

# Вычисление площадей с помощью интегралов



## Знаем:

**Определение:** Функция  $F(x)$  называется первообразной для функции  $f(x)$ , если  $F'(x) = f(x)$ .

---

Функция

Первообразная

$$k \cdot f(x)$$

$$k \cdot F(x)$$

$$f_1(x) + f_2(x)$$

$$F_1(x) + F_2(x)$$

$$f(ax+b)$$

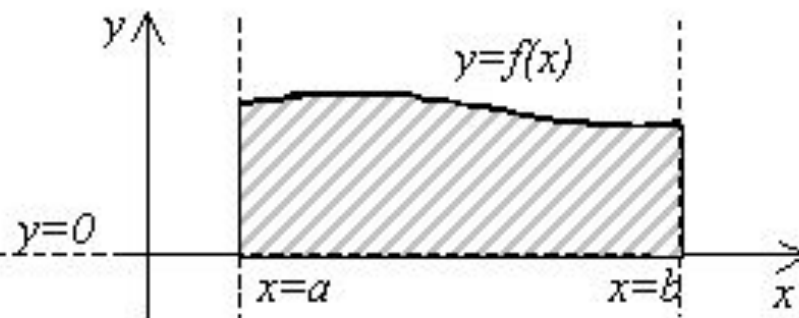
$$\frac{1}{a} F(ax+b)$$

Знаем:

1. Как вычислить интеграл  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

2. Что такое криволинейная трапеция

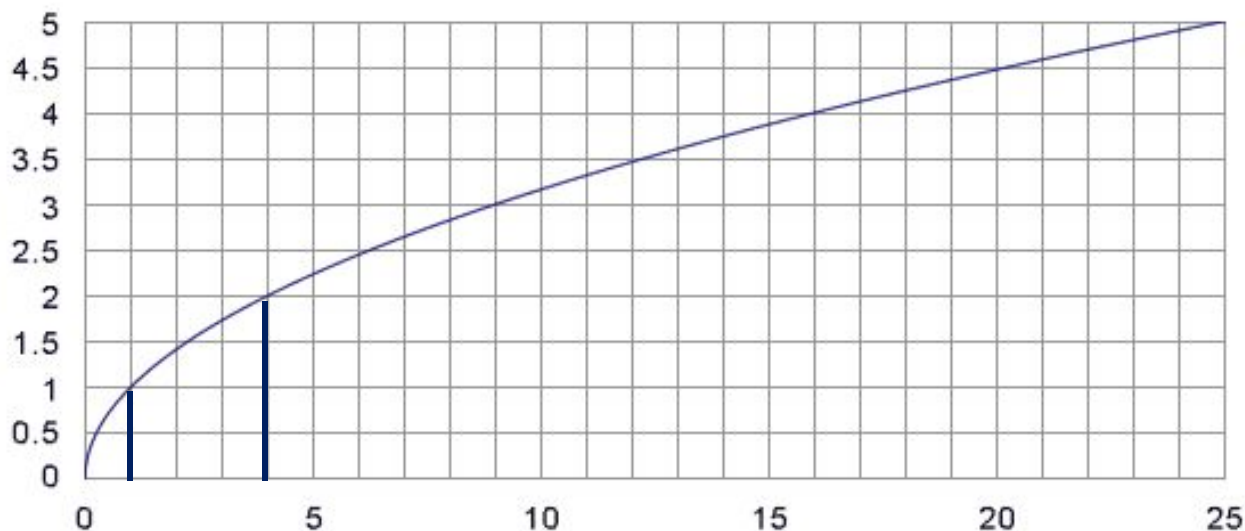
*Криволинейной трапецией* называется фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке  $[a; b]$  функции  $f$ , осью  $Ox$  и прямыми  $x = a$  и  $x = b$ .



3. Как связаны площадь криволинейной трапеции с интегралом

Найдите площадь фигуры,  
ограниченной:

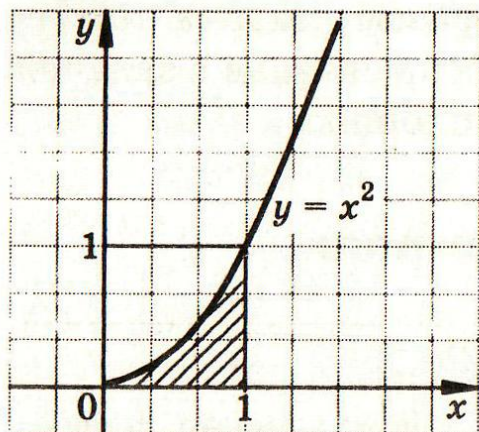
$$y = \sqrt{x}, \quad x=1, \quad x=4, \quad y=0$$



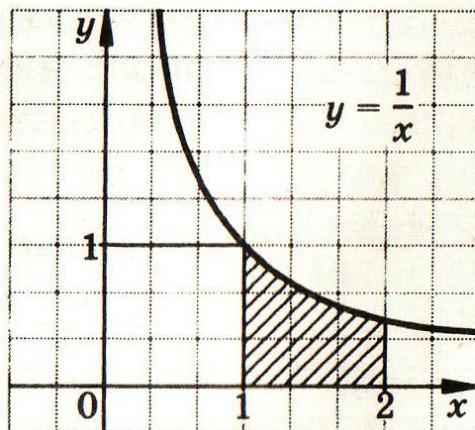
$$\int_1^4 \sqrt{x} dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3} \Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Найдите площадь фигуры:

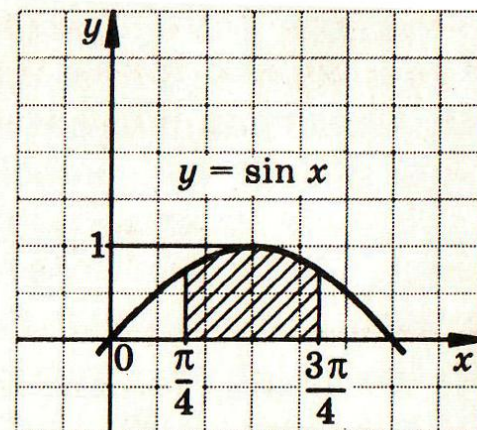
I В



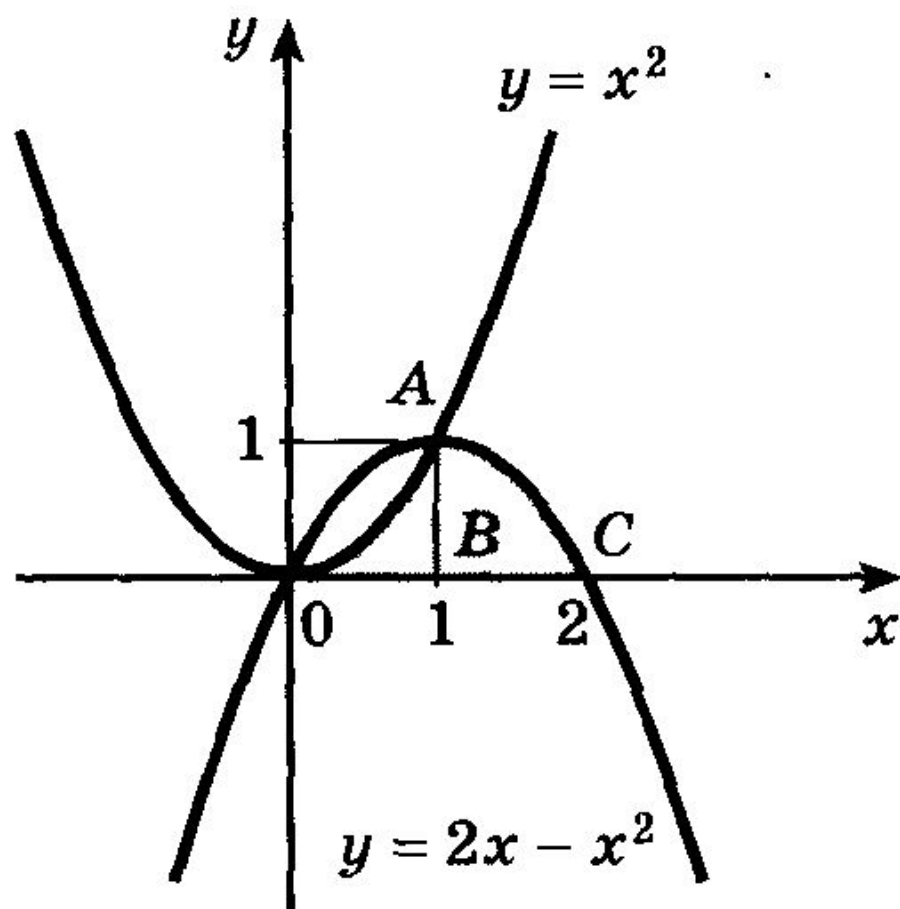
II В



III В

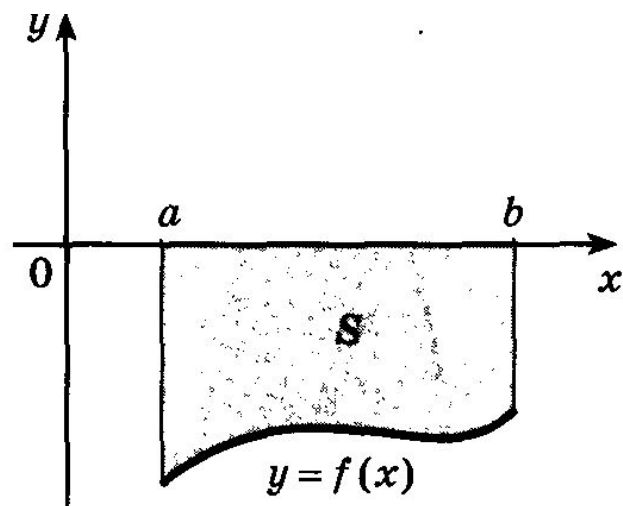


### Задача 1:

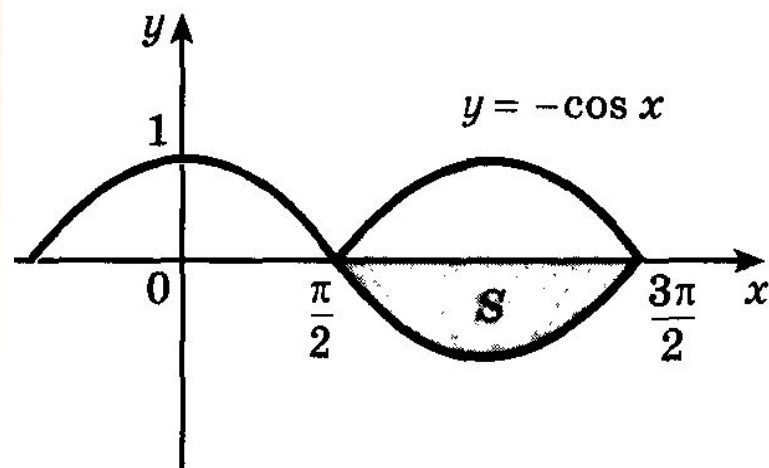


$$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2x - x^2) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = 1.$$

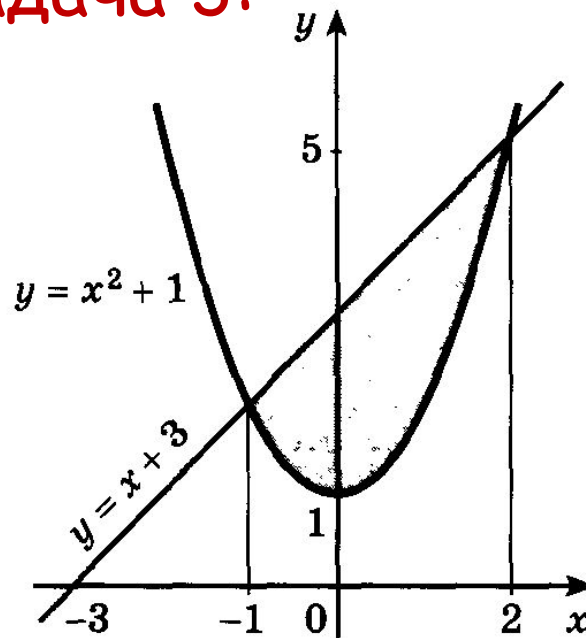
## Задача 2:



$$S = \int_a^b (-f(x)) dx.$$



### Задача 3:

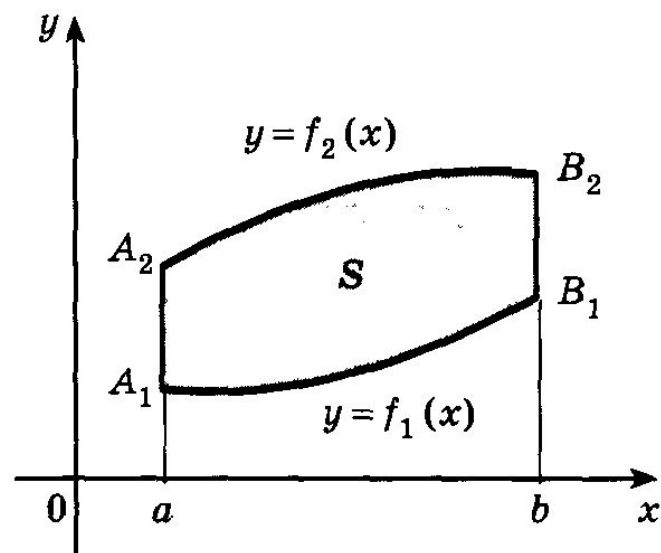


$$S_1 = \int_{-1}^2 (x + 3) dx,$$

$$S_2 = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx,$$

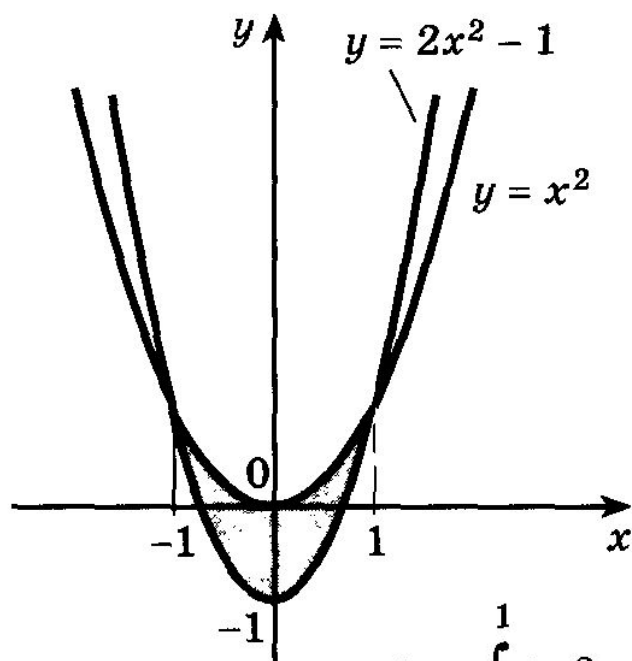
$$S = S_1 - S_2 = \int_{-1}^2 (x + 3) dx - \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 4,5.$$

### Задача 3:



$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$$

Найти площадь  $S$  фигуры, ограниченной параболлами  $y = x^2$  и  $y = 2x^2 - 1$ .



$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^1 (x^2 - (2x^2 - 1)) dx = \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx = \\ &= \left( -\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3}. \quad \triangleleft \end{aligned}$$

Домашнее задание:

№ 1014 (2;4)

№ 1015 (2)

