

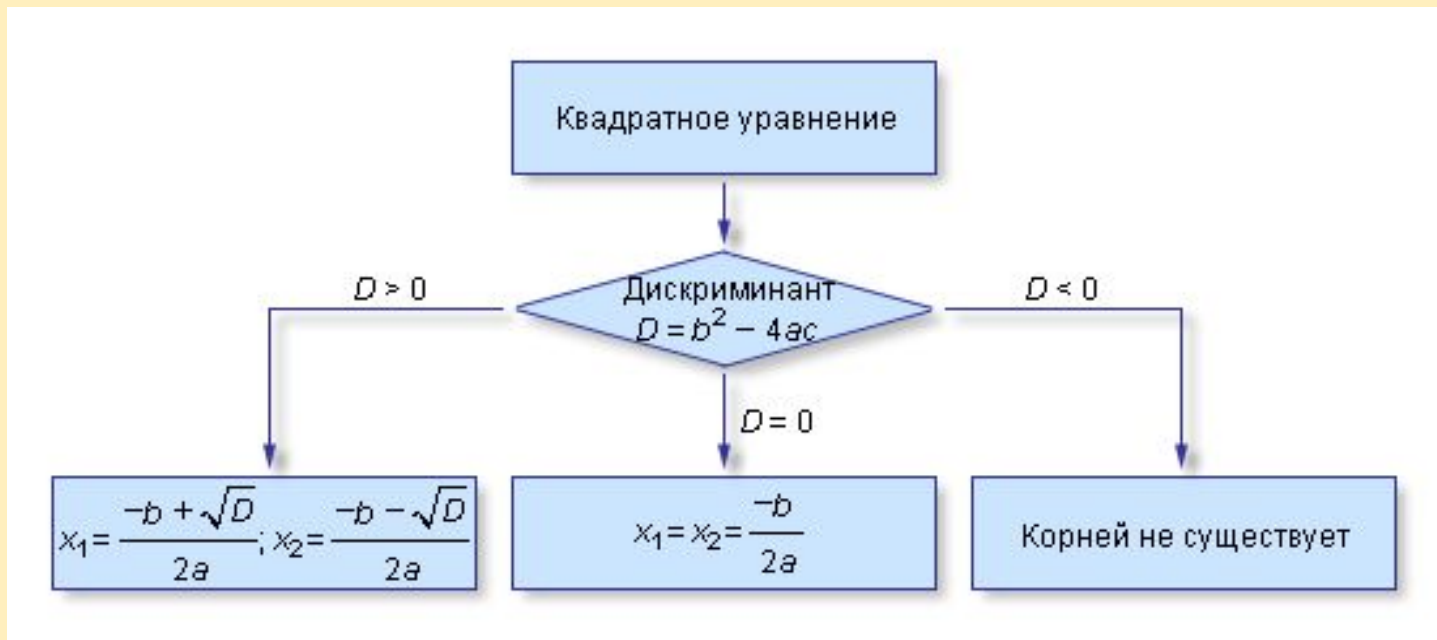


Уравнения, сводящиеся к
квадратным.

*Авторы работы:
ученик 8 класса*

Квадратное уравнение

Решение уравнений, сводящихся к квадратным, сводится к решению квадратных уравнений.

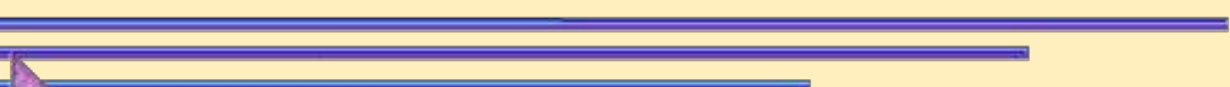




Существует ряд уравнений, которые удастся решить при помощи **сведения их к** квадратным уравнениям.



Определение!!!



Уравнение $ax^4+bx^2+c=0$, где
 $a \neq 0$,
Называется биквадратным



Алгоритм решения биквадратного уравнения:

1	Сделать замену переменной	$x^2 = t$
2	Получится	$at^2 + bt + c = 0$
3	Найти корни квадратного уравнения	$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
4	Обратная подстановка	$\begin{cases} x^2 = t_1 \\ x^2 = t_2 \end{cases}$
5	Если $t_k < 0$ Если $t_k > 0$ Если $t_k = 0$	корней нет $x = \pm \sqrt{t_k}$ $x = 0$

Таким образом, биквадратное уравнение может иметь от 0 до 4 решений

Образец решения:

1. Запишем уравнение

$$9x^4 - 32x^2 - 16 = 0$$

2. Введем новую переменную

Пусть $x^2 = t, t \geq 0$

Тогда $x^4 = t^2$

3. Запишем уравнение, используя новую переменную

$$9t^2 - 32t - 16 = 0$$

4. Решим квадратное уравнение

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-32)^2 - 4 \times 9 \times (-16) = 1024 + 576 = 1600$$

$D > 0$, два корня

$t_1 = 4$; $t_2 = -4/9$ - не удовлетворяет условию $t \geq 0$





5. Выполним обратную замену
 $t=4$, значит $x^2=4$

6. Решим полученное уравнение

$$x^2=4$$

$$x=\pm\sqrt{4}$$

$$x=\pm 2$$

7. Запишем ответ

Ответ: $-2; 2$.



Уравнение №1

$$\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-3} = 3$$

Общий знаменатель дробей
 $(x+2)(x-3)$

Если $x+2 \neq 0$ и $x-3 \neq 0$ то, умножая обе
части уравнения на

$(x+2)(x-3)$, получаем

$$3(x-3) - 4(x+2) = 3(x+2)(x-3)$$





Преобразуем это уравнение:

$$3x-9-4x-8=3(x^2-x-6)$$

$$-x-17=3x^2-3x-18$$

$$3x^2-2x-1=0$$

Решаем полученное квадратное уравнение:

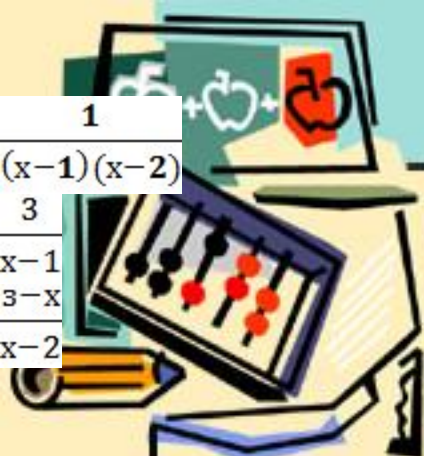
$$x_1=1; x_2=-\frac{1}{3};$$

Т.к. при $x_1=1$ и $x_2=-\frac{1}{3}$ знаменатели дробей исходного уравнения образующиеся в нуль, то числа 1 и $-\frac{1}{3}$ являются корнями исходного уравнений.

$$\text{Ответ: } x_1=1; x_2=-\frac{1}{3}.$$



Уравнение №2



$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{3}{x-1} = \frac{3-x}{x-2}$$

$(x-1)(x-2) \neq 0$, отсюда следует
 $1+3(x-2)=(3-x)(x-1)$. Преобразуем это
уравнение

$$1+3x-6=x^2+4x-3$$

$$x^2-x-2=0$$

$$x=-1; x=2$$

при $x=-1$ | $(1-1)(1-2) \neq 0$

при $x=2$ | $(2-1)(2-2)=0$, поэтому
число 2 не является корнем
исходного уравнения

ответ: $x=-1$.



Заключение:

Уравнения, сводящиеся к квадратным, в алгебре встречаются практически в каждой теме.

Биквадратные уравнения является одним видом уравнений, приводимых к квадратным.

