вершиной. Как и ранее, обозначим через X множество всех вершин графа. Пусть через P обозначается множество всех точек. Таким образом, $P \supset X$ является множеством всех внутренних точек.

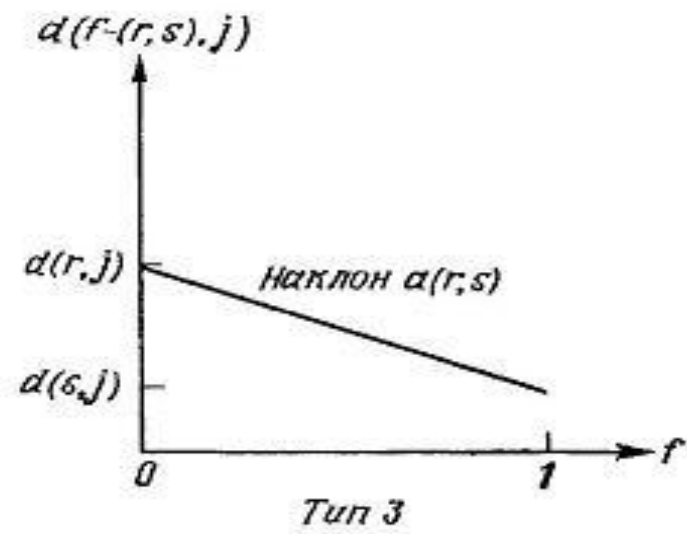
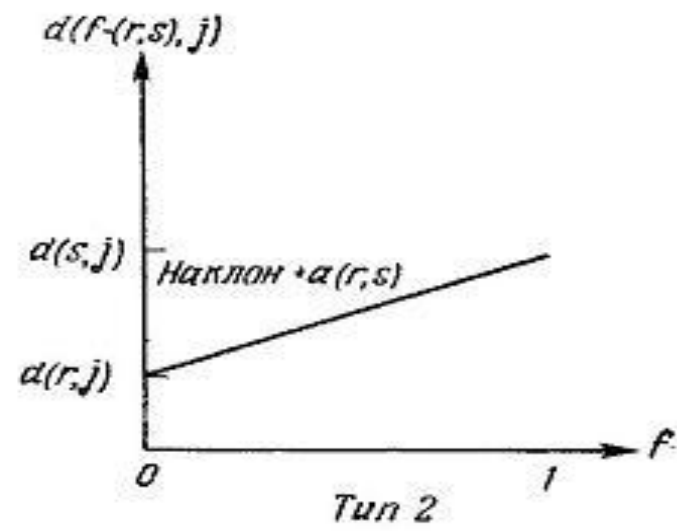
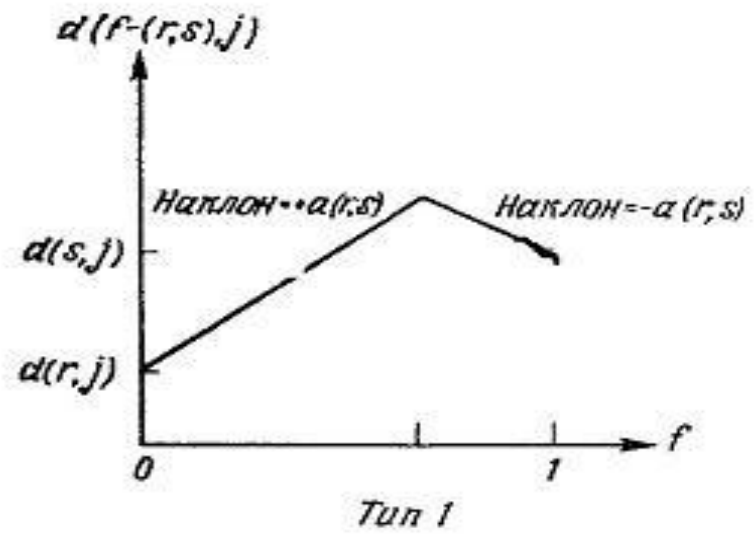
- Пусть $d_{i,j}$ обозначает длину кратчайшего пути из вершины i в вершину j . Тогда через D обозначается матрица $n \times n$, в которой элементом (i, j) является $d_{i,j}$. Элементы в матрице называются расстояниями **вершина — вершина**. Напомним, что для вычисления элементов матрицы 1 может быть использован любой из двух рассмотренных ранее алгоритмов: алгоритм Флойда или алгоритм Данцига. Пусть через $d(f-(r,s), j)$ обозначена длина кратчайшего пути от f -точки на дуге (r,s) до вершины j . Эта величина называется расстоянием **точка — вершина**. Если дуга (r,s) неориентированная, т. е. допустим ее обход в обоих направлениях, то в качестве $d(f-(r,s), j)$ должно быть выбрано наименьшее из следующих двух расстояний:

- (а) расстояние от точки до вершины r плюс расстояние от вершины f до вершины j ,
- (б) расстояние от f -точки до вершины s плюс расстояние от вершины s до вершины j .

Таким образом,

- $d(f-(r,s), j) = \min\{f \times a_{r,s} + d_{r,j}, (1-f) \times a_{r,s} + d_{s,j}\}. \quad (1a)$
- Если дуга (r,s) ориентированная, т. е. ее обход допустим только из r в s , то первый член в (1a) может быть исключен и
- $d(f-(r,s), j) = (1-f) \times a_{r,s} + d_{s,j}. \quad (1б)$

Заметим, что для вычисления всех расстояний точка — вершина необходимо знать только значения длин всех дуг и значения всех элементов матрицы D . Для заданной дуги (r,s) и вершины j расстояние точка — вершина как функция от f на графике должна иметь один из трех типов зависимостей, показанных на рисунке. Заметим, что угол наклона этой кусочно-линейной кривой равен $+a_{r,s}$ или $-a_{r,s}$ и его величина может не более одного раза измениться от $+a_{r,s}$ до $-a_{r,s}$.



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Рассматривается вопрос о строительстве поликлиники. Существуют три возможных района строительства: А, В, С. Все данные отражены в таблице.

Фактор	Вес	А	В	С
Доступность для пациентов	0,5	10	8	7
Арендная плата	0,3	5	4	6
Удобство для персонала	0,2	3	6	5

- Дадим рекомендации о месте строительства, используя метод взвешивания. Заполним таблицу.

Фактор	Вес	A	B	C	Вес сх А	Вес сх В	Вес х С
Доступность для пациентов	0,5	10	8	7	5	4	3,5
Арендная плата	0,3	5	4	6	1,5	1,2	1,8
Удобство для персонала	0,2	3	6	5	0,6	1,2	1
Сумма	1	—	—	—	7,1	6,4	6,3

- Поясним, как заполняется таблица.

- Числа 2-го столбца умножаем на числа 3-го (4-го) столбца соответственно и результат пишем в 6-м (7-м) столбце. 8-й столбец равен произведению 2-го и 5-го столбцов.
- В последней строке указана сумма чисел соответствующего столбца.
- Вариант с наибольшей суммой (7,1) — это строительство поликлиники в районе А.

Спасибо за внимание!



- Рыбаков Дмитрий
- Деньгов Алексей
- Аникеева Алена
- ЗБМ-402