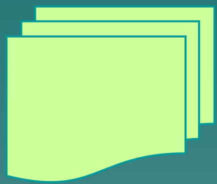
Площади фигур

Авторы: Фёдорова Н.В.

Чердынцева М.Е.

Содержание

Навигация по презентации



- Эта фигура поможет Вам в том, чтобы в нужное время оказаться в содержании.

- Стрелки будут направлять Вас в продвижении по презентации

- Книга поможет обратиться к историческому материалу по данной теме.

Вычисление площадей в древности[1]

Зачатки геометрических знаний, связанных с измерением площадей, теряются в глубине тысячелетий.

Еще 4-5 тысяч лет назад вавилоняне умели определять площадь прямоугольника и трапеции в квадратных единицах. Квадрат издавна служил эталоном при измерении площадей благодаря многим своим замечательным свойствам:

- равные стороны
- равные и прямые углы
- симметричность и общее совершенство формы
- квадраты легко строить.

Ими можно заполнить плоскость без пробелов, хотя в Древнем Китае мерой площади был прямоугольник.

Древние египтяне 4000 лет назад пользовались почти теми же приемами, что и мы, для измерения площади прямоугольника, треугольника и трапеции.

1 Г. И. Глейзер «История математики в школе VII – VIII классы» Москва, «Просвещение» 1982 год, стр.27

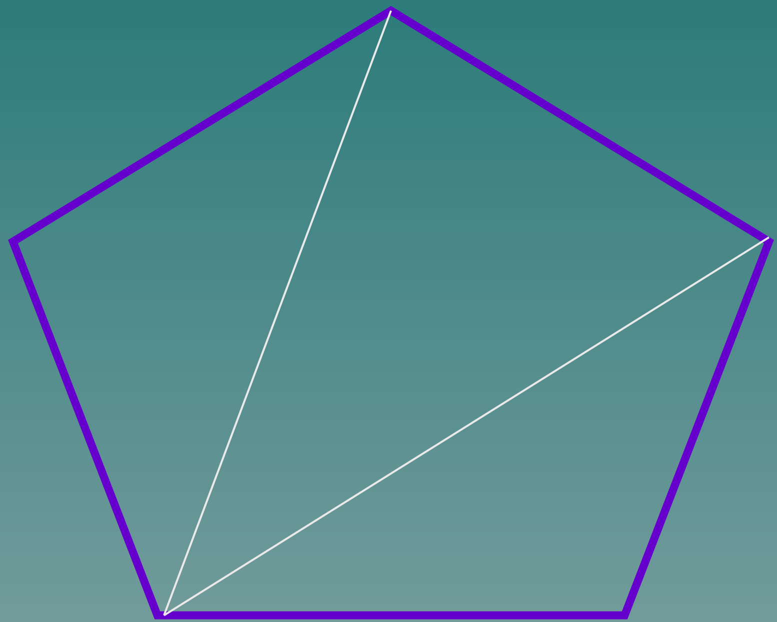
Простые фигуры

Геометрическая фигура называется *простой*, если ее можно разбить на конечное число плоских треугольников. *Плоским треугольником* называется конечная часть плоскости, ограниченную треугольником.

Примером простой фигуры является выпуклый плоский многоугольник. Он разбивается на плоские треугольники диагоналями, проведенными из какой-нибудь его вершины.

На понятие площади

Пример простой фигуры



- Эта фигура является простой.
- Её можно разбить на конечное число плоских треугольников, при помощи диагоналей.

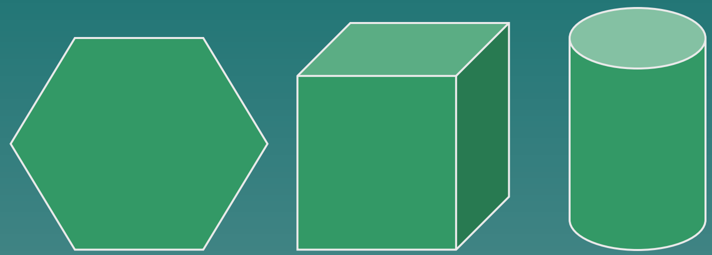
Понятие площади

Для простых фигур *площадь – это положительная величина, численное значение которой обладает следующими свойствами:*

- *Равные фигуры имеют равные площади.*
- *Если фигура разбивается на части, являющ простыми фигурами, то площадь этой фигур равна сумме площадей ее частей.*

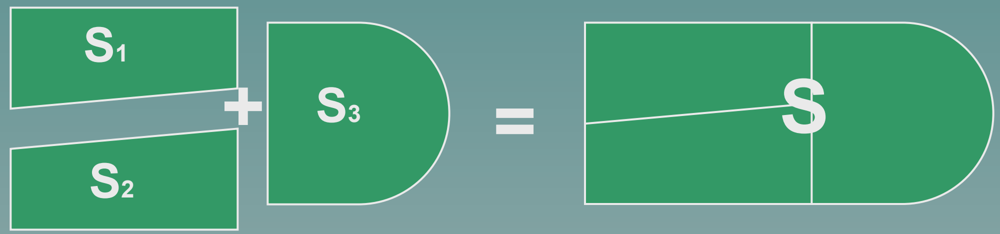
- *Площадь квадрата со стороной, равной единице измерения, равна единице.*

Понятие площади

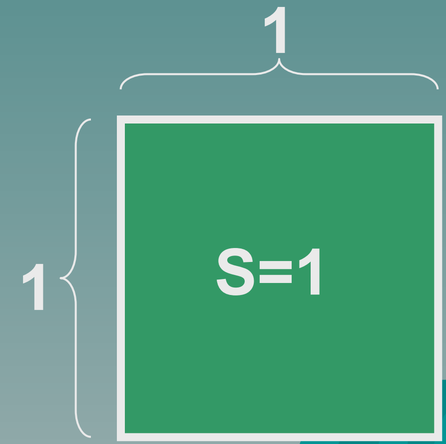


$S>0$

Равные фигуры имеют равные площади

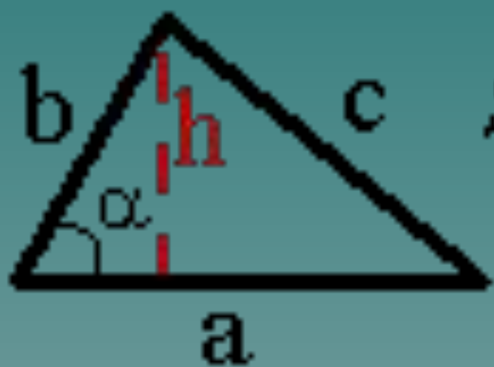


$S=S_1+S_2+S_3$



Треугольник

Треугольник – многоугольник с тремя сторонами.



$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

; где p=(a+b+c)/2

$$S=\frac{1}{2}ah$$

$$S=\frac{1}{2}ab\sin\alpha$$

Равнобедренный и равносторонний треугольники

- **Равнобедренный треугольник – треугольник, у которого две его стороны равны.**
- **Равносторонний треугольник – треугольник, в котором все стороны равны. В таком треугольнике все углы по 60 градусов.**

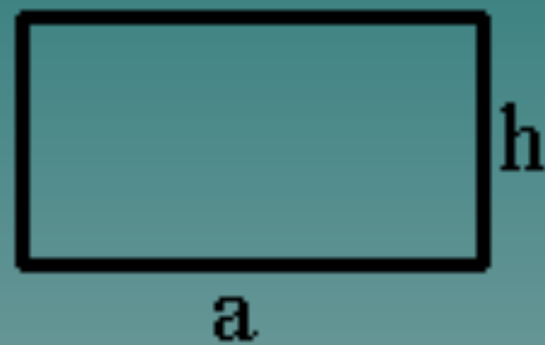
$$S = \frac{a}{4}\sqrt{4b^2 - a^2}$$

$$S = \frac{1}{2} b^2 \sin \alpha$$

$$S = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$$

Квадрат и прямоугольник

- **Квадрат – равносторонний прямоугольник; Квадрат является правильным многоугольником.**
- **Прямоугольник – четырехугольник, у которого все углы прямые.**



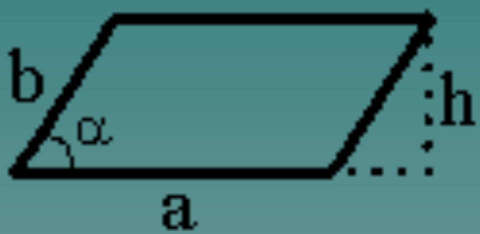
$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2} d^2$$

$$S = ah$$

Параллелограмм и ромб

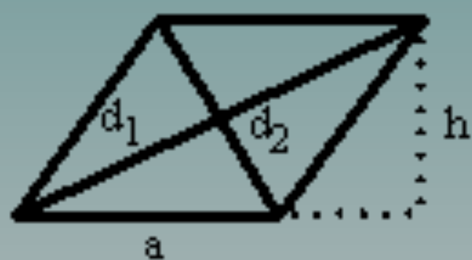
- **Параллелограмм – четырехугольник, у которого стороны попарно параллельны.**



$$S = ah$$

$$S = ab\sin\alpha$$

- **Ромб – параллелограмм, у которого выполняется одно из условий:**
  1) все стороны равны
  2) диагонали взаимоперпендикулярны
  3) диагонали делят углы параллелограмма пополам
- **Наличие одного из этих свойств вызывает как следствие два других.**



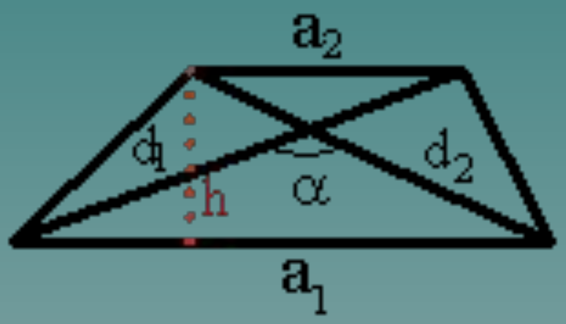
$$S = ah$$

$$S = a^2\sin\alpha$$

$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

Трапеция

- **Трапеция – выпуклый четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие непараллельные.**

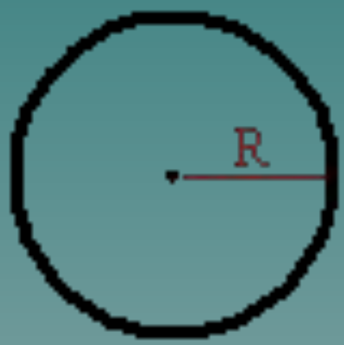


$$S = \frac{(a_1 + a_2)h}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

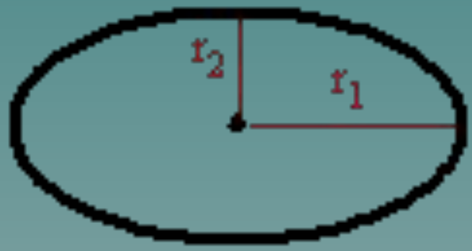
Круг и эллипс

- **Круг – часть плоскости, лежащая внутри окружности.**



$$S = \pi R^2$$

- **Эллипс – коническое сечение, когда секущая плоскость пересекает лишь одну полость кругового конуса и не параллельна ни одной из его образующих.**



$$S = \pi \cdot r_1 r_2$$

Задачи

Задачи на повторение

Попробуйте решить сами!

Задачи на повторение

- Площадь квадрата и прямоугольника
- Площадь параллелограмма
- Площадь треугольника
- Площадь трапеции

Задачи

Площадь квадрата и прямоугольника

Задача № 1.

Найти площадь квадрата, сторона которого равна:

1) 13 см; 2) 5,5 м; 3) n дм.

Задача №2.

Найти сторону квадрата, если его площадь равна:

1) 169 $мм^2$; 2) n^2 $см^2$

Задача № 3.

Найти площадь прямоугольника стороны которого равны:

1) 14 см и 5 см; 2) 9,9 мм и 15 мм

Задача № 4.

Одна из сторон прямоугольника равна 16 см, а его площадь – 272 $см^2$. Найти другую сторону прямоугольника.

Задачи на повторение

Задача № 1

Мы знаем формулу площади квадрата:

$S=a^2$,

где сторона а равна стороне квадрата, тогда:

1) $13 \cdot 13 = 169$ см²;
2) $5{,}5 \cdot 5{,}5 = 30{,}25$ м²;
3) $n \cdot n = n^2$ дм².

Ответ: 169 см ²; 30,25² м; n дм².

Задача № 2

Так как площадь квадрата равна:

$S = a^2$,

То сторону можно выразить как $\sqrt{S}$ = =|a| = a, то:

1) $\sqrt{169}$ = 13 мм;

2) $\sqrt{n^2}$ = n см.

Ответ: 13 мм; n см.

Задача № 3

Мы знаем формулу площади прямоугольника:

$S = ab$,

тогда:

1) $14 \cdot 15 = 210$ см²;
2) $9{,}9 \cdot 15 = 148{,}5$ мм².

Ответ: 210 см²; 148,5 мм².

Задача № 4

Мы знаем формулу площади прямоугольника:

$S = ab$,

Тогда мы может выразить а:

$a = S/b$.

1) 272 : 16 = 17 см.

Ответ: 17 см.

Площадь параллелограмма

Задача № 1.

Найти площадь параллелограмма, сторона которого равна 14 см, а высота, проведенная к ней, - 8 см.

Задача № 2.

Найти площадь параллелограмма, стороны которого равны 10 и 14 см, а угол между ними – 45°.

Задачи на повторение

Задача № 1

Площадь параллелограмма по формуле равна

$S = a \cdot h_a$,

тогда:

1) $14 \cdot 8 = 112$ см²

Ответ: площадь параллелограмма равна 112 см²

Задача № 2

Мы знаем формулу площади параллелограмма:

$$S = ab \cdot \sin\alpha,$$

тогда:

1) $10 \cdot 14 \cdot \sqrt{2}/2 = 70\sqrt{2}.$

Ответ: площадь параллелограмма равна $70\sqrt{2}$.

Площадь треугольника

Задача № 1.

Сторона треугольника равна 11 см, а высота, проведенная к ней, - 3,5 см. Найти площадь треугольника.

Задача № 2.

Найти площадь треугольника, две стороны которого равны 6 и 10 см, а угол между ними равен 30°.

Задача № 3.

Найти площадь треугольника, стороны которого равны 26 см, 28 см и 30 см.

Задачи на повторение

Задача № 1

Мы знаем формулу площади треугольника через сторону и высоту проведенную к ней:

$S = \frac{1}{2} a h_a$,

тогда:

1) $\frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 3{,}5 = 19{,}25$ см²

Ответ: площадь треугольника равна 19,25 см².

Задача № 2

Мы знаем формулу площади треугольника через синус угла:

$S = ½ ab \cdot \sin α$,

тогда:

1) 6 · 10 · ½ = 30 см²

Ответ: площадь треугольника равна 30 см².

Задача № 3

Сначала нужно найти полупериметр:

$$p = \frac{28+26+30}{2} = 42$$

А теперь, по формуле Герона, мы можем найти площадь треугольника:

$$S = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = \sqrt{42 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12} =$$

$$= \sqrt{6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 4} = 14 \cdot 24 = 336$$

336 см² - площадь данного треугольника

Ответ: площадь треугольника равна 336 см².

Площадь трапеции

Задача № 1.

Найти площадь трапеции, основания которой равны 14 и 17 см, а высота – 6 см.

Задача № 2.

Площадь трапеции равна 168 см², одно из ее оснований – 15 см, а высота 9 см. Найти второе основание трапеции.

Задачи на повторение

Задача № 1

Мы знаем формулу площади трапеции:

$S = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h$,

тогда:

1) $14 + 17 = 31$ см
2) $31 : 2 = 15{,}5$ см
3) $15{,}5 \cdot 6 = 93$ см²

Ответ: площадь трапеции равна 93 см².

Задача № 2

Из формулы площади трапеции можно вывести формулу для одного из оснований:

$$h \cdot (a+b) = 2S$$

$$a = 2S : h - b$$

тогда:

1) $2 \cdot 168 : 9 - 15 = 336 : 9 - 15 = 37\,\frac{1}{3} - 15 = = 22\,\frac{1}{3}$

$22\,\frac{1}{3}$ см – длина другого основания трапеции

Ответ: длина стороны равна $22\,\frac{1}{3}$ см.

Попробуйте решить сами!

Возможно, после изучения такого количества материала у Вас появилось желание решить несколько задач древних математиков.

Итак:

- Задача Архимеда
- Задача ал-Караджи

Задача Архимеда[1]

«Площадь круга, описанного около квадрата, вдвое больше площади вписанного в квадрат круга. Доказать!»

Проверь себя!

Историческая справка

[1] Г.И. Глейзер «История математики в школе VII-VIII классы» Москва «Просвещение» 1982 год стр. 226

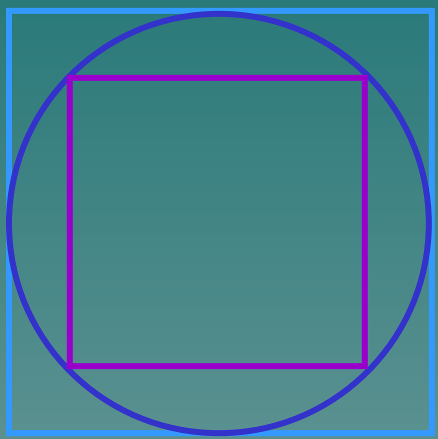
Архимед

- Величайшим математиком древнего мира был Архимед (287 – 212 до н. э.), живший в Сиракузах на о. Сицилия. Теорией в математике он начал заниматься довольно поздно – в возрасте свыше 40 лет.

Задача

- Все его математические работы поражают сочетанием оригинальной мысли, мастерской техникой вычисления и строгостью доказательств. Обилие вычислений отличает его труды от творческих работ других греческих математиков, что сближает его с математиками Востока.
- Древний писатель Плутарх так высказывался о математических открытиях Архимеда: «Во всей геометрии нет теорем более трудных и более глубоких, нежели теоремы Архимеда».

Проверь себя! Задача Архимеда



Докажем, что
$S_2 = 2S_1$

Мы знаем, что

$$r_4 = \frac{a}{2} \quad \text{и} \quad R_4 = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

Тогда

$$S_1 = \frac{a^2}{4}, \quad \text{а} \quad S_2 = \frac{a^2}{2}.$$

Значит S2 = 2S1,
что и требовалось доказать.

Все гениальное просто!

Задача ал-Караджи[1]

«Найти площадь прямоугольника, основание которого вдвое больше высоты, а площадь численно равна периметру».

Проверь себя!

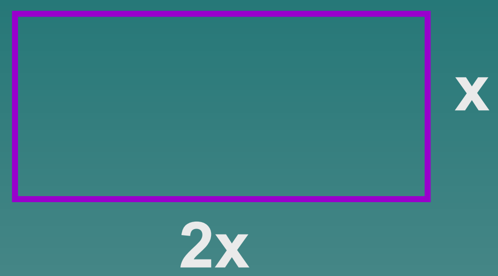
1 Г.И. Глейзер «История математики в школе VII-VIII классы» Москва «Просвещение» 1982 год стр. 226

Ал - Караджи

- Ал- Караджи (? – 1016)
- Абу Бакр Мухаммед ибн Хасан
- Иранский математик
- Его заслуга в том, что он ввел бесконечно много положительных и отрицательных степеней неизвестных и арифметических операций над многочленами
- Автор «Достаточной книги о науке арифметике»
- Автор книги по алгебре «Аль-Фахри»

Задача

Проверь себя! Задача ал-Караджи



Тогда $S=2x^2$

$P=6x$

По условию задачи:

$$2x^2=6x$$

$$x^2-3x=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Х=0 – не подходит по смыслу задачи, значит:

1. **2 · 3 = 6 (см) – длина прямоугольника**

Ответ: ***площадь прямоугольника равна 18*** $см^2$.

Все гениальное просто!

Высказывания древних…

В огромном саду геометрии каждый найдет себе букет по вкусу.

Давид Гильберт

Геометрия есть познание всего сущего.

Платон

Всякая книга природы написана языком математики.

Галилей