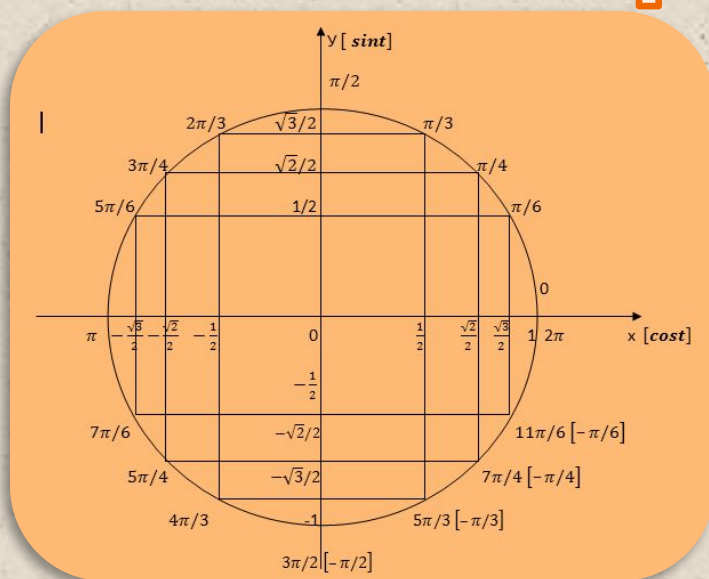


# Тригонометрия

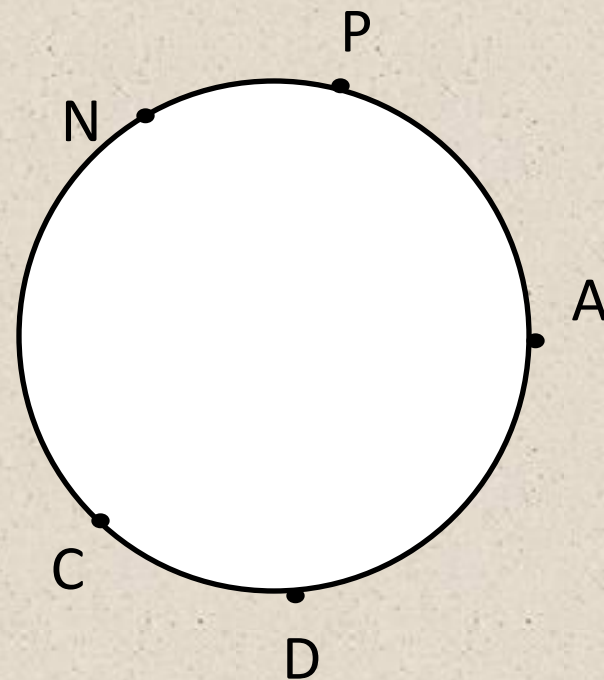
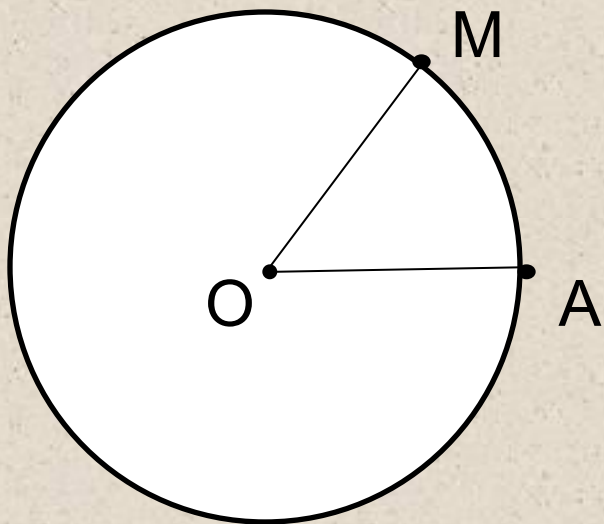
## Числовая окружность.

## Формулы.



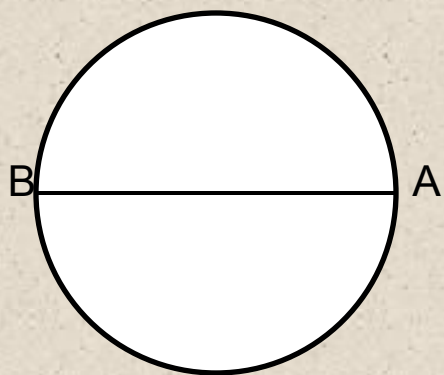
$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

# Окружность

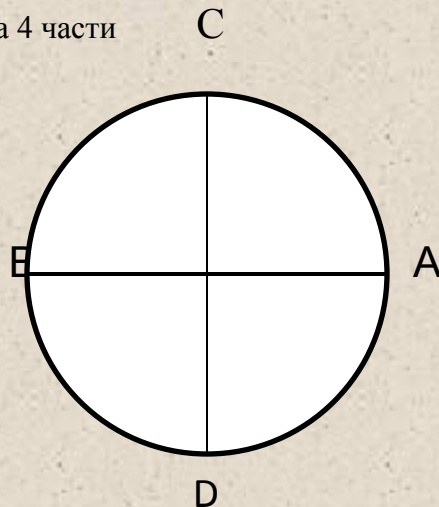


# Деление на части

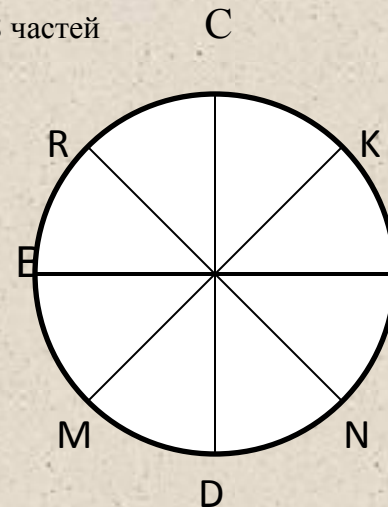
1) на 2 части



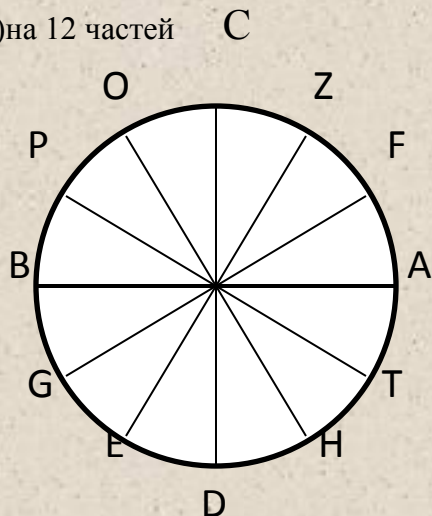
2) на 4 части



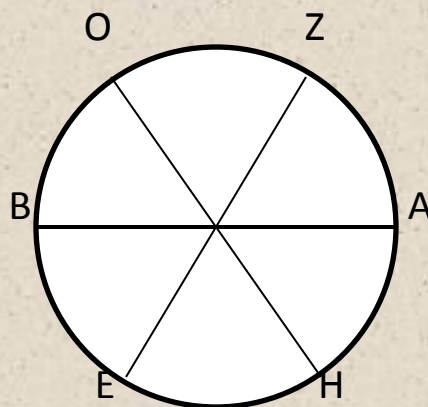
3) на 8 частей



4) на 12 частей



5) на 6 частей



Указать длины дуг: 2) AD

3) AR, KM, ND, AM, NA

4) AO, AG, CB, CE, AT, AE, PE

5) AZ, ZB, AB, ZH, OZ

Отметить на числовой окружности точки  $M(t)$  такие, что:

1)  $t = 1; 4; -3$

2)  $t = \pi; \pi/3; -\pi/6; 7\pi$

3)  $t = -0,5\pi; 2,5\pi; -0,75\pi$

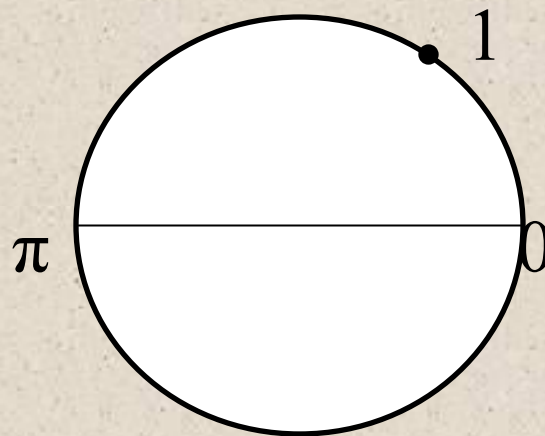
4)  $t = 2\pi/3; -5\pi/6; 7\pi/4;$

5)  $t = -11\pi/3; 25\pi/6; 19\pi/4$

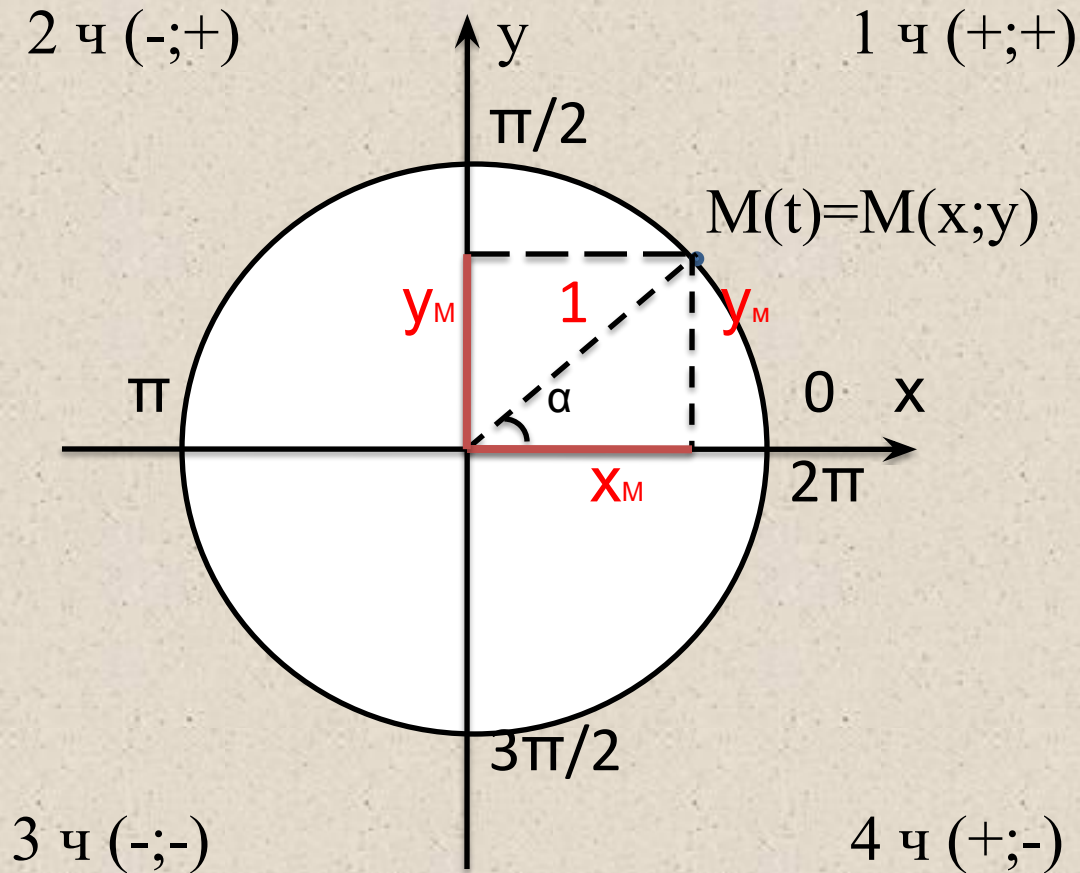
$1 \text{ рад} \approx 57^\circ$

$\pi \approx 3,14$

$\pi(\text{рад}) = 180^\circ$



# Числовая окружность в системе координат.



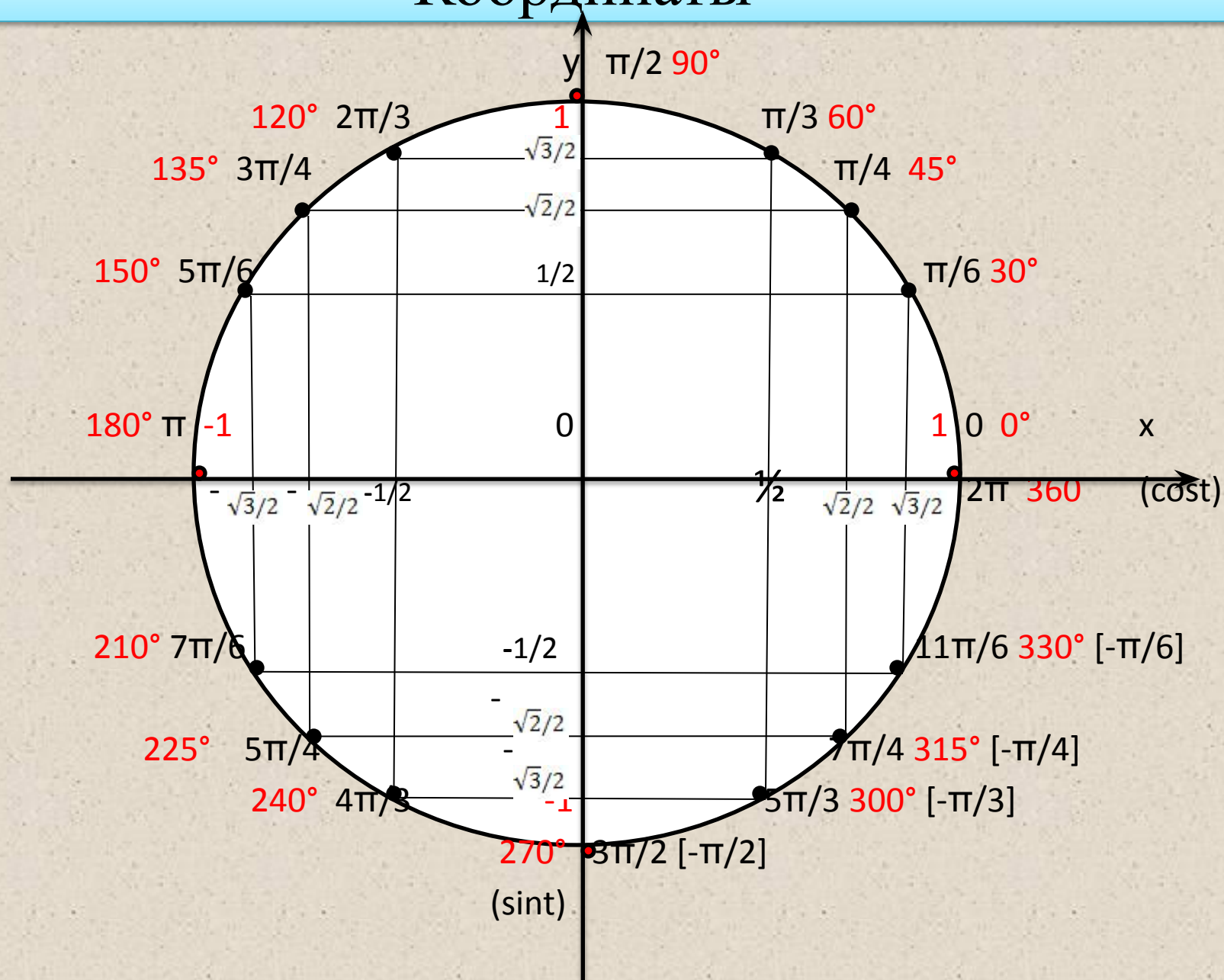
$$x_M = \cos \alpha = \cos t$$

$$y_M = \sin \alpha = \sin t$$

$$y/x = \operatorname{tg} t$$

$$x/y = \operatorname{ctg} t$$

# Координаты

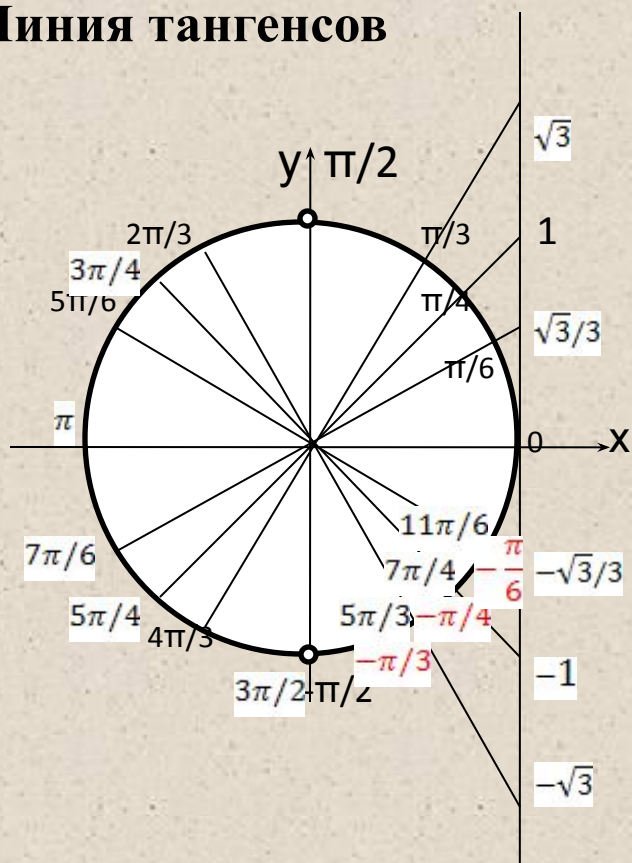




# Тангенс и котангенс

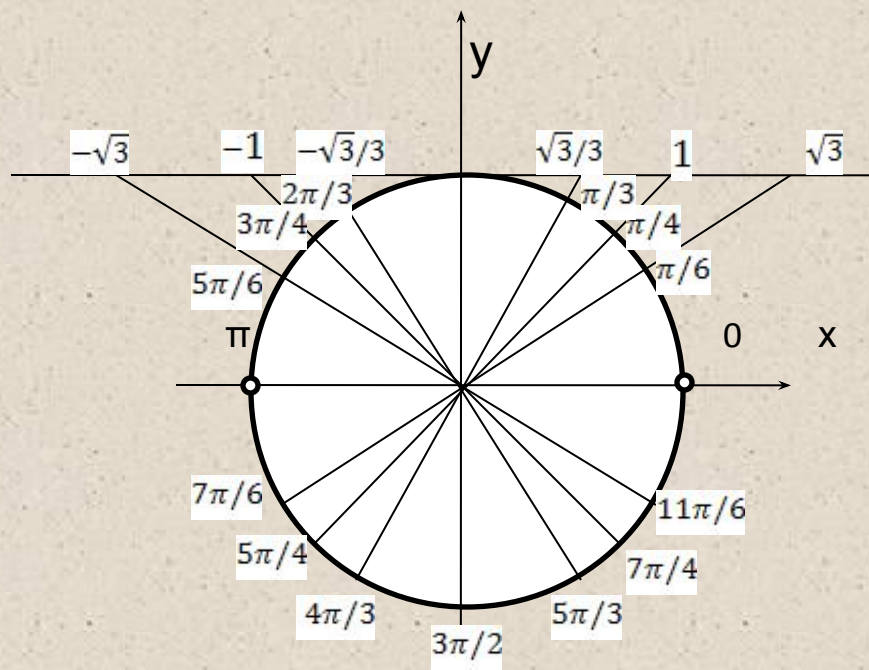
## Линия тангенсов

$\operatorname{tg} t \in \mathbb{R}$ , но  $t \neq \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$



$\operatorname{ctg} t \in \mathbb{R}$ , но  $t \neq 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

## Линия котангенсов



## Знаки и значения

1.  $\sin t > 0$  в 1ч и 2ч;

$\sin t < 0$  в 3ч и 4ч;

$\sin t \in [-1; 1]$

2.  $\cos t > 0$  в 1ч и 4ч;

$\cos t < 0$  в 2ч и 3ч;

$\cos t \in [-1; 1]$

$$1) \sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

$$2) y^2 + x^2 = 1$$

3.  $\operatorname{tg} t > 0$  в 1ч и 3ч;

$\operatorname{tg} t < 0$  в 2ч и 4ч;

$\operatorname{tg} t \in \mathbb{R}$

4.  $\operatorname{ctg} t > 0$  в 1ч и 3ч;

$\operatorname{ctg} t < 0$  в 2ч и 4ч;

$\operatorname{ctg} t \in \mathbb{R}$

$$3) \operatorname{tg} t = \sin t / \cos t ; \operatorname{ctg} t = \cos t / \sin t$$

$$4) \operatorname{tg} t = y / x ; \operatorname{ctg} t = x / y$$

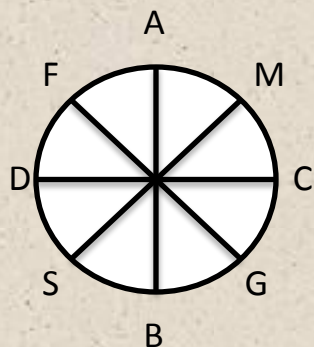
$$5) \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$$



# Самостоятельная работа № 1

## 1 вариант

$13\pi/6$ ;  $-1$ ;  $10\pi$



CA, CS, CG, BD

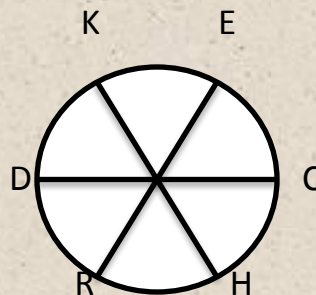
- 1)  $\cos 95^\circ$
- 2)  $\sin 7\pi/3$
- 3)  $\operatorname{tg}(-\pi/6)$

## 2 вариант

1. На числовой окружности отметить числа:

$9\pi/4$ ;  $2$ ;  $-8\pi$

2. Единичная окружность разбита на части:



Найдите длины следующих дуг:

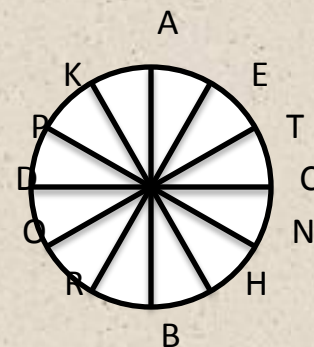
CE, CR, CH, HR

3. Определить знак числа:

- 1)  $\cos 280^\circ$
- 2)  $\sin 11\pi/6$
- 3)  $\operatorname{tg}(-\pi/4)$

## 3 вариант

$-5\pi/3$ ;  $3$ ;  $6\pi$



CT, CP, CN, RD

- 1)  $\cos 190^\circ$
- 2)  $\sin 13\pi/4$
- 3)  $\operatorname{tg}(-\pi/3)$

## Работа с формулами

№1. Дано:  $\cos t = 0,4$ ;  $90^\circ < t < 180^\circ$

Найти:  $\sin t$ .

Решение:

1 способ.

$$1) \sin^2 t + \cos^2 t = 1,$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t,$$

$$\sin^2 t = 1 - 0,16,$$

$$\sin^2 t = 0,84,$$

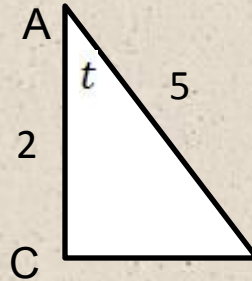
Т.К.  $t \in 2\text{ч}$ , то  $\sin t > 0$

$$\sin t = + \sqrt{0,84}$$

$$\sin t = \sqrt{\frac{84}{100}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Ответ:  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

2 способ.  $\cos t = 2/5$ ;  $CB = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$



Т.К.  $t \in 2\text{ч}$ , то  $\sin t > 0$ . Значит,  $\sin \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ответ:  $\frac{\sqrt{21}}{5}$ .

## Основные тригонометрические тождества

$$1. \sin^2 t + \cos^2 t = 1, \quad 1 - \sin^2 t = \cos^2 t$$

$$1 - \cos^2 t = \sin^2 t$$

$$2. \operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}$$

$$3. \operatorname{ctg} t = \frac{\cos t}{\sin t}$$

$$4. \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = 1$$

$$5. \operatorname{tg}^2 t + 1 = \frac{1}{\cos^2 t}$$

$$6. \operatorname{ctg}^2 t + 1 = \frac{1}{\sin^2 t}$$

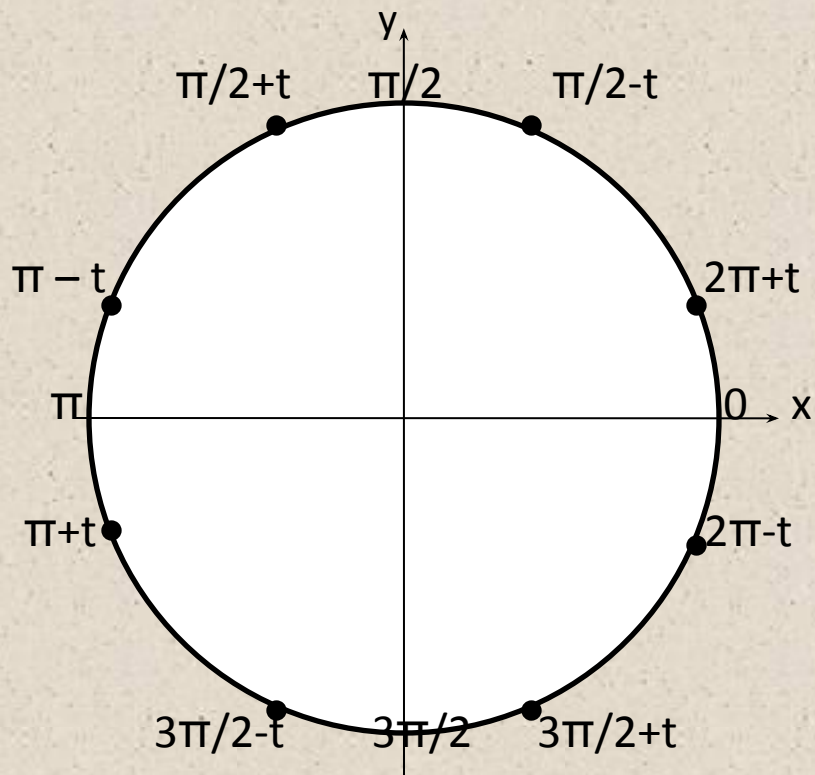
$$7. \sin(-t) = -\sin t$$

$$8. \operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t$$

$$9. \operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg} t$$

$$10. \cos(-t) = \cos t$$

# Формулы приведения



1). Определить четверть

2). Определить знак функции в четверти

3). От ОХ – не меняем на ко функцию;

От ОУ – меняем на ко функцию.

## Формулы сложения

$$1. \sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$$

$$2. \cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$$

$$3. \sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$$

$$4. \cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$$

$$5. \operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$

$$6. \operatorname{tg}(x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$$



## Формулы двойного и половинного аргумента

$$1. \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x;$$

$$2. \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$3. \cos 2x = 1 - 2\sin^2 x;$$

$$4. \cos 2x = 2\cos^2 x - 1;$$

$$5. \operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x};$$

$$6. \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$7. \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$



## Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

$$1. \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$2. \sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cdot \cos \frac{x+y}{2}$$

$$3. \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}$$

$$4. \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2}$$

$$5. A \cos x + B \sin x = \sqrt{A^2 + B^2} \cos (x - \varphi), \text{ где}$$

$$\varphi = \arccos \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} - \text{вспомогательный угол}$$