

# Введение в логику



**Дж. Буль (1815 – 1864) – анг.  
математик отец алгебры  
логики**

**Булева алгебра (алгебра логики) изучает свойства функций, у которых и аргументы, и значения принадлежат заданному двухэлементному множеству (например,  $\{0,1\}$ ).**

# **Клод Шеннон – отец современных теорий информации и связи**

**В 1938 году защитил докторскую диссертацию, в которой разработал принципы логического устройства компьютера, соединив булеву алгебру с функционированием релейно-контактных и электронно-ламповых схем.**



**Клод Шеннон (1916-2001) – американский математик и инженер**

- **Логическое высказывание** - это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.
- **Примеры:**  
"3 — простое число" - высказывание, так как оно истинное.  
"Париж — столица Японии" - высказывание, так как оно ложное.
- Высказываниями не являются, например, предложения **"ученик десятого класса"** и **"информатика — интересный предмет"**. Первое предложение ничего не утверждает об ученике, а второе использует слишком неопределённое понятие "интересный предмет". Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.
- Предложения типа **"в городе А более миллиона жителей"**, **"у него голубые глаза"** не являются высказываниями, так как для выяснения их истинности или ложности нужны дополнительные сведения: о каком конкретно городе или человеке идет речь.

**Какие из предложений являются высказыванием? Определите их истинность.**

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте сообщение.
3. Число 11 является простым.
4. Делайте утреннюю зарядку!
5. Назовите устройство ввода информации.
6. Кто отсутствует?
7. Все медведи – бурые.

# Логические операции

| Логическая связка           | Названия логической операции                                               | Обозначения                                      |
|-----------------------------|----------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| не                          | Отрицание, инверсия                                                        | $\bar{\phantom{x}}, \neg, \neg$                  |
| и, а, но, хотя              | Конъюнкция, логическое умножение                                           | $\&, \cdot, \wedge$                              |
| или                         | Дизъюнкция, нестрогая дизъюнкция, логическое сложение                      | $\vee, +$                                        |
| либо                        | Разделительная (строгая) дизъюнкция, исключающее ИЛИ, сложение по модулю 2 | $\oplus, \Delta$                                 |
| если ..., то                | Импликация, следование                                                     | $\Rightarrow, \rightarrow$                       |
| тогда и только тогда, когда | Эквивалентность, эквиваленция, равнозначность                              | $\Leftrightarrow, \sim, \equiv, \leftrightarrow$ |



- **Умозаключение** – это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение (умозаключение)
- Логическая переменная – это простое высказывание, содержащее только одну мысль (обозначение А, В, С и т.д.).
- Значением логического выражения могут быть только ЛОЖЬ (0) или ИСТИНА (1).

# Задания

1. Записать в виде логического выражения:  
«Летом Петя поедет в деревню и, если будет хорошая погода, то он пойдет на рыбалку».
2. Есть два простых высказывания:  
А – «Число 10 – четное»;  
В – «Волк травоядное животное».  
Составьте из них все возможные составные высказывания и определите их истинность.



# Задания

3. Запишите следующие высказывания в виде логических выражений:

А) Число 17 нечетное и двузначное.

Б) Неверно, что корова – хищное животное.

С) Если компьютер включен, то можно на нем работать.

# Конъюнкция (операция «и»)

| A | B | $A \wedge B$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0            |
| 0 | 1 | 0            |
| 1 | 0 | 0            |
| 1 | 1 | 1            |

Истинно, тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

# Дизъюнкция (операция «или»)

| A | B | $A \vee B$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 0          |
| 0 | 1 | 1          |
| 1 | 0 | 1          |
| 1 | 1 | 1          |

Ложно, тогда и только тогда,  
когда оба высказывания  
ложны.

# Логическое отрицание (операция «не»)

| A | $\neg A$ |
|---|----------|
| 0 | 1        |
| 1 | 0        |

Истинно, когда A  
ложно и ложно, когда  
A истинно.

# Задания

- Найдите значения логических выражений:

1.  $F = (0 \vee 0) \vee (1 \vee 1)$

2.  $F = (1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$

3.  $F = ((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$

4.  $F = (0^{\wedge} 1)^{\wedge} 1$

# Задания

## Упражнения

4.1. Составьте таблицы истинности высказываний:

а)  $\overline{A} \wedge B$ ,

б)  $A \wedge \overline{B}$ ,

в)  $(\overline{A} \wedge B) \vee (A \wedge \overline{B})$ .

4.2. Составьте таблицы истинности высказываний:

а)  $A \wedge (B \vee C)$ ,

б)  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ ,

в)  $A \vee (B \wedge C)$ ,

г)  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .

# Домашнее задание

1. Из двух простых высказываний постройте сложное высказывание, используя «и», «или». Запишите логические высказывания с помощью логических операций и определите их истинность:
  - а) На полке стоят учебники. На полке стоят справочники.
  - б) Часть детей – девочки. Остальные – мальчики.



2. Составьте и запишите истинные сложные высказывания из простых с использованием логических операций.

- а) Любое из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  положительно.
- б) Любое из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  отрицательно.
- в) Хотя бы одно из чисел  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  не отрицательно.
- г) Все числа  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  равны 12.
- д) Если  $X$  делится на 9, то  $X$  делится и на 3.
- е) Если  $X$  делится на 2, то оно четное.

3. Даны два простых высказывания

$$A = \{2 \cdot 2 = 4\}, B = \{2 \cdot 2 = 5\}.$$

Какие из составных высказываний истинны:

$$A \wedge B; A \vee B; \neg A; \neg B.$$

4. Найдите значения логических выражений:

1.  $F = 1 \wedge (1 \wedge 1) \wedge 1$

2.  $F = ((1 \vee 0) \wedge (1 \wedge 1)) \wedge (0 \vee 1)$

3.  $F = ((1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 0)) \vee 1$

4.  $F = ((1 \wedge 1) \vee 0) \wedge (0 \vee 1)$

5.  $F = ((0 \wedge 0) \vee 0) \wedge (1 \vee 1)$