

ВЕЛИКИЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ

*Квадратура
круга*

Автор: Монахов Станислав

МОУ "Средняя
общеобразовательная
школа № 59"

Курск - 2006



*Меня зовут Монахов
Станислав.*

*Я ученик 6-го класса, очень
люблю заниматься
математикой, историей,
информатикой, а также
много читать и считаю, что
как бы ни относились люди к
математике, без нее - как
без рук. Она - повсюду.*

*Нужно только уметь ее
увидеть. Огромную помощь в
этом оказывают научно-
популярная и справочная
литература, Интернет,
позволяющие взглянуть на
поставленную задачу с
новой, нестандартной точки
зрения.*

Введение

Впервые я услышал о трех знаменитых задачах на факультативном занятии по математике «Наглядная геометрия» от учителя. Из них меня особенно заинтересовала квадратура круга.

Во-первых, очень удивило сочетание слов «квадратура», «круг».

Во-вторых, чем знаменита эта задача.

В-третьих, почему её решением так долго занимались великие ученые.

В-четвертых, целесообразность решения данной задачи и её практическая значимость.

Эти вопросы меня очень заинтриговали и я решил проследить историю возникновения и решения данной задачи.

Цели и задачи проекта

- Показать, что в математике, как и во всякой другой науке, достаточно своих неразгаданных тайн.
- Подчеркнуть, что математиков отличает нестандартное мышление. А иногда смекалка и интуиция хорошего математика просто приводят в восхищение!
- Показать, что сама попытка решения задачи о квадратуре круга содействовала развитию новых понятий и идей в математике.
- Учиться работать с различными источниками информации, анализировать и сопоставлять точки зрения ученых разных времен по данной теме.
- Продолжить исследовательскую работу по теме «Знаменитые задачи математики»

Возьму линейку, проведу
прямую, И
мигом круг квадратом обернётся,
Посередине рынок мы устроим,
А от него уж улицы пойдут –
Ну, как на Солнце! Хоть оно само
И круглое, а ведь лучи прямые!..

/Аристофан/

С глубокой древности известны три задачи на построение: об удвоении куба, трисекции угла и квадратуре круга. Они сыграли особую роль в истории математики. В конце концов было доказано, что решить их невозможно, пользуясь только циркулем и линейкой. Но уже сама постановка проблемы «доказать неразрешимость» была смелым шагом вперёд.

Вероятно, задача была известна уже за две тысячи лет до н. э. в Древнем Египте и Вавилоне. В то время у египетских математиков находятся первые решения задачи, как построить квадрат, равновеликий данному кругу, или определить соотношение между окружностью и её диаметром.



В папирусе Ринда,
м Ахмесом, говорится,
что сторона квадрата, равновеликого
площади круга, равна восьми девятым
диаметра (так что

$\Pi = 3,16$). У древних вавилонян и евреев
принималось, что длина окружности ровно
втрое больше диаметра и, следовательно,

$\Pi = 3$.

Древнегреческие математики также достигли чрезвычайно большого искусства в геометрических построениях. Они еще издавна преобразовывали любую прямолинейную фигуру с помощью циркуля и линейки в произвольную прямолинейную, равновеликую ей.



Так появилась мысль обобщить эту задачу: построить с помощью циркуля и линейки такой квадрат, площадь которого была бы равна площади данного круга. Задача получила название квадратуры круга, и многие ученые пытались выполнить такое построение. Однако решение не поддавалось их усилиям.

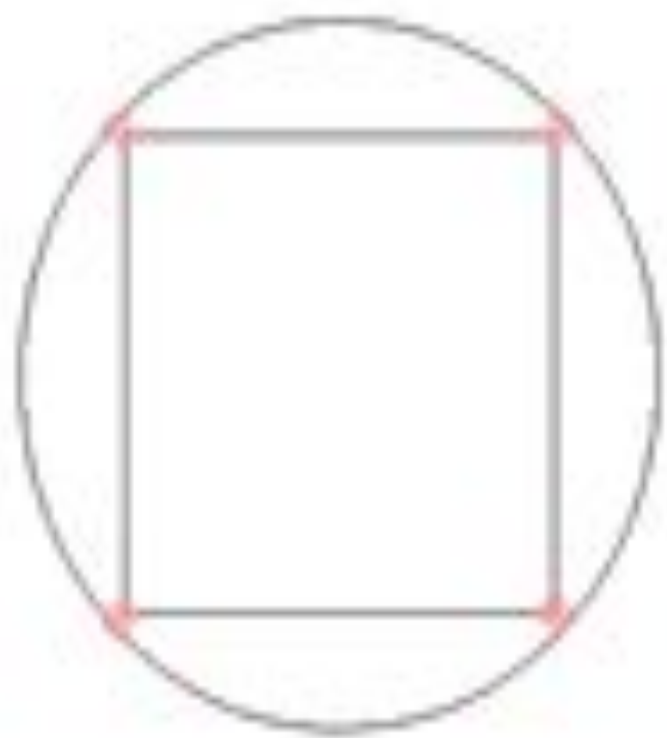
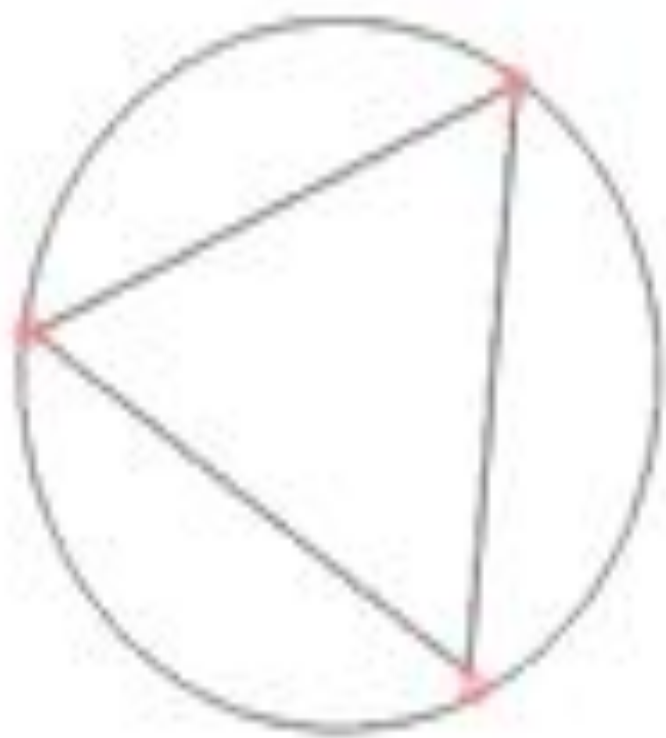
Но первая прямая ссылка на неё относится к V в. до н. э.

По свидетельству древнегреческого историка Плутарха, философ

Антифонт, коротая время в тюрьме, пытался квадрировать круг, т. е.

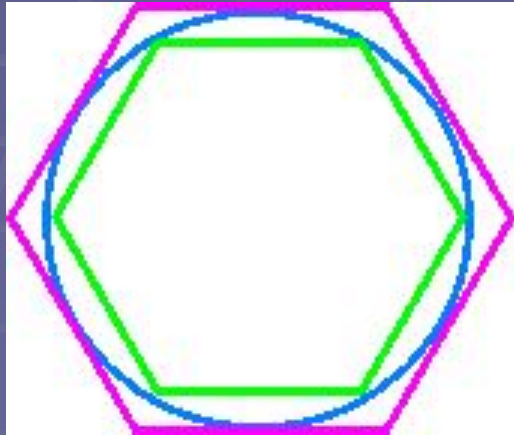
превратить его в равновеликий квадрат.

Полного решения, предложенного Антифонтом, не сохранилось, но считается что оно состояло в следующем: производя последовательно удвоение сторон вписанного многоугольника, он получал в конце-концов многоугольник с очень большим числом сторон, которые, по мысли Антифонта, должны совпадать с соответствующими им дугами окружности.



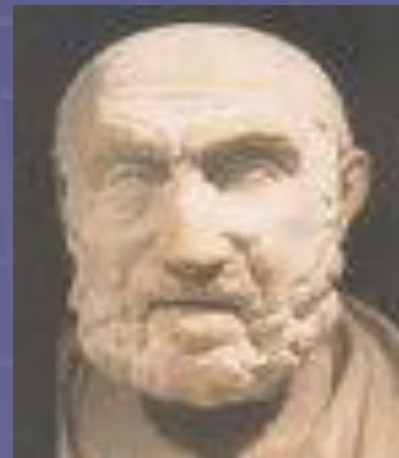
Но, так как для любого многоугольника можно с помощью циркуля и линейки построить равновеликий квадрат, то такой квадрат можно построить и для данного круга. От Плутарха известно, что лучшие математики того времени (в том числе Платон, Евдокс) посещали в темнице Антифонта и были удовлетворены его решением, а ведь требования к строгости доказательств в то время были не ниже сегодняшних.

Архимед (287-212 до н.э.), вычисляя
периметры вписанных и описанных
96-ти угольников, в сочинении
«Измерение круга» показал,
что периметр вписанного
многоугольника с любым числом
сторон всегда меньше, а



описанного - всегда больше
длины данной окружности, и что
величина Π заключается между
пределами $3,1408 < \Pi < 3,1429$.

Известный математик древности
Гиппократ Хиосский (ок. 400 г. до н.э.)
первый указал на то, что площадь круга
пропорциональна квадрату его диаметра.
Но провести строгое доказательство
учёный в то время еще не мог: не было
подходящего метода.



Попытки Гиппократа решить задачу о квадратуре круга привели его к открытию квадратуемых фигур (то есть таких, площади которых выражаются в рациональных числах), ограниченных пересекающимися окружностями.

Найденное Гиппократом Хиосским соотношение позволило свести задачу о квадратуре круга к построению с помощью циркуля и линейки, если это возможно, полученного коэффициента пропорциональности, одного и того же для всех кругов.

Они впоследствии получили название гиппократовых луночек. Казалось бы, что с появлением таких луночек найден ключ к решению задачи о квадратуре круга. Она была бы решена, если бы удалось разбить круг на квадратируемые части.

Были найдены и другие пути определения квадратуры круга: кроме циркуля и линейки использовали различные инструменты или специально построенные кривые. Так, в V в. до н.э. греческий математик Гиппий из Элиды изобрел кривую, впоследствии получившую название квадратрисы Динострата (ее называли по имени другого древнегреческого математика, жившего несколько позже и указавшего способ построения квадратуры круга при помощи этой кривой).

Все предложенные решения в лучшем случае давали приближённое значение с достаточно хорошей точностью. Однако все-таки оставались принципиально приближёнными. Впрочем, авторы таких построений часто не сомневались в их абсолютной точности и горячо отстаивали свои заблуждения.

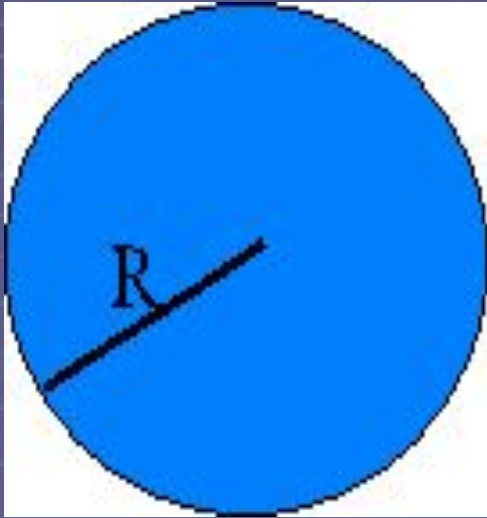


Один из самых громких споров
на эту тему произошёл в
Англии между двумя
выдающимися учёными XVII в.,
философом Томасом Гоббсом и
математиком Джоном Валлисом.
В весьма почтенном возрасте Гоббс
опубликовал около десяти
«решений» задачи о квадратуре
круга.



Однако ученых Древней Греции и их последователей такие решения, находящиеся за пределами применения циркуля и линейки, не удовлетворяли. Будучи вначале чисто геометрической задачей, квадратура круга превратилась в течение веков в исключительно важную задачу арифметико-алгебраического характера, связанную с числом Π , и содействовала развитию новых понятий и идей в математике.

Отношение длины окружности к ее диаметру есть величина постоянная, не зависящая от радиуса круга, она обозначается буквой Π . Теперь известно, Π - число иррациональное, оно выражается бесконечной непериодической десятичной дробью 3,1415926..., которое было вычислено с 707 десятичными знаками математиком В. Шенксом.



$$S = \pi r^2$$



$$S = a^2$$

$$a = ?$$

Этот результат вместе с формулой
вычислений он обнародовал в 1837 году.
Ни одна ещё задача подобного рода не
решалась с таким огромным
приближением и с точностью, далеко
превышающее отношение
микроскопических расстояний к
телескопическим.

Работа, сделанная Шенксом, в сущности бесполезна – или почти бесполезна. Но, с другой стороны, она может служить довольно убедительным доказательством противного тому, кто до сих пор ещё надеется, что можно найти точное отношение длины окружности к диаметру.

Можно вычислить приближенное значение π . Однако не в практическом отношении интересовала людей задача о квадратуре круга, а интересовала её принципиальная сторона: возможно ли точно решить эту задачу, выполняя построения с помощью только циркуля и линейки.

Поэтому квадратура круга была в
прежние времена самой заманчивой и
соблазнительной задачей. Армия
«квадратурщиков» неустанно
пополнялась каждым новым поколением
математиков. Все усилия были тщетны,
но число их не уменьшалось. В
некоторых умах доказательство, что
решение не может быть найдено,
зажигало ещё большее рвение к
изысканиям.

Лишь в 80-х годах 19в. было строго доказано, что решить задачу о квадратуре круга с помощью циркуля и линейки невозможно. Эта задача становится разрешимой, если применять, кроме циркуля и линейки, еще другие средства построения.

Заключение

Термин «квадратура круга» стал синонимом неразрешимых задач. Вместе с тем предлагалось множество решений при помощи нетрадиционных инструментов. Всё это привело к возникновению и развитию совершенно новых идей в геометрии и алгебре. Анализируя материал по данной теме, я пришел к выводу, что неразрешимость некоторых задач служит отправной точкой новых математических исследований, интригует, стимулирует и способствует развитию творчества.

В дальнейшем я собираюсь изучить историю решения других знаменитых задач древности о трисекции угла, удвоении куба. В процессе работы я:

- ✓ систематизировал полученную информацию об истории решения неразрешимых задач,
- ✓ раньше своих одноклассников познакомился с числом π , и с задачами на построения с помощью циркуля и линейки,
- ✓ приобрёл навыки :
 - ❖ исследовательской работы,
 - ❖ самостоятельного поиска и нахождения ключевых понятий,
 - ❖ научился производить группировку материала и его анализ.



Литература

- I. Архимед, Гюгенс, Лежандр, Ламберт. О квадратуре круга. Едитореал СССР, 2003
- II. Бурбаки Н. Очерки по истории математики М., 1963
- III. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире М., 1967
- IV. Кольман Э., История математики в древности. М., 1961
- V. Прикладная алгебра (М. Поздняк, Ф. Груздь).
- VI. Раик А.Е. Очерки по истории математики в древности. С., 1977
- VII. Советский энциклопедический словарь. М.,1987
- VIII. Шеренга великих математиков. Варшава, 1970
- IX. Энциклопедия по математике «Аванта+» (М. Аксенова, Г. Храмов).
- X. Энциклопедический словарь юного математика, Педагогика, 1989
- XI. Энциклопедия Кирилла и Мефодия М., 2002
- XII. altera-pars.narod.ru/Qadra/form