

Волшебное число π

Автор работы: Стрельчук Анна

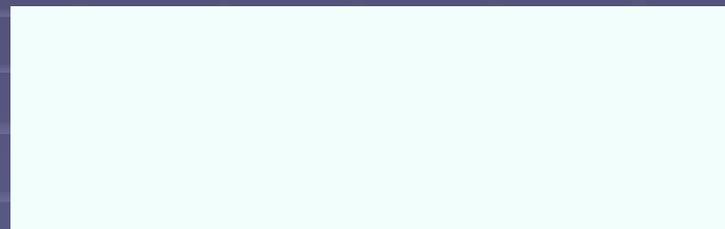
7 класс «В»

ГБОУ СОШ № 1279

Г. Москва

Число π

π - математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине ее диаметра. Обозначается буквой греческого алфавита «пи». Другое название- лудольфово число.



Если принять диаметр окружности за единицу, то длина окружности — это число «пи»

История

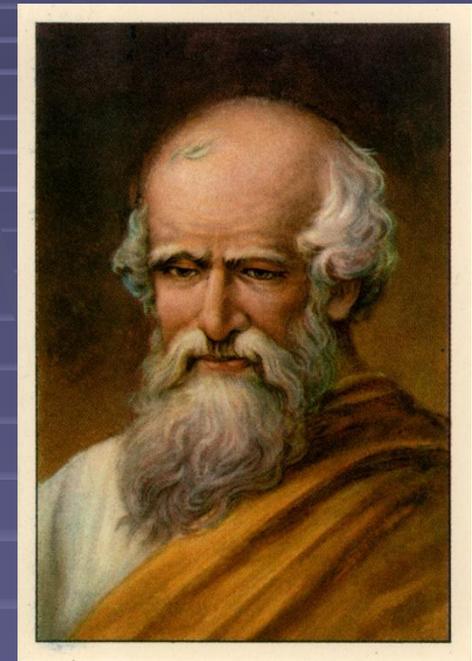
История «т» шла параллельно с развитием всей математики. Многие ученые разделяют весь процесс на 3 периода: древний период, в течение которого «т» изучалось с позиции геометрии, классическая эра, последовавшая за развитием математического анализа в Европе и эра цифровых компьютеров.

Геометрический период

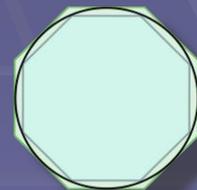
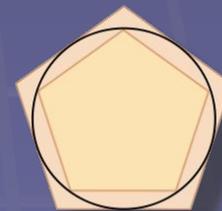
То, что отношение длины окружности к диаметру одинаково для любой окружности, и то, что это отношение немногим более 3, было известно ещё древнеегипетским, вавилонским, *древнеиндийским* и древнегреческим геометрам. Самое раннее из известных приближений датируется 1900 годом до н. э.; это $25/8$ (Вавилон) и $256/81$ (Египет), оба значения отличаются от истинного не более, чем на 1 %.

Архимед, возможно, первым предложил математический способ вычисления π . Для этого он вписывал в окружность и описывал около неё правильные многоугольники. Принимая диаметр окружности за единицу, Архимед рассматривал периметр вписанного многоугольника как нижнюю оценку длины окружности, а периметр описанного многоугольника как верхнюю оценку. Рассматривая правильный 96-угольник, Архимед получил оценку и предположил, что π примерно равняется $22/7 \approx 3.142857142857143$.

В 480-х годах китайский математик Цзу Чунчжи продемонстрировал, что $\pi \approx 355/113$, и показал, что $3,1415926 < \pi < 3,1415927$, используя алгоритм Лю Хуэя применительно к 12288-угольнику. Это значение оставалось самым точным приближением числа π в течение последующих 900 лет.



$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

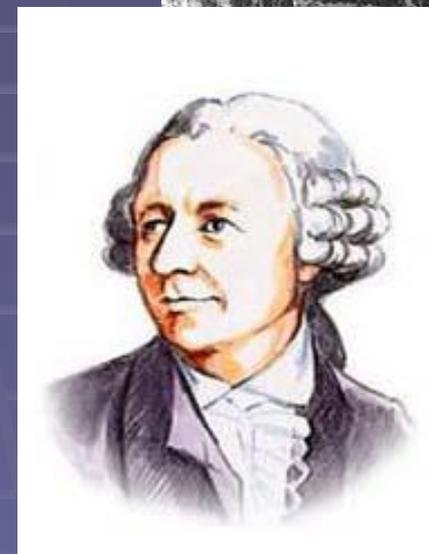


Классический период

До II тысячелетия было известно не более 10 цифр π . Дальнейшие крупные достижения в изучении π связаны с развитием математического анализа

Первым крупным европейским вкладом со времён Архимеда был вклад голландского математика Людольфа ван Цейлена, затратившего десять лет на вычисление числа π с 20-ю десятичными цифрами. Изложив свои результаты в сочинении «Об окружности», Людольф закончил его словами: «У кого есть охота, пусть идёт дальше». После смерти в его рукописях были обнаружены ещё 15 точных цифр числа π . Людольф завещал, чтобы найденные им знаки были высечены на его надгробном камне. В честь него число π иногда называли «лудольфовым числом».

Впервые обозначением этого числа греческой буквой π воспользовался британский математик Джонс в 1706 году, а общепринятым оно стало после работ Леонарда Эйлера в 1737 году.



Эра компьютерных вычислений

$$a_0 = 1, b_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, t_0 = 0.25, p_0 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2}$$

$$b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$$

$$t_{n+1} = t_n - p_n (a_n - a_{n+1})^2$$

$$p_{n+1} = 2p_n$$

$$Estimate = \frac{(a_n + b_n)^2}{4t_n}$$

Эпоха цифровой техники в XX веке привела к увеличению скорости появления вычислительных рекордов. Джон фон Нейман и другие использовали в 1949 году ЭНИАК для вычисления 2037 цифр π , которое заняло 70 часов.

1975 году Ричард Brent и Юджин Саламин независимо друг от друга открыли алгоритм Brenta — Саламина, который, используя лишь арифметику, на каждом шагу удваивает количество известных знаков.

31 декабря 2009 года французский программист Фабрис Беллар на персональном компьютере рассчитал последовательность из 2 699 999 990 000 десятичных разрядов.

2 августа 2010 года американский студент Александр Йи и японский исследователь Сигэру Кондо рассчитали последовательность с точностью в 5 триллионов цифр после запятой.

19 октября 2011 года Александр Йи и Сигэру Кондо рассчитали последовательность с точностью в 10 триллионов цифр после запятой

ЭВОЛЮЦИЯ В ВЫЧИСЛЕНИИ π

Очень интересно «понаблюдать» за развитием нахождения знаков числа π .

Древнегреческие геометры десятилетиями пытались найти цифры после запятой в числе «пи», но тем не менее до II тысячелетия было известно не более 10 десятичных знаков.

Далее в классический период скорость нахождения цифр в числе π увеличилась. Голландский математик Людольф ван Цейлен затратил десять лет на вычисление «людольфова» числа с 20-ю десятичными цифрами.

Эпоха цифровой техники в XX веке привела к еще большему увеличению скорости появления вычислительных рекордов. Джон фон Нейман и другие в 1949 году вычислили 2037 цифр π за 70 часов.

И наконец в недалеком 2011 году американский студент Александр Йи и японский исследователь Сигэру Кондо рассчитали последовательность с точностью в 10 триллионов цифр после запятой всего лишь за несколько часов!

Поразительно, не правда ли?

И так, из этого мы можем сделать вывод, что следующие вычислительные рекорды будут поражать нас все больше и больше!

Рациональные приближения

$$\frac{22}{7}$$

- Архимед

$$\frac{377}{120}$$

- дана в книге индийского мыслителя и астронома Ариабхаты в V веке н. э.

$$\frac{355}{113}$$

- приписывается современнику Ариабхаты китайскому астроному Цзу Чунчжи.

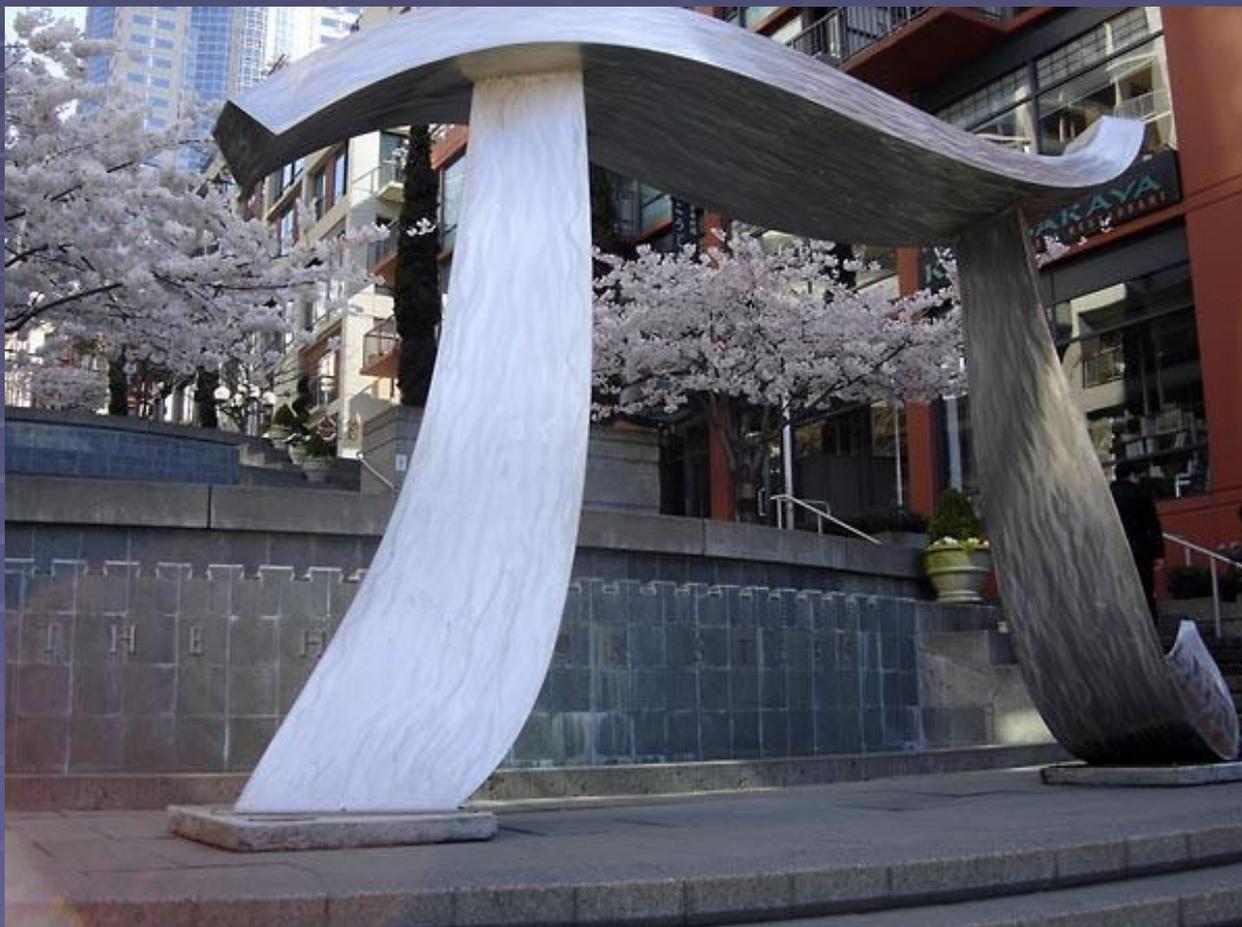
Трансцендентность и иррациональность

«Пи»- иррациональное число, то есть его значение не может быть выражено в виде дроби m/n , где m и n - целые числа. Следовательно его десятичное представление бесконечно и не периодически. Ламберт доказал иррациональность «пи» в 1761 году.

«Пи»- трансцендентное число, то есть оно не может быть корнем какого-либо многочлена с целыми коэффициентами. Его трансцендентность была доказана Линдеманом в 1882 году.

Поскольку в евклидовой геометрии площадь круга и длина окружности являются функциями числа «пи», то доказательство трансцендентности «пи» положило конец спору о квадратуре круга, длившемуся более 2,5 тысяч лет.

Памятник числу π



Памятник числу π , находящийся, в Австралии в городе Сидней перед музеем искусств

Праздники посвященные «константе Людольфа»

Неофициальный праздник «День числа пи» отмечается 14 марта, которое в американском формате дат (месяц/день) записывается как 3.14, что соответствует приближенному значению числа π .

Еще одной датой, связанной с числом π , является 22 июля, которое называется «Днём приближенного числа Пи», так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой дроби является приближенным значением этого числа.

Рекорды «Пи»

Мировой рекорд по запоминанию знаков числа π после запятой принадлежит китайцу Лю Чао, который в 2006 году в течение 24 часов и 4 минут воспроизвёл 67 890 знаков после запятой без ошибки.

Спасибо за внимание!