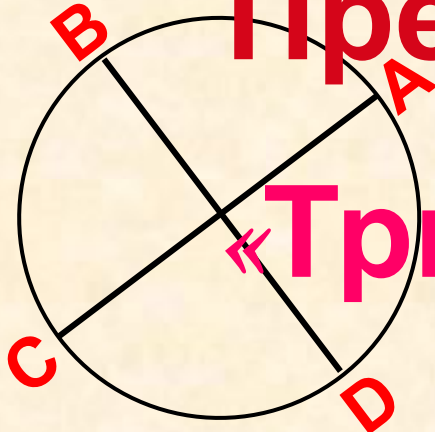


Презентация на тему: «Тригонометрические функции»

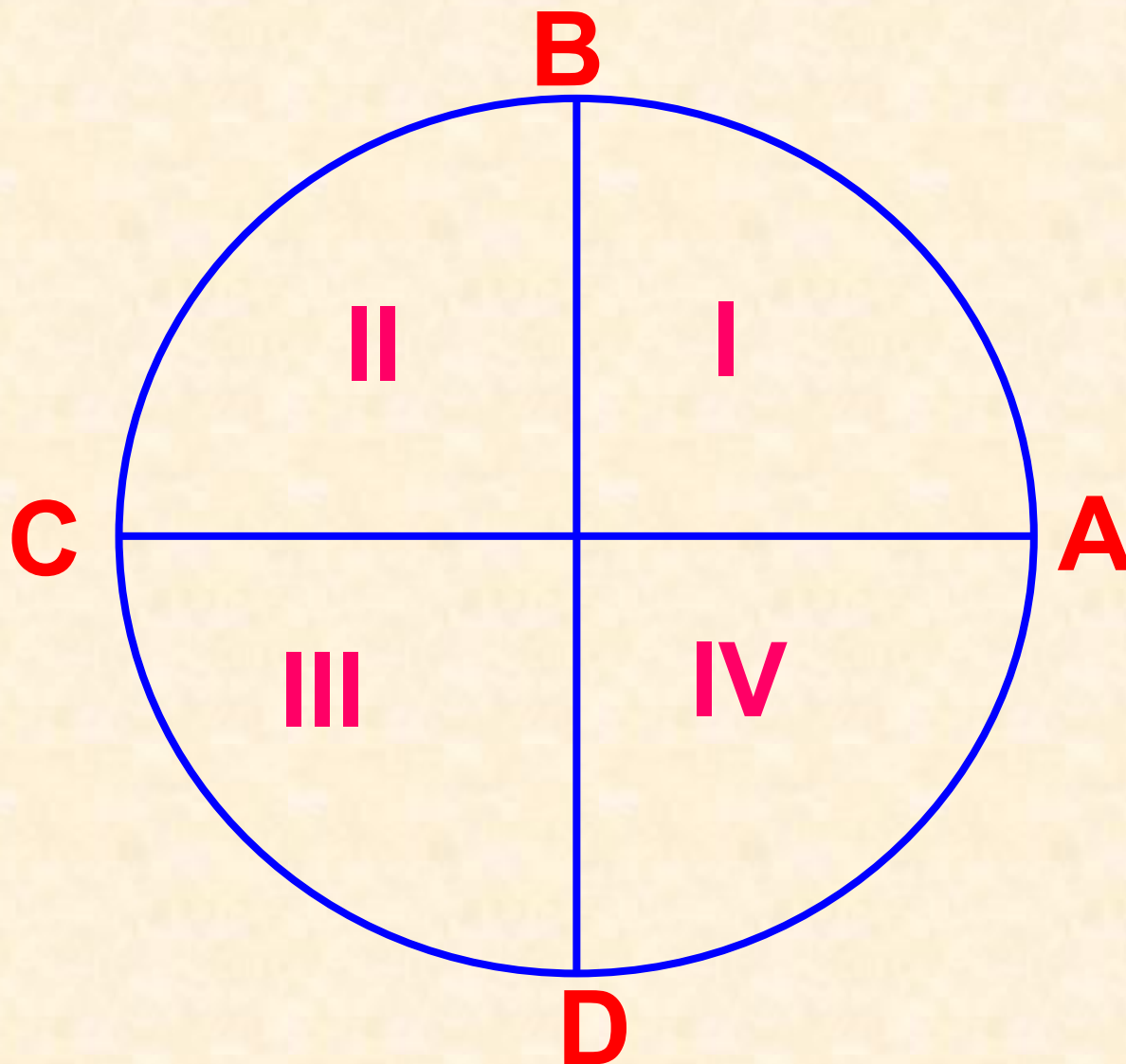


Цель: напомнить сведения о тригонометрических функциях, полученные в 9 классе, подготовить к изучению новых сведений и свойств тригонометрических функций.

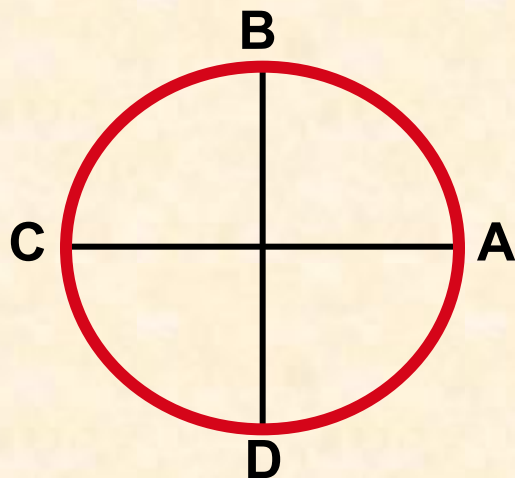


$$x = \cos t$$

Числовая окружность

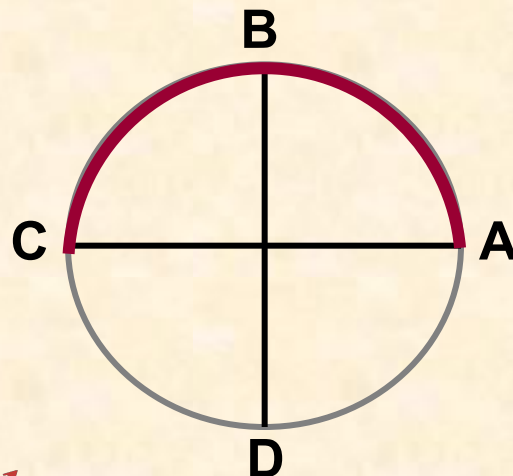


1.



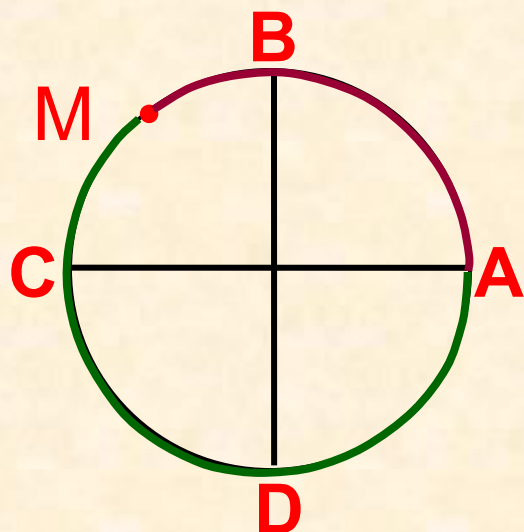
ò.ê. $C = 2\pi R$, $R=1$,
 òî $\tilde{N} = 2\pi \approx 6,28$.

2.



$$\cup AC = \frac{1}{2}C = \pi = 3,14$$

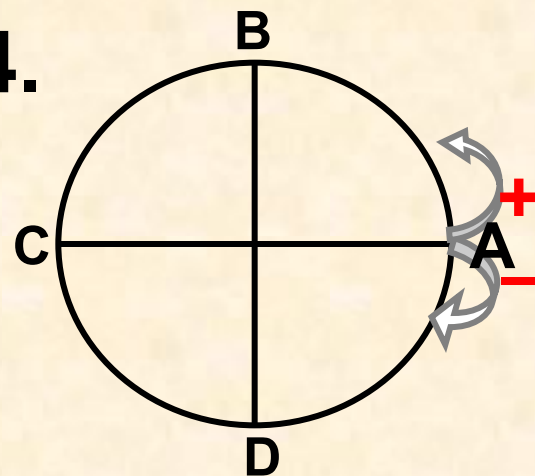
3.



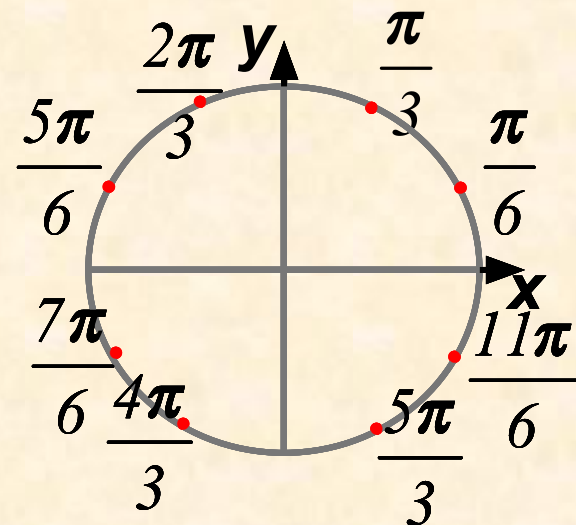
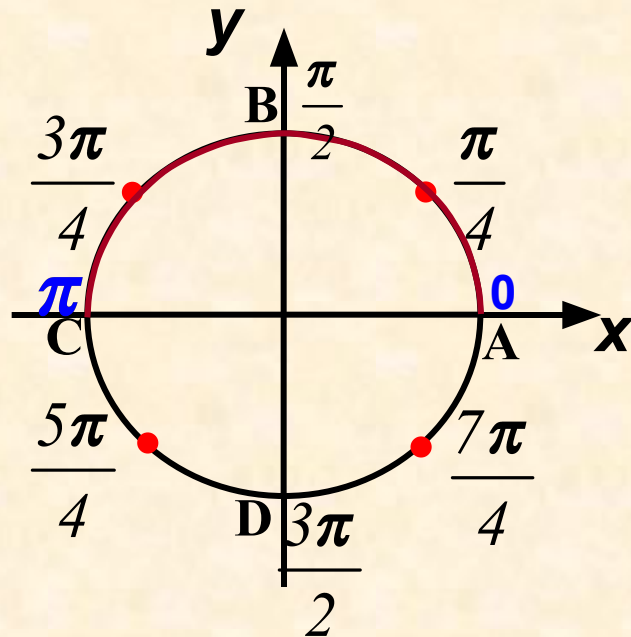
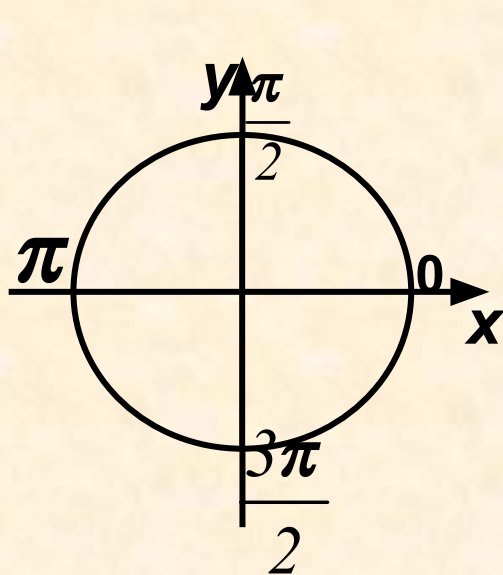
$$\cup AM,$$

$$\cup MA.$$

4.



?



На макетах обозначены лишь **главные имена** точек – числа, принадлежащие $[0; 2\pi]$ но у точек на окружности бесконечное множество имён. Например: $t = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

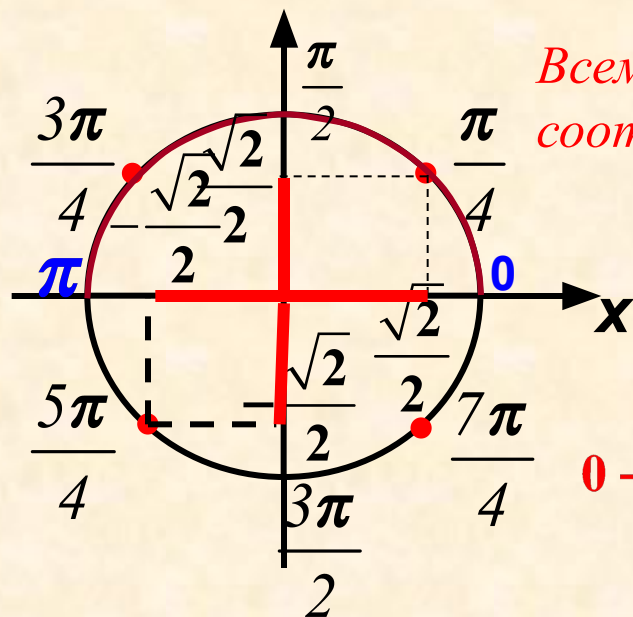
$$\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3},$$

$$\frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}, \quad \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3},$$

$\text{äëÿ} \cup BD: \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$ ÿäđî àí àëèòè÷ãñêî é çàî èñè äóãè BD ;

$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq t \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$ – àí àëèòè÷ãñêàÿ çàî èñü äóãè BD .





Всем числам со знаменателем 4

соответствуют декартовы координаты

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

с точностью до знака в зависимости от четверти, в которой расположена точка.

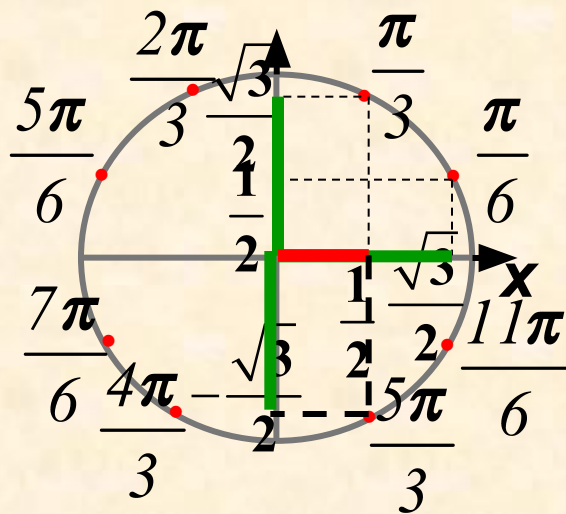
$$0 \rightarrow (1; 0); \frac{\pi}{2} \rightarrow (0; 1); \pi \rightarrow (-1; 0); \frac{3\pi}{2} \rightarrow (0; -1).$$

Аналогично для чисел с знаменателем 6

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right) \text{ и } \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

и т.д.

и т.д.



Синус, косинус, тангенс и котангенс

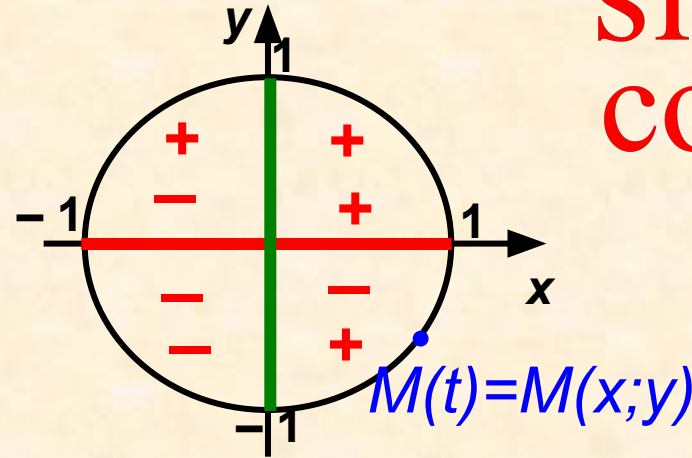
Знаки по четвертям:

Если $M(t) = M(x; y)$, то

$$x = \cos t,$$

$$y = \sin t$$

$$-1 \leq \sin t \leq 1 \quad -1 \leq \cos t \leq 1$$

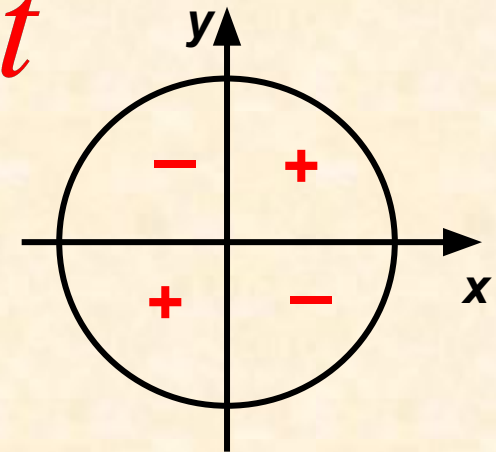


$\sin t$
 $\cos t$

$$\operatorname{tgt} = \frac{\sin t}{\cos t}, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,$$

$$\operatorname{ctgt} = \frac{\cos t}{\sin t}, \quad t \neq \pi k,$$

$\operatorname{tgt}, \operatorname{ctgt}$



?

Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса

$$\cos(-t) = \cos t,$$

$$\sin(-t) = -\sin t,$$

$$\operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t,$$

$$\operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg} t.$$

$$\sin(t + \pi) = -\sin t,$$

$$\cos(t + \pi) = -\cos t,$$

$$\sin(t + 2\pi k) = \sin t,$$

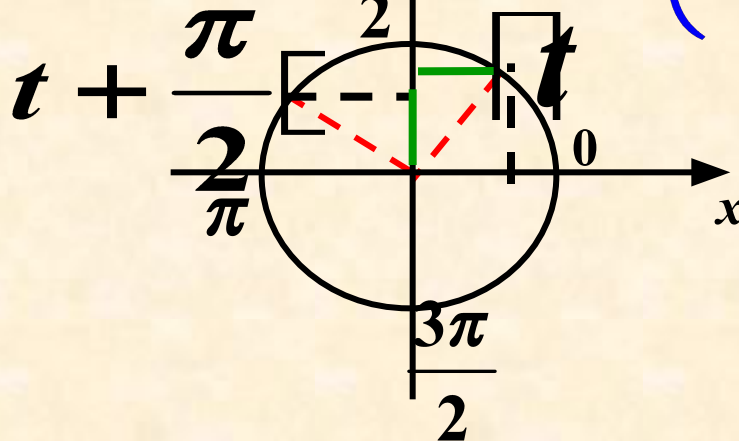
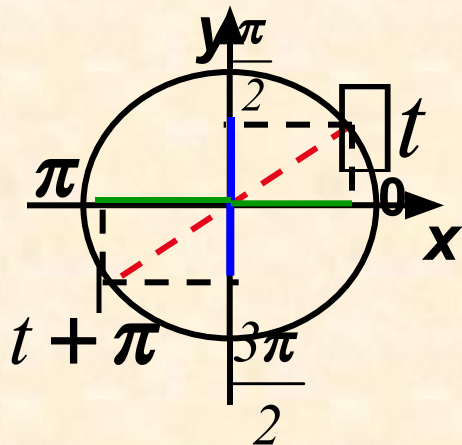
$$\cos(t + 2\pi k) = \cos t,$$

$$\operatorname{tg}(t + \pi) = \operatorname{tg} t,$$

$$\operatorname{ctg}(t + \pi) = \operatorname{ctg} t.$$

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t,$$

$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t.$$



Основные

тригонометрические формулы

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1, \Rightarrow \sin^2 t = 1 - \cos^2 t, \\ \cos^2 t = 1 - \sin^2 t.$$

$$\operatorname{tg} t = \frac{\sin t}{\cos t}, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

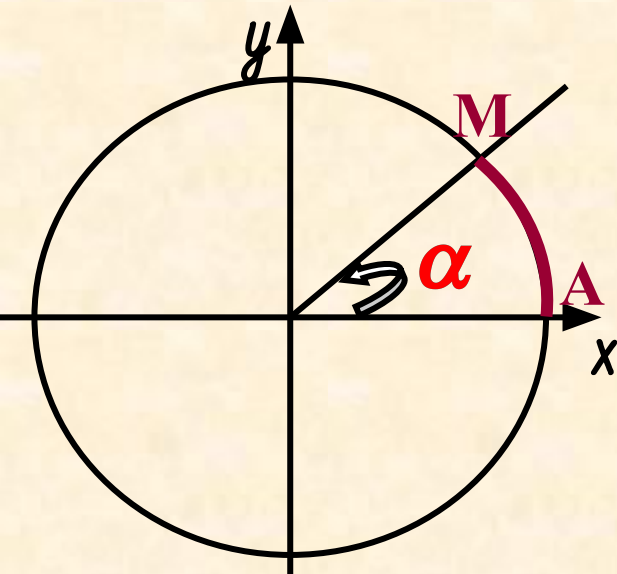
$$\operatorname{ctg} t = \frac{\cos t}{\sin t}, \quad t \neq \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 t = \frac{1}{\sin^2 t}, \quad t \neq \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Связь между тригонометрическими функциями углового и числового аргумента



Длина дуги АМ – числовой аргумент,
угол α – угловой аргумент.

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{t}{2\pi}, \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi \alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ t}{\pi}$$



Угол в 1 рад – это центральный угол , длина дуги которого равна радиусу окружности.

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi}, 1 \text{ рад} \approx 57,3^\circ$$

Таким образом, в тригонометрии независимую переменную мы можем считать числовым аргументом или угловым аргументом.



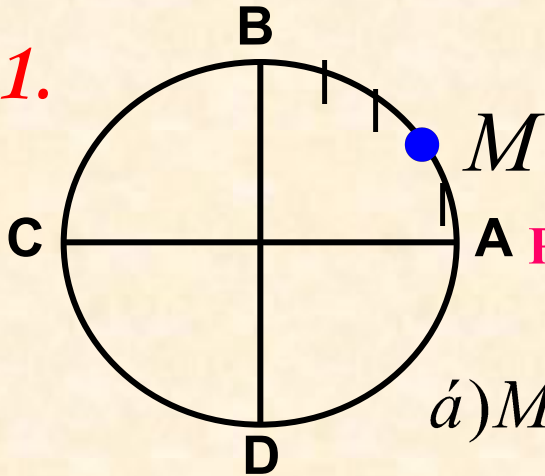
Значения тригонометрических

функций

	$\frac{\pi}{6}$ 30°	$\frac{\pi}{4}$ 45°	$\frac{\pi}{3}$ 60°	$\frac{\pi}{2}$ 90°	π 180°	$\frac{3\pi}{2}$ 270°
<i>sin</i>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
tg	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0

Тренировочные упражнения

1.



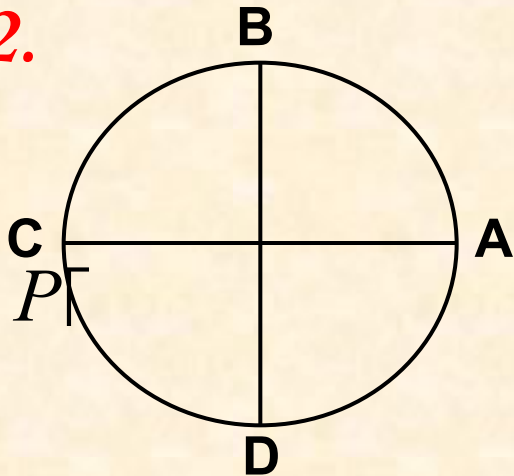
Точка M делит дугу AB в отношении $2 : 3$.
найти длину дуг: а) AM ; б) MB ; в) DM ; г) MC

Решение: а) $AM = \frac{\pi}{2} : 5 \cdot 2 = \frac{\pi}{5}$;

б) $MB = \frac{\pi}{2} : 5 \cdot 3 = \frac{3\pi}{10}$; в) $DM = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} = \frac{7\pi}{10}$;

г) $MC = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{5}$.

2.



Точка P делит третью четверть в отношении $1 : 5$.
Найдите длину дуги CP , PD , AP .

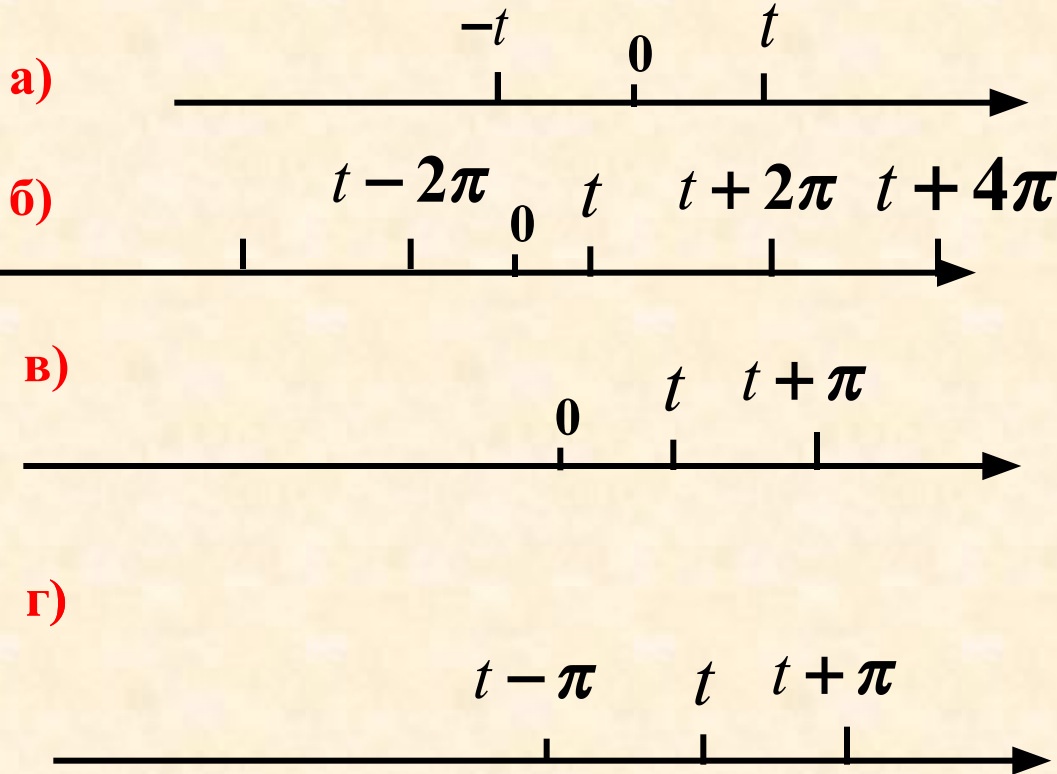
Ответ: $CP = \frac{\pi}{12}$; $PD = \frac{\pi}{12} \cdot 5 = \frac{5\pi}{12}$

$AP = \pi + \frac{\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$

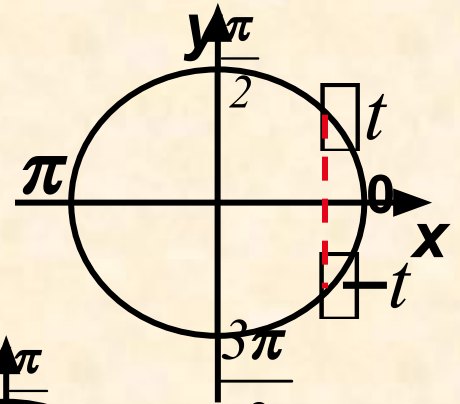
3. Отметить на числовой окружности числа:

$$\frac{7\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; -\frac{5\pi}{3}; \frac{25\pi}{4}; -\frac{25\pi}{6}.$$

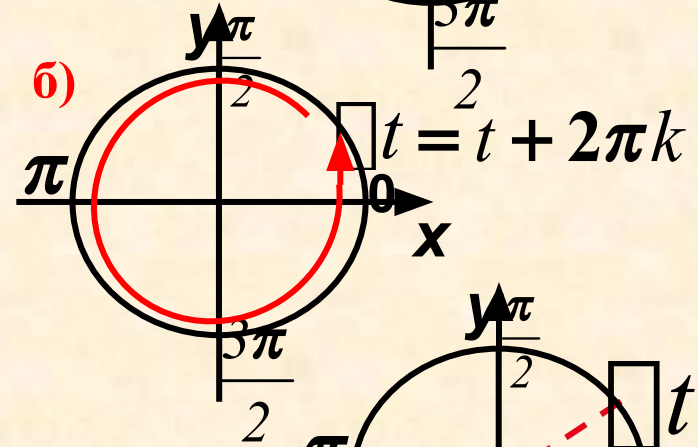
4. №17.



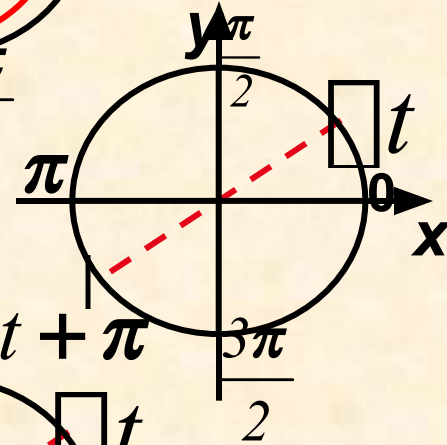
а)



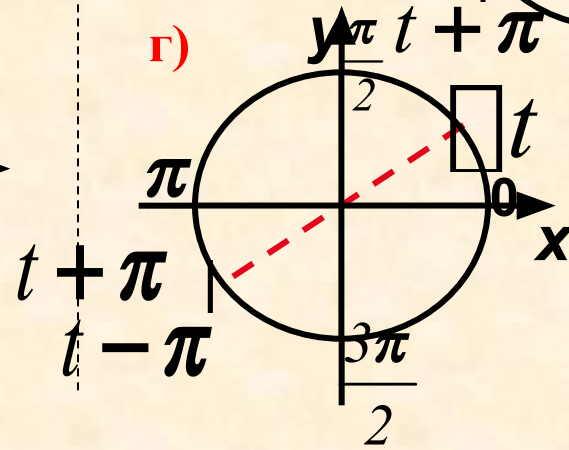
б)



в)



г)



Итог урока

- Числовая окружность, радиус, четверти. Длина окружности. Положительное и отрицательное направление обхода.
- Имена точек на числовой окружности. Какие декартовы координаты им соответствуют.
- Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки, значения.
- Формулы, выражающие свойства тригонометрических функций.
- Связь между тригонометрическими функциями числового и углового аргумента.
- Д/з. § 1 – 7 № 12, 15, 16(в, г), 23, 24(а, г), 55.