



# Примеры простейших тригонометрических неравенств

Урок по алгебре и началам анализа в 10  
классе

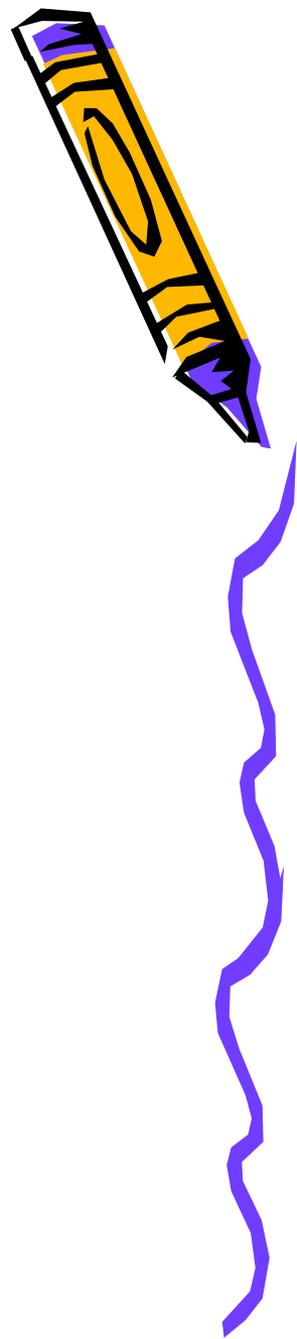
Преподавание ведется по учебнику Ш.А.  
Алимова

учитель ГБОУ СОШ № 404  
Михайловская Светлана Владимировна



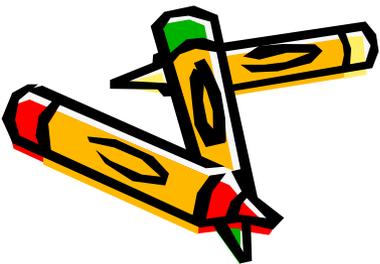
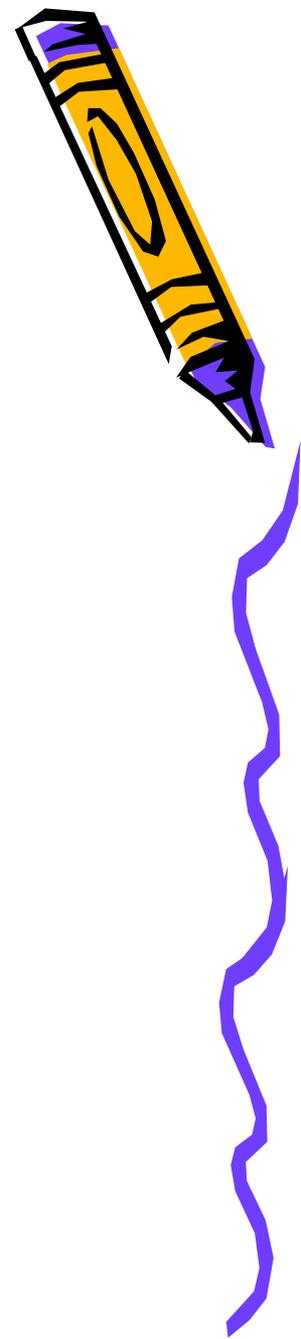
## Цели урока

- Сформировать умения решать тригонометрические неравенства
- Закрепить решение простейших тригонометрических уравнений
- Развивать инициативность, настойчивость, аккуратное отношение к работе



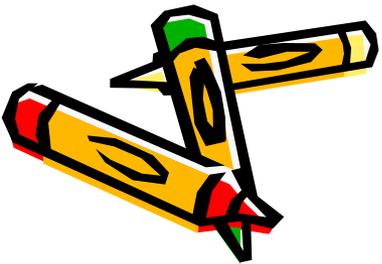
# Решите уравнения устно

- $\sin x = 1$
- $\cos x = -1$
- $\operatorname{tg} x = 0$
- $\cos x = 2,5$
- $\sin x = 0,5$
- $\operatorname{tg} x = -1$
- $\cos x = 0$
- $\sin x = -1$
- $\operatorname{tg} x = 1$
- $\sin x = 1,5$
- $\cos x = -0,5$
- $2\operatorname{tg} x = -2$



Решите уравнение

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = 1 + \sin x$$

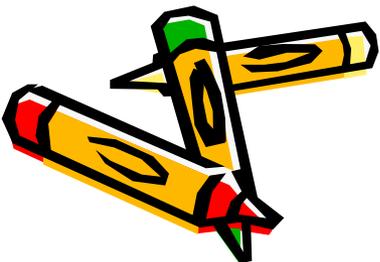
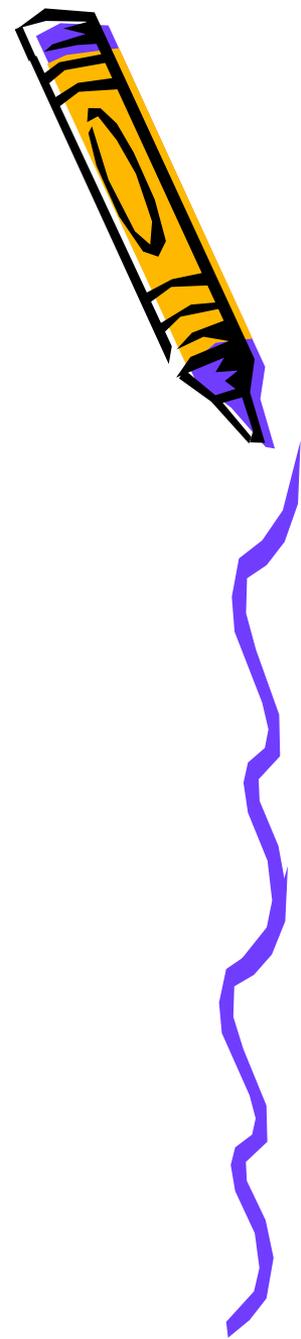


Данное уравнение равносильно  
системе

$$\begin{cases} \cos x = (1 + \sin x)(1 - \sin x) \\ 1 - \sin x \neq 0 \end{cases}$$

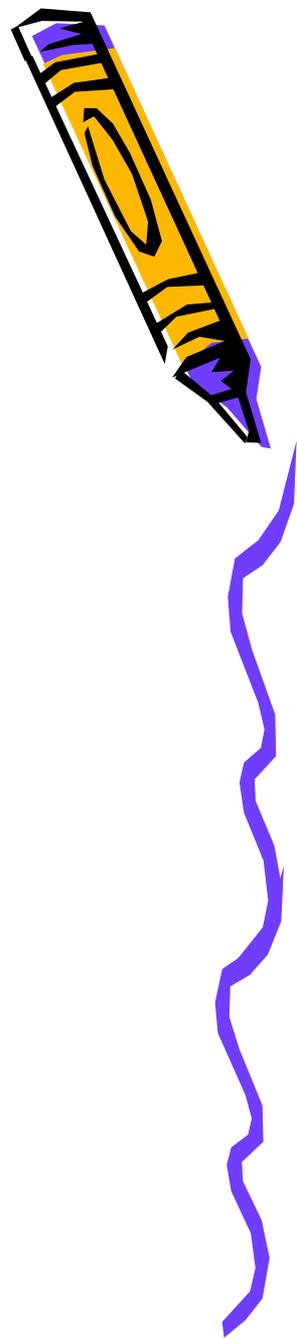
$$\begin{cases} \cos x - \cos^2 x = 0 \\ \sin x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[ \begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{array} \right. \\ \sin x \neq 1 \end{cases}$$



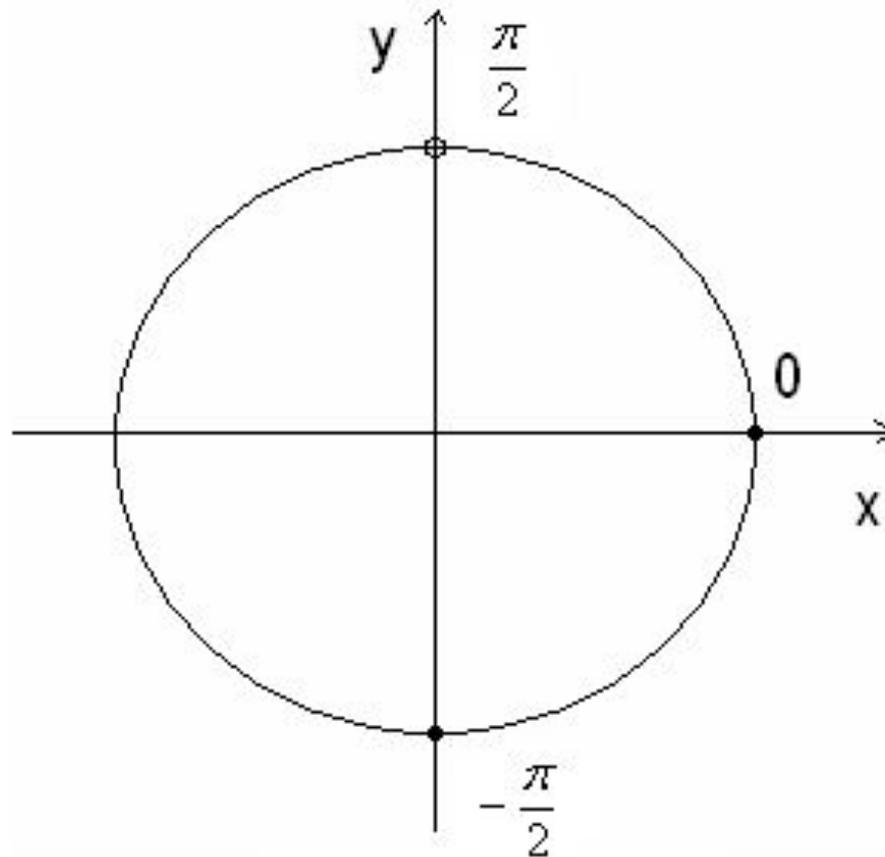
Для окончательного решения системы необходимо отобразить корни на тригонометрическом круге

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi n \\ x = 2\pi k \\ x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi m \end{array} \right. \quad n, k, m \in \mathbb{Z}$$



$$\frac{\pi}{2} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

Выкалываем

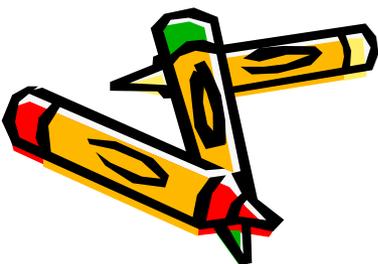
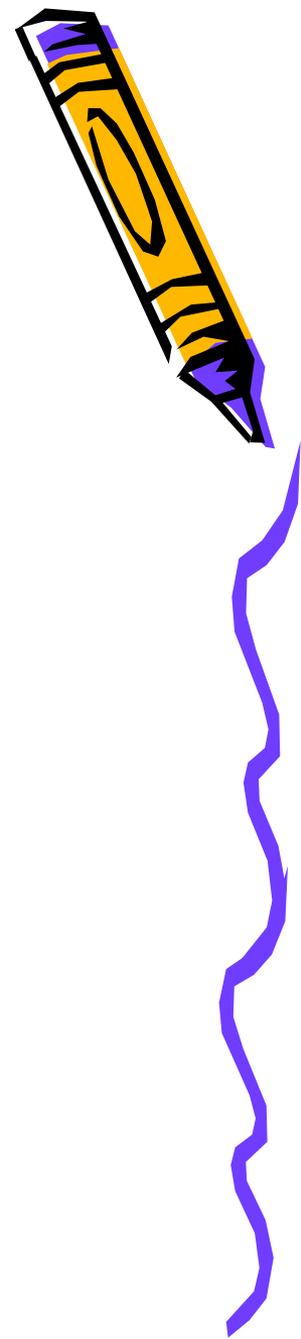


Ответ:  $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; 2\pi k; n, k \in \mathbb{Z}$



Изменим условие уравнения,  
добавив корень в знаменатель. Как  
его решить?

$$\frac{\cos x}{\sqrt{1 - \sin x}} = 1 + \sin x$$

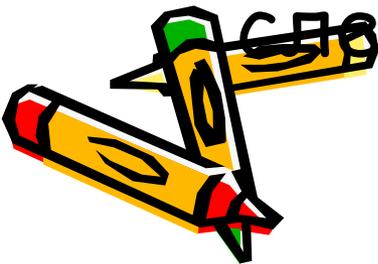
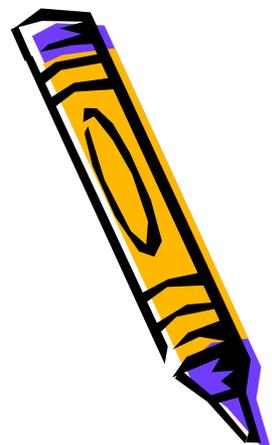


Это уравнение можно решить  
при условии  $1 - \sin x > 0$

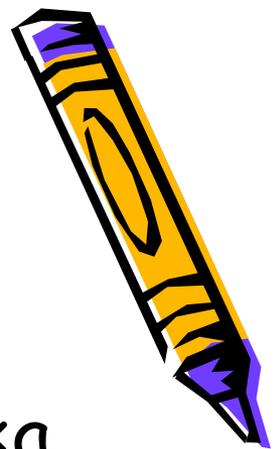
Для этого нам надо научиться  
решать тригонометрические  
неравенства.

Определение: неравенства вида  
 $\cos x > a$ ;  $\cos x < a$ ;  $\sin x > a$ ;  $\sin x < a$ , где  $a$   
- заданное число, называются  
**тригонометрическими**.

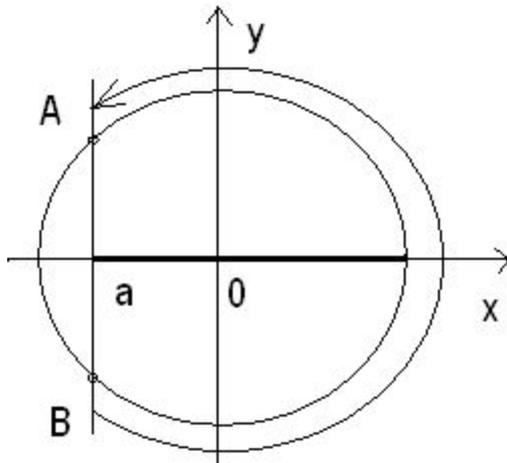
Неравенства, в левой части которых  
содержится  $\operatorname{tg} x$ , мы рассмотрим на  
следующем уроке.



# Неравенства вида

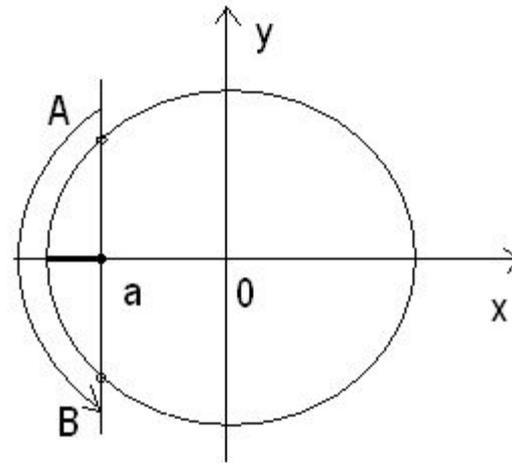


•  $\cos x > a$

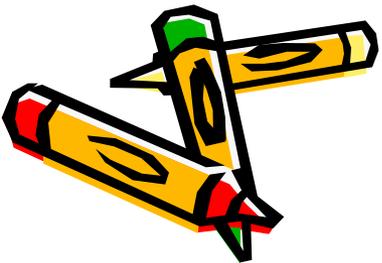


$\cos x = a$

•  $\cos x < a$



$\cos x = a$

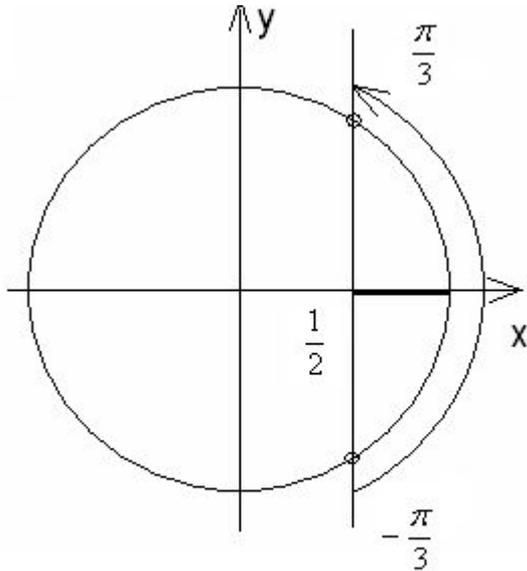


# Примеры

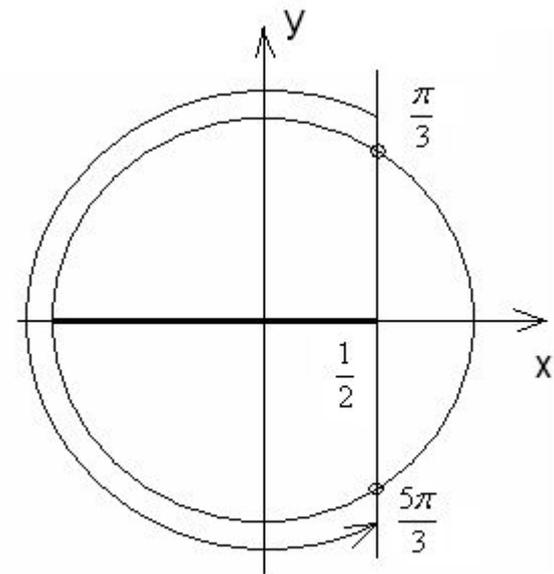


•  $\cos x > 1/2$

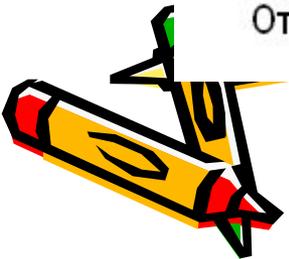
•  $\cos x < 1/2$



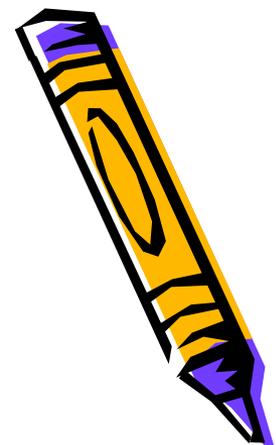
Ответ:  $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



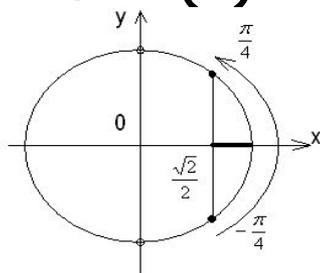
Ответ:  $\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



# Для отработки и закрепления теоретических знаний выполним задания

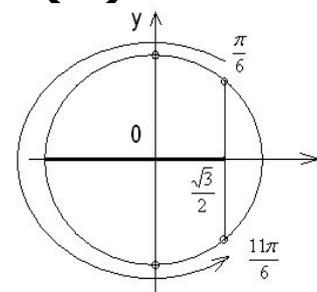


- №648(1)



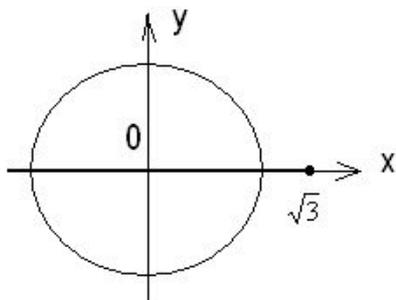
Ответ:  $-\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

- №648(2)



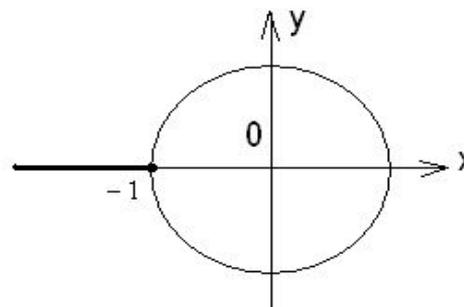
Ответ:  $\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{11\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

- №649(1)

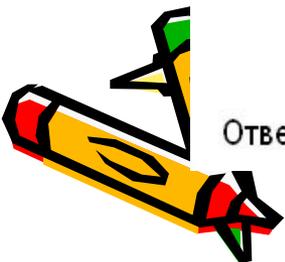


Ответ:  $x$  - любое число

- №649(4)

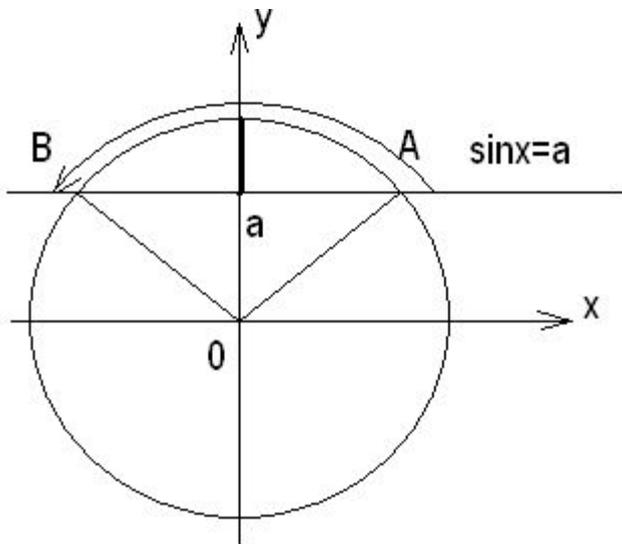


Ответ:  $\pi + 2\pi k, k \in Z$

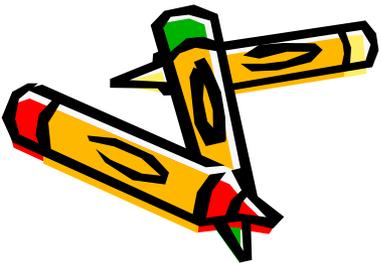
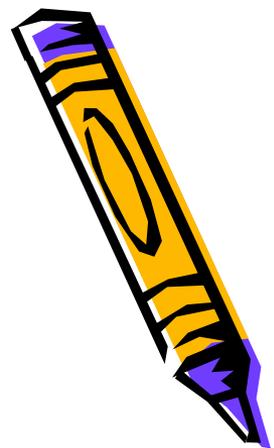
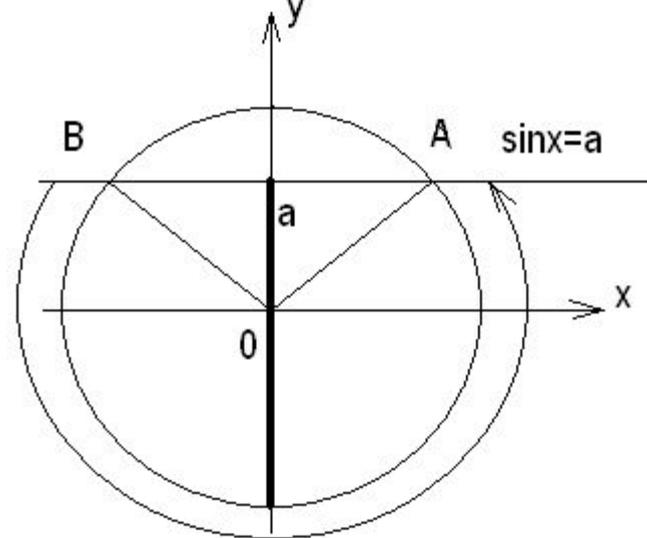


# Неравенства вида

- $\sin x > a$



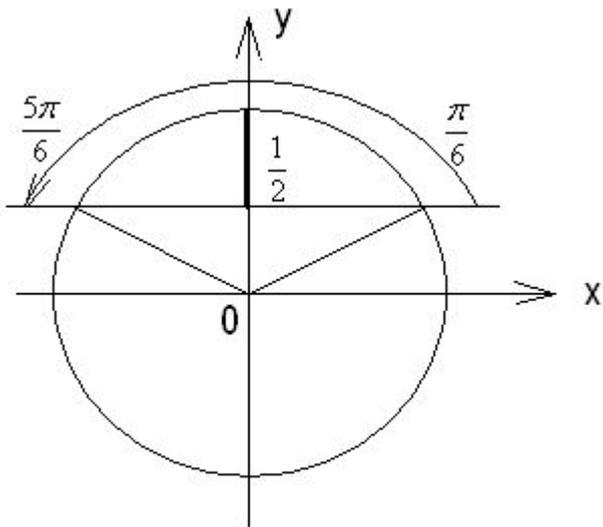
- $\sin x < a$



# Примеры

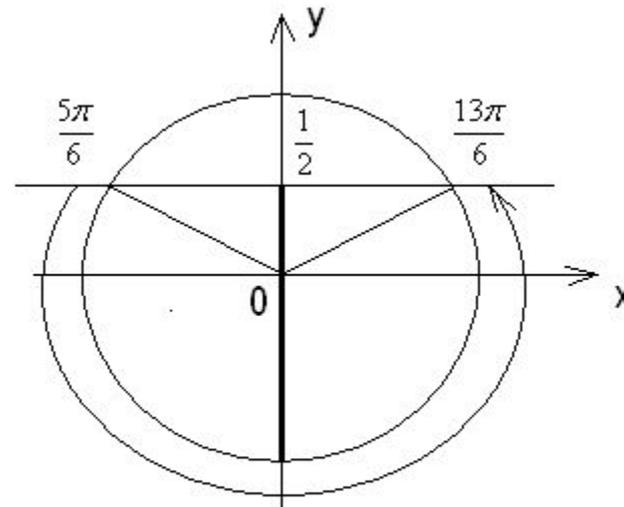


•  $\sin x > 1/2$

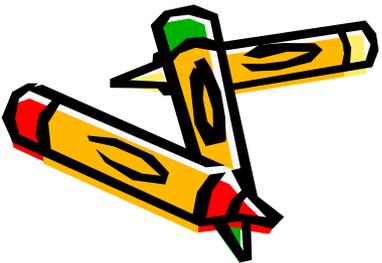


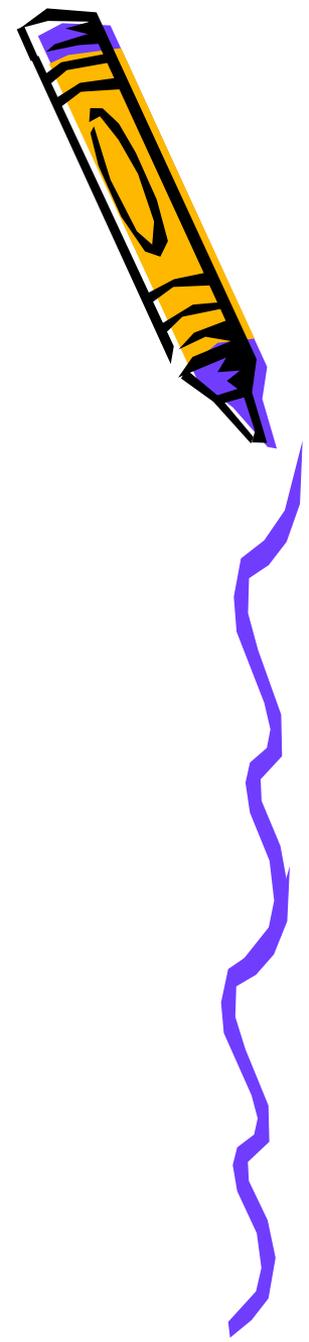
Ответ:  $\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

•  $\sin x < 1/2$



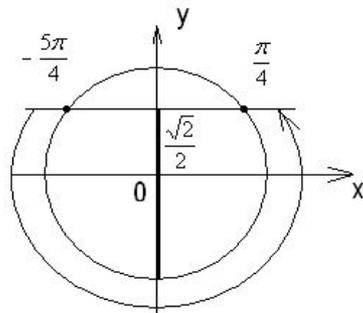
Ответ:  $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{13\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$





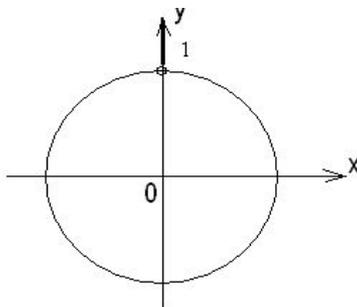
# Решаем простейшие неравенства по очереди на доске и в тетрадях

• №650(2)

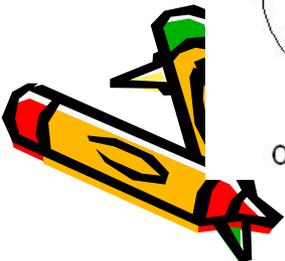


Ответ:  $-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

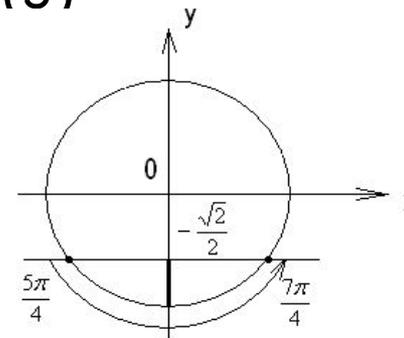
• №651(2)



Ответ: решений нет

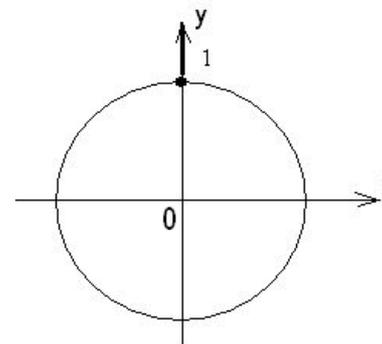


• №650(3)



Ответ:  $\frac{5\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

• №651(4)



Ответ:  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Вернемся к уравнению(слайд 8)

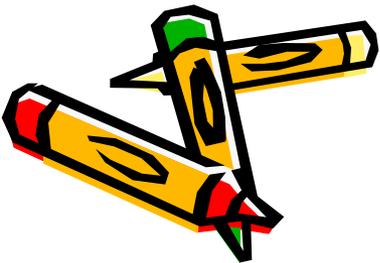
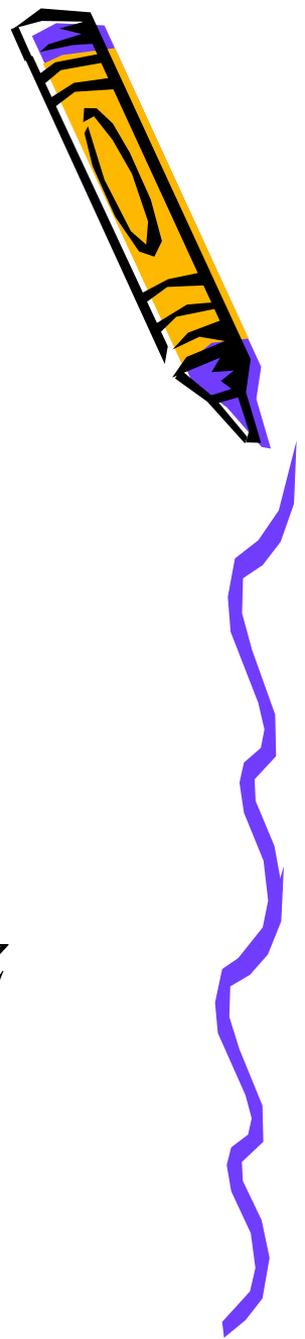
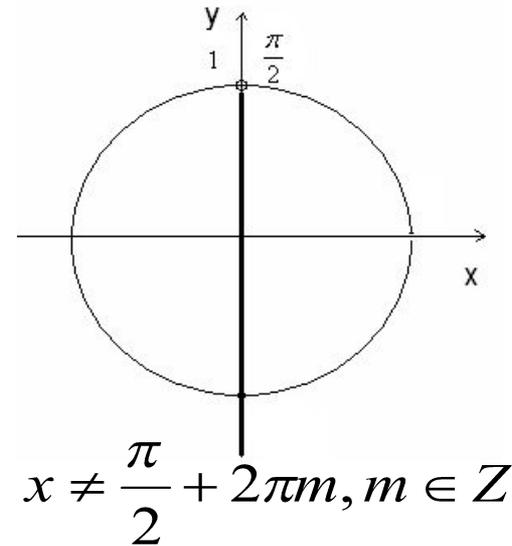
Решим неравенство,  
при котором  
определено данное  
уравнение

$$1 - \sin x > 0$$

$$\sin x < 1$$

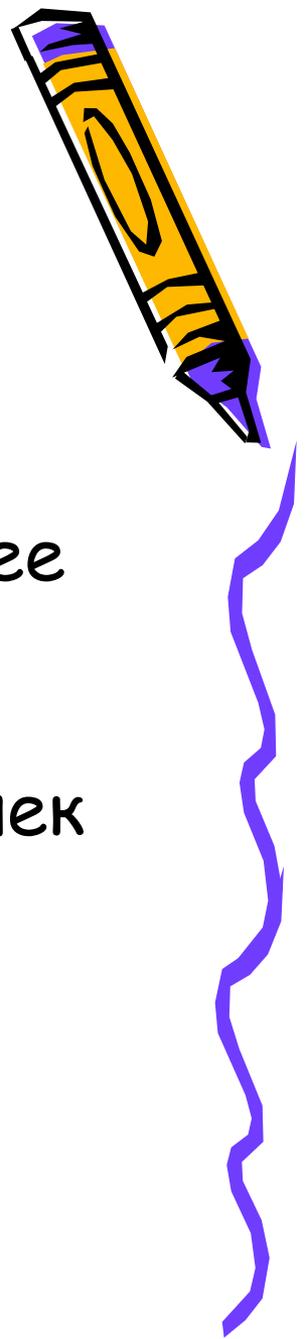
Ответ:

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, 2\pi k, n, k \in \mathbb{Z}$$



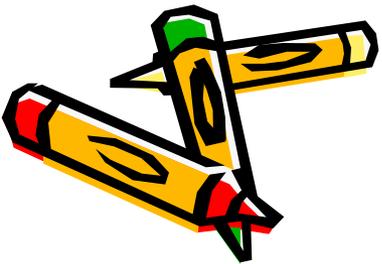
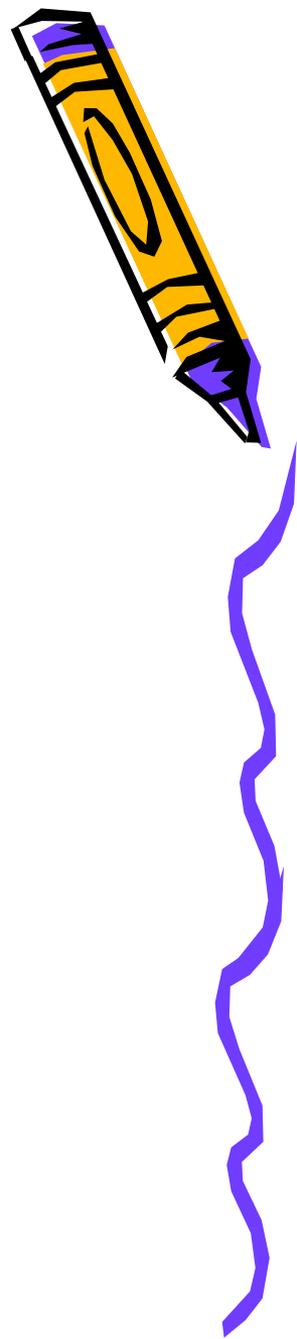
# В чем состоит алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств?

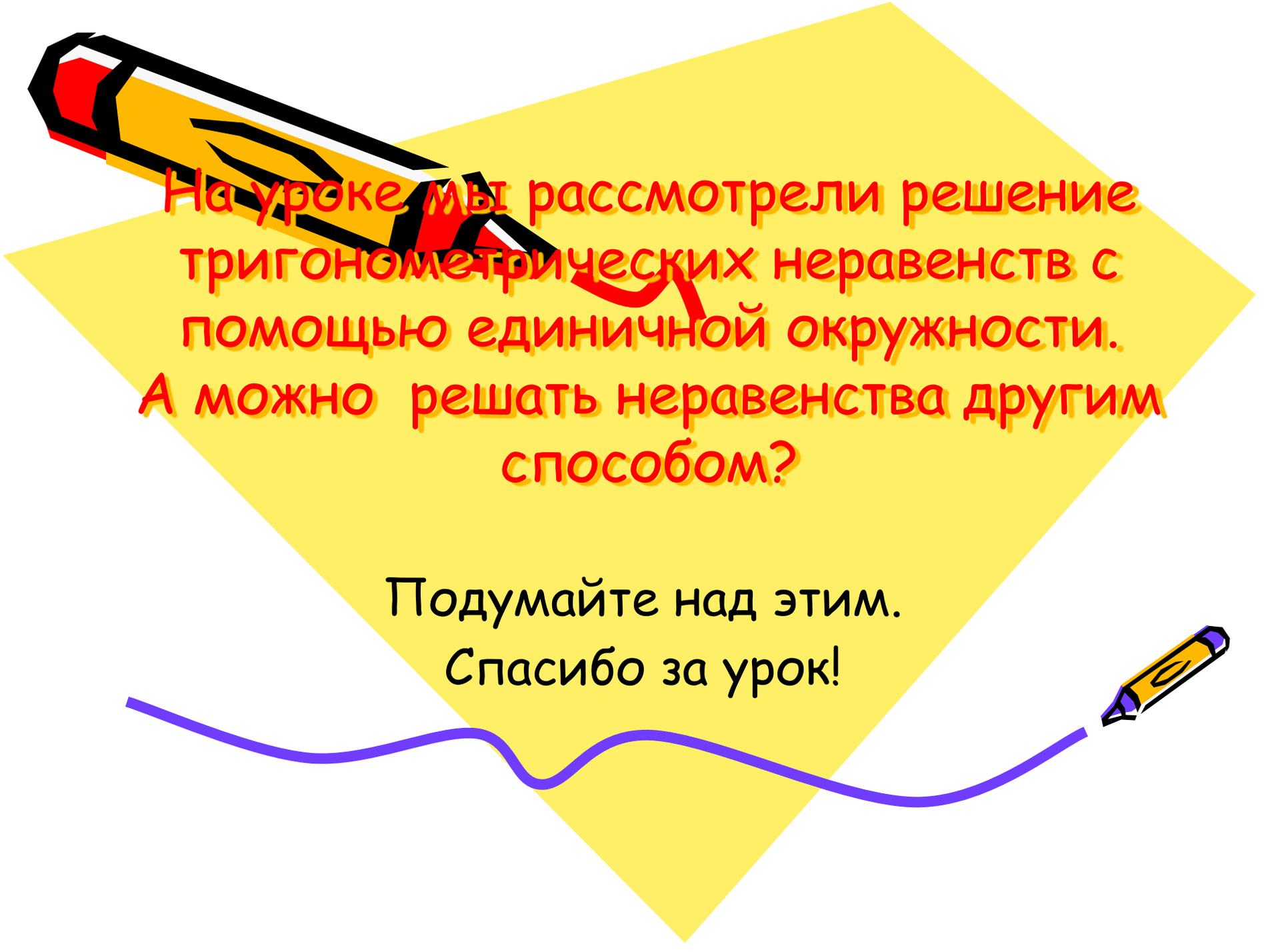
1. Что надо построить, чтобы решить тригонометрическое неравенство?
2. Как построить хорду, отчего зависит ее расположение?
3. В каком направлении подписываем значения углов, соответствующих точек пересечения хорды и окружности?
4. В виде какого неравенства всегда записываем ответ?
5. Может ли в ответе быть одна серия решений? В каком случае?



## Домашнее задание

- § 37; №№ 648 (3;4); 649 (2;3); 650(4)





На уроке мы рассмотрели решение тригонометрических неравенств с помощью единичной окружности. А можно решать неравенства другим способом?

Подумайте над этим.  
Спасибо за урок!

