

Угол между прямыми.

ВЗАИМНОЕ
РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ В
ПРОСТРАНСТВЕ.

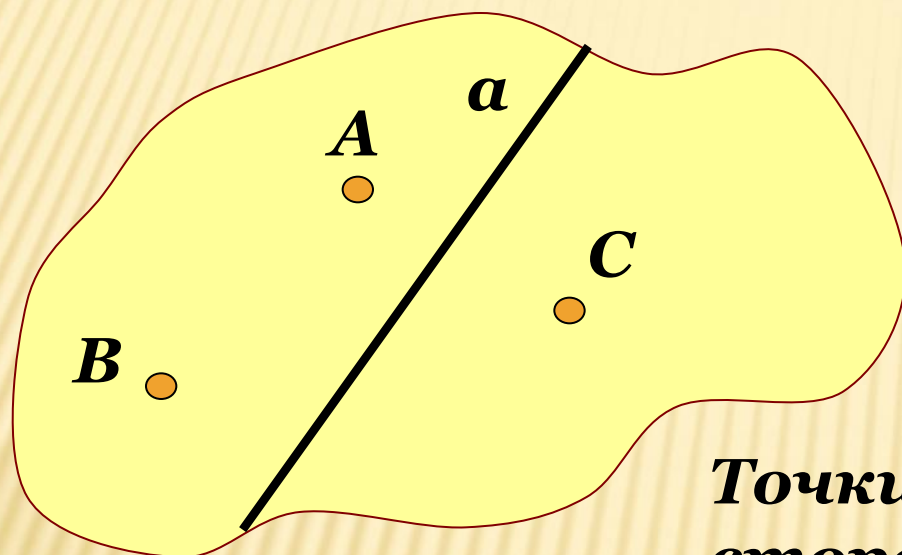
ЦЕЛИ УРОКА:

- Ввести формулировку и доказательство теоремы о равенстве углов с сонаправленными сторонами.***
- Научиться находить угол между прямыми в пространстве.***

ПОВТОРЕНИЕ.

- Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны? **Нет**
- Две прямые параллельны некоторой третьей прямой. Могут ли эти прямые а) пресекаться? **Да**
б) быть скрещивающимися? **Да**
- Могут ли скрещивающиеся прямые a и b быть параллельными прямыми? **Нет**
- Даны две скрещивающиеся прямые a и b . Точки A и A_1 лежат на прямой a , точки B и B_1 лежат на прямой b . Как бы расположились отрезки AB и A_1B_1 ? **AB скрещивается с A_1B_1**
- Прямая a скрещивается с прямой b , а прямая b скрещивается с прямой c . Следовательно, что прямые a и c - скрещивающиеся? **Нет**

**ЛЮБАЯ ПРЯМАЯ a , ЛЕЖАЩАЯ В ПЛОСКОСТИ,
РАЗДЕЛЯЕТ ПЛОСКОСТЬ НА ДВЕ ЧАСТИ,
НАЗЫВАЕМЫЕ ПОЛУПЛОСКОСТЯМИ.**



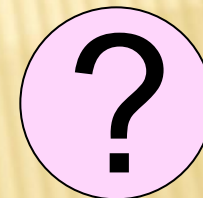
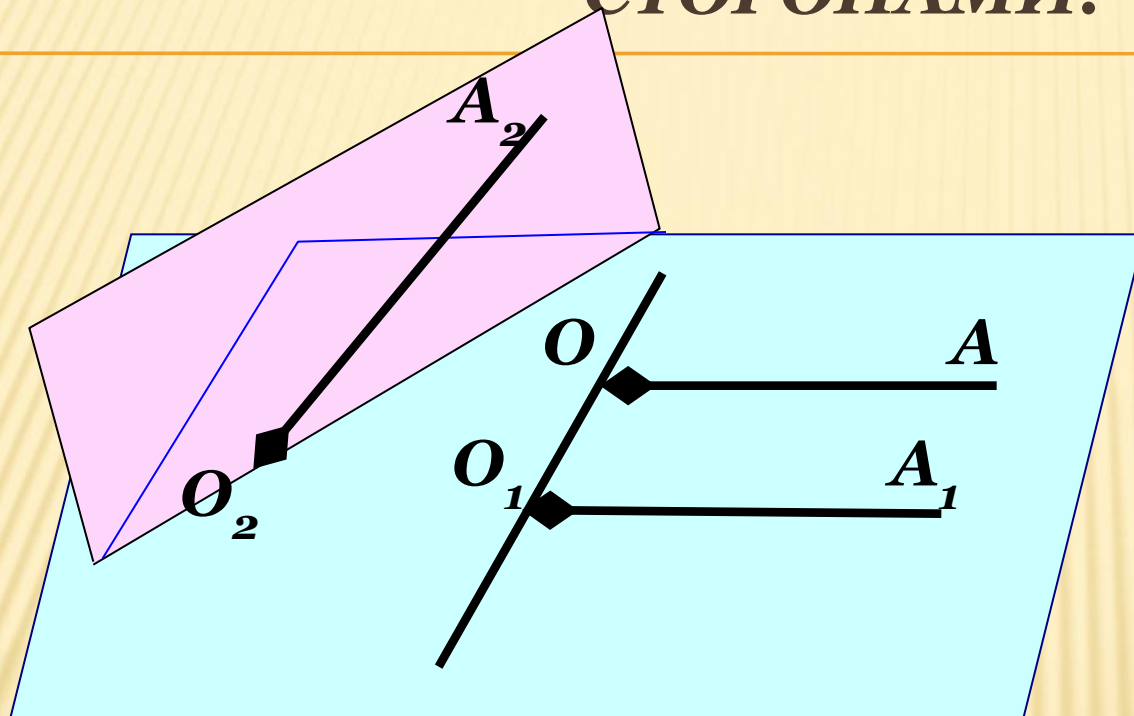
a – граница
полуплоскостей.

Точки A и B лежат по одну
сторону от прямой a .

Точки A и C лежат по разные
стороны от прямой a .



УГЛЫ С СОНАПРАВЛЕННЫМИ СТОРОНАМИ.



Лучи OA и O_1A_1 не лежат на одной
прямой, параллельны, лежат в одной
полуплоскости с границей $OO_1 \rightarrow$

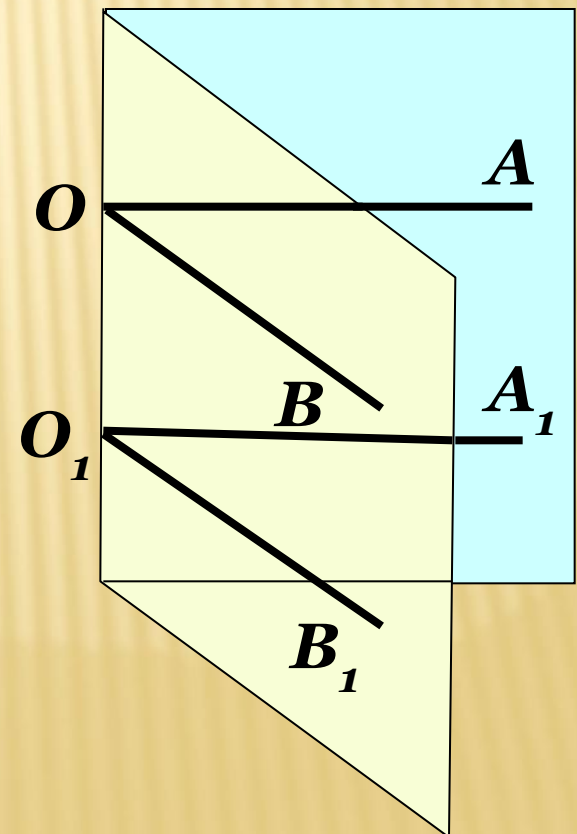
сонаправленные

ТЕОРЕМА ОБ УГЛАХ С СОНАПРАВЛЕННЫМИ СТОРОНАМИ

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

**Дано: угол O и угол O_1
с сонаправленными
сторонами.**

Доказать: $\angle O = \angle O_1$



ТЕОРЕМА ОБ УГЛАХ С СОНАПРАВЛЕННЫМИ СТОРОНАМИ

Доказательство:

Отметим точки A, B, A_1 и B_1 , такие что $OA = OA_1$ и $OB = OB_1$.

1. Рассмотрим OAA_1O_1 :

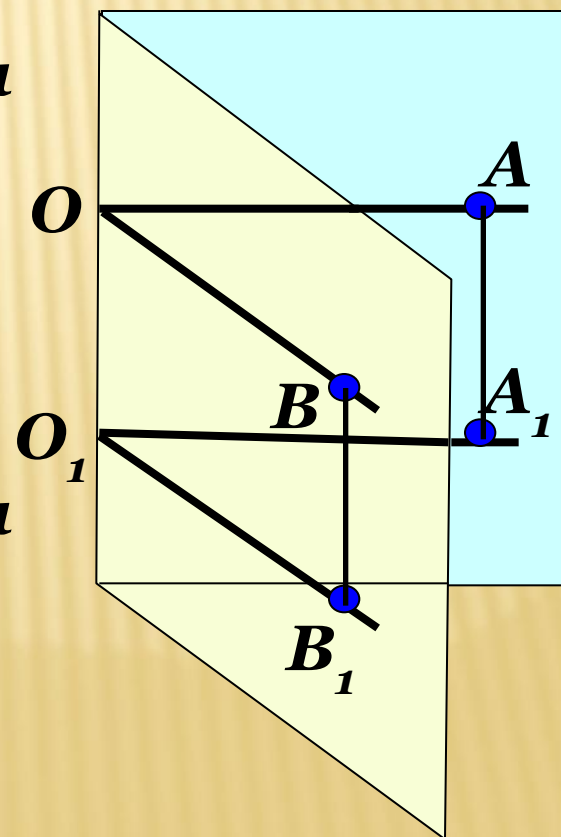
$OA \parallel O_1A_1$ $\xrightarrow{\quad}$
 $OA = O_1A_1$ $\left| \begin{array}{l} OAA_1O_1 - \text{параллелограмм} \\ (\text{ по признаку }) \end{array} \right.$

Значит, $AA_1 \parallel OO_1$ и $AA_1 = OO_1$.

2. Рассмотрим OBV_1O_1 :

$OB \parallel O_1B_1$ $\xrightarrow{\quad}$
 $OB = O_1B_1$ $\left| \begin{array}{l} OBV_1O_1 - \text{параллелограмм} \\ (\text{ по признаку }) \end{array} \right.$

Значит, $BB_1 \parallel OO_1$ и $BB_1 = OO_1$.



ТЕОРЕМА ОБ УГЛАХ С СОНАПРАВЛЕННЫМИ СТОРОНАМИ

Вывод:

$$AA_1 \parallel OO_1 \text{ и } BB_1 \parallel OO_1, \implies AA_1 \parallel BB_1$$

$$AA_1 = OO_1 \text{ и } BB_1 = OO_1, \implies AA_1 = BB_1$$

Следовательно,
четырехугольник AA_1B_1B –
параллелограмм (по признаку).

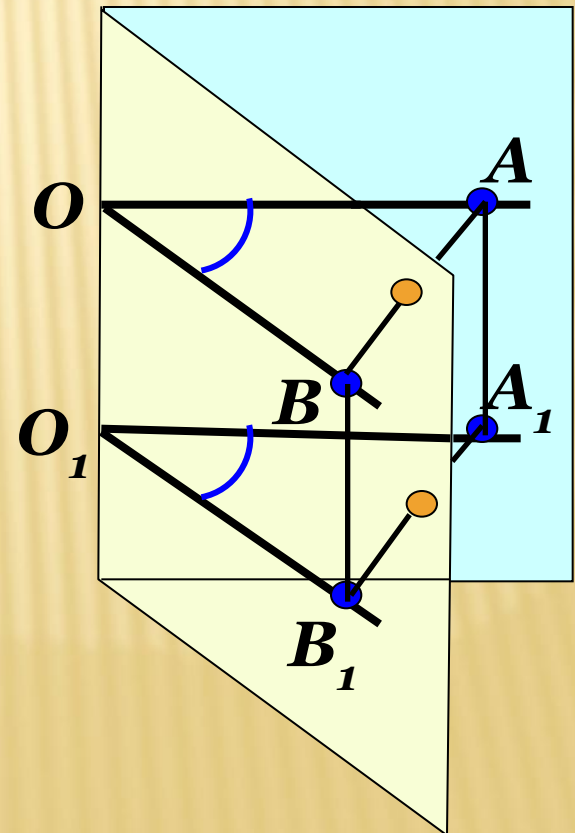
$$AB = A_1B_1$$

3. Рассмотрим $\triangle ABO$ и $\triangle A_1B_1O_1$.

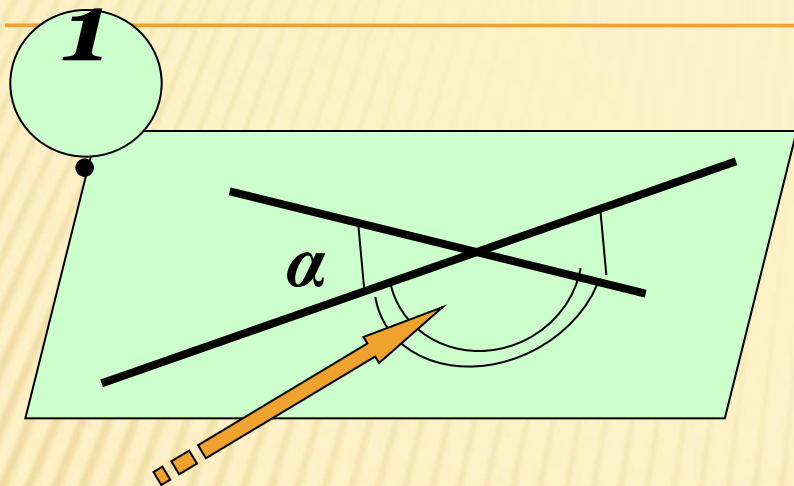
$$\triangle ABO = \triangle A_1B_1O_1$$

(по трем сторонам)

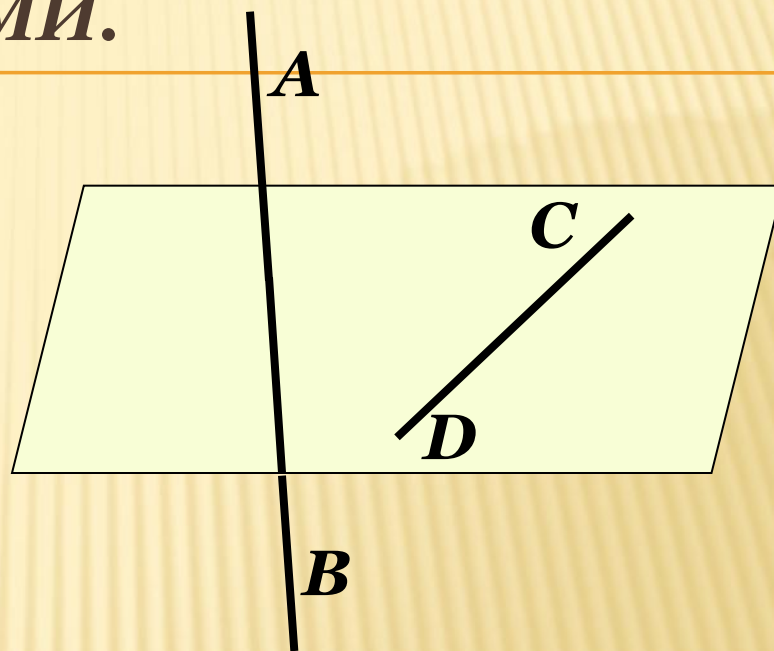
Вывод: $\angle O = \angle O_1$



УГОЛ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ.

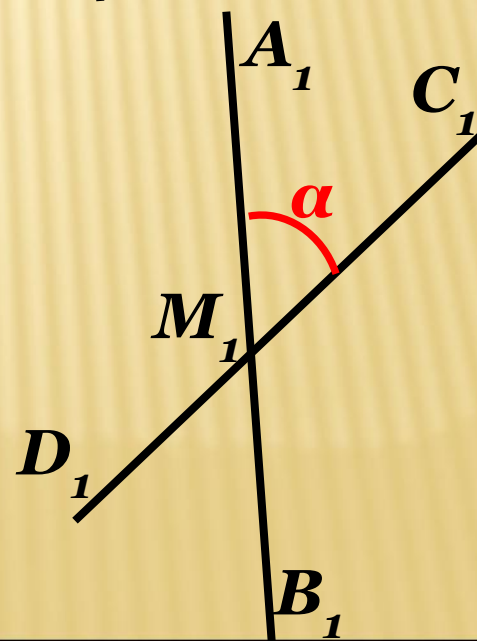


$$180^\circ - \alpha \quad 0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$$



2

Угол между скрещивающимися прямыми AB и CD определяется как угол между пересекающимися прямыми A_1B_1 и C_1D_1 , при этом $A_1B_1 \parallel AB$ и $C_1D_1 \parallel CD$.



3

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ.

- ▣ Выбрать любую точку M_2 .
- ▣ Построить $A_2B_2 \parallel AB$ и $C_2D_2 \parallel CD$.
- ▣ Ответить на вопросы:

1. Почему $A_2B_2 \parallel A_1B_1$ и $C_2D_2 \parallel C_1D_1$?

2. Являются ли углы $A_1M_1D_1$ и $A_2M_2D_2$ углами с соответственно параллельными сторонами?

Вывод:

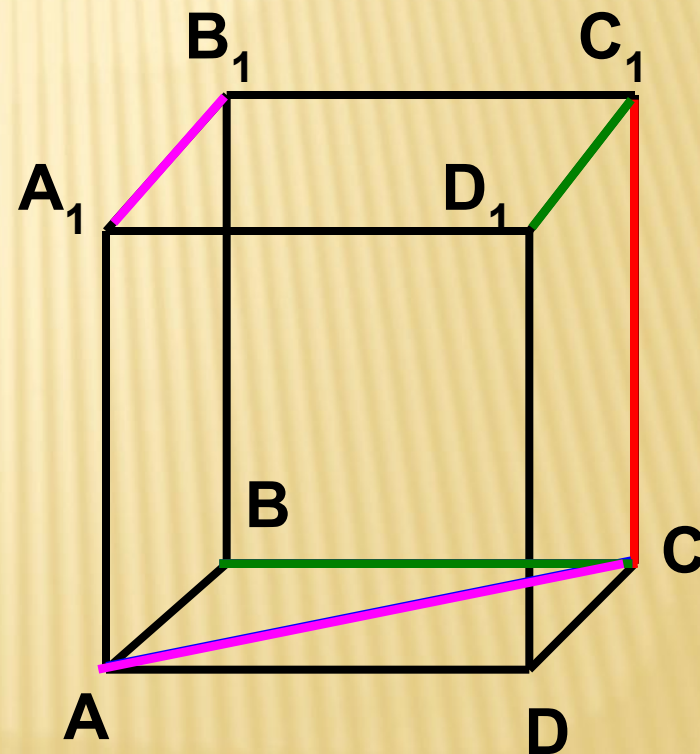
1. $\angle A_1M_1D_1 = \angle A_2M_2D_2$

2. Величина угла между скрещивающимися прямыми не зависит от выбора точки.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

Найдите угол между прямыми:

1. BC и CC_1 90°
2. AC и BC 45°
3. $D_1 C_1$ и BC 90°
4. $A_1 B_1$ и AC 45°



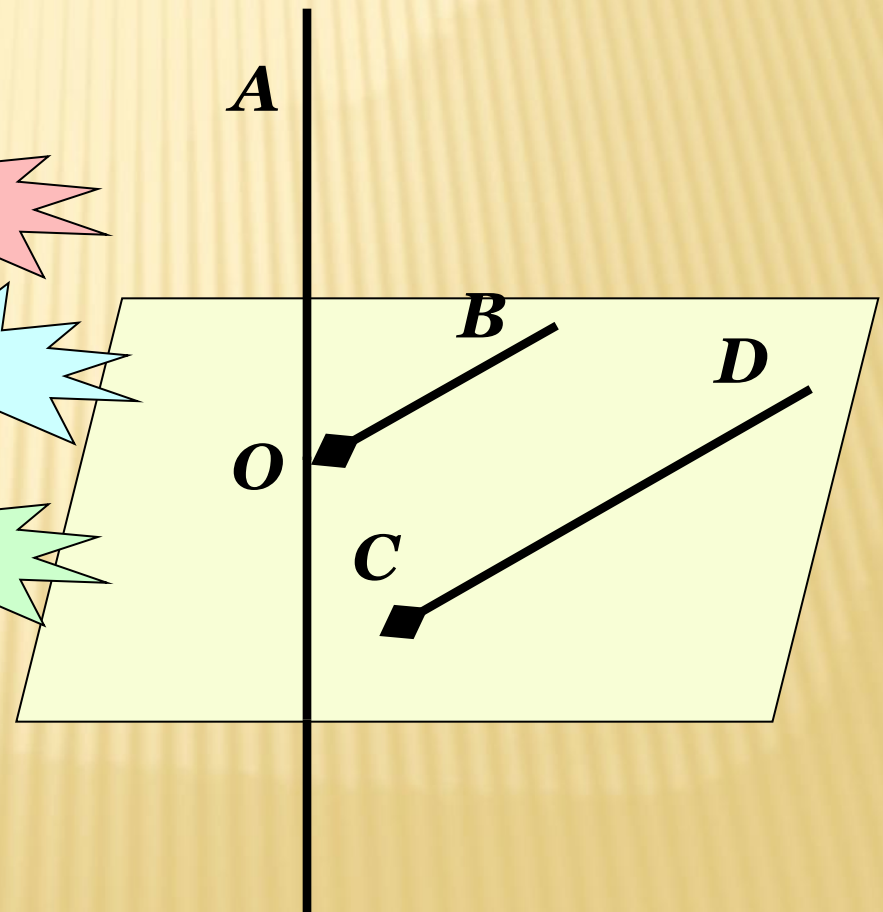
ЗАДАЧА №44.

Дано: $OB \parallel CD$,
 OA и CD – скрещивающиеся.
Найти угол между OA и CD , если:

а) $\angle AOB = 40^\circ$ **40°**

б) $\angle AOB = 135^\circ$ **45°**

в) $\angle AOB = 90^\circ$ **90°**



ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА.

Треугольники ABC и ACD лежат в разных плоскостях. PK – средняя линия $\triangle ADC$ с основанием AC .

Определить взаимное расположение прямых PK и AB , найти угол между ними, если $\angle C = 80^\circ$, $\angle B = 40^\circ$

Ответ:

1) AB и PK
скрещивающиеся

2) 60°

