

# Тригонометр

## Тригонометрические уравнения

Функция  $y = \sin x$ , график и свойства.

1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2)  $E(y) = [-1; 1]$  ограничена

3)  $y_{\text{наим}} = -1$

$y_{\text{наиб}} = 1$

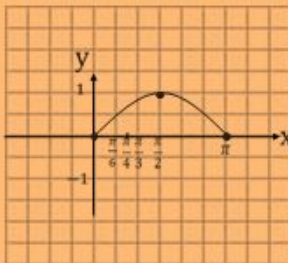
4)  $\sin(-x) = -\sin x$   
нечётная

5) Возрастает на  $[0; \frac{\pi}{2}]$

Убывает на  $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

6) Периодичная

$T = 2\pi$



# Функция $y = \sin x$ , график и свойства.

1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2)  $E(y) = [-1; 1]$  ограничена

3)  $y_{\text{наим}} = -1$

$y_{\text{наиб}} = 1$

4)  $\sin(-x) = -\sin x$

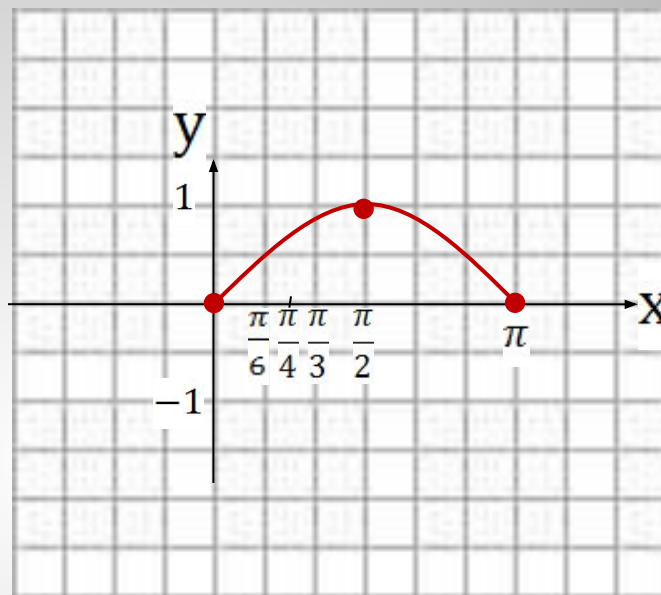
нечётная

5) Возрастает на  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

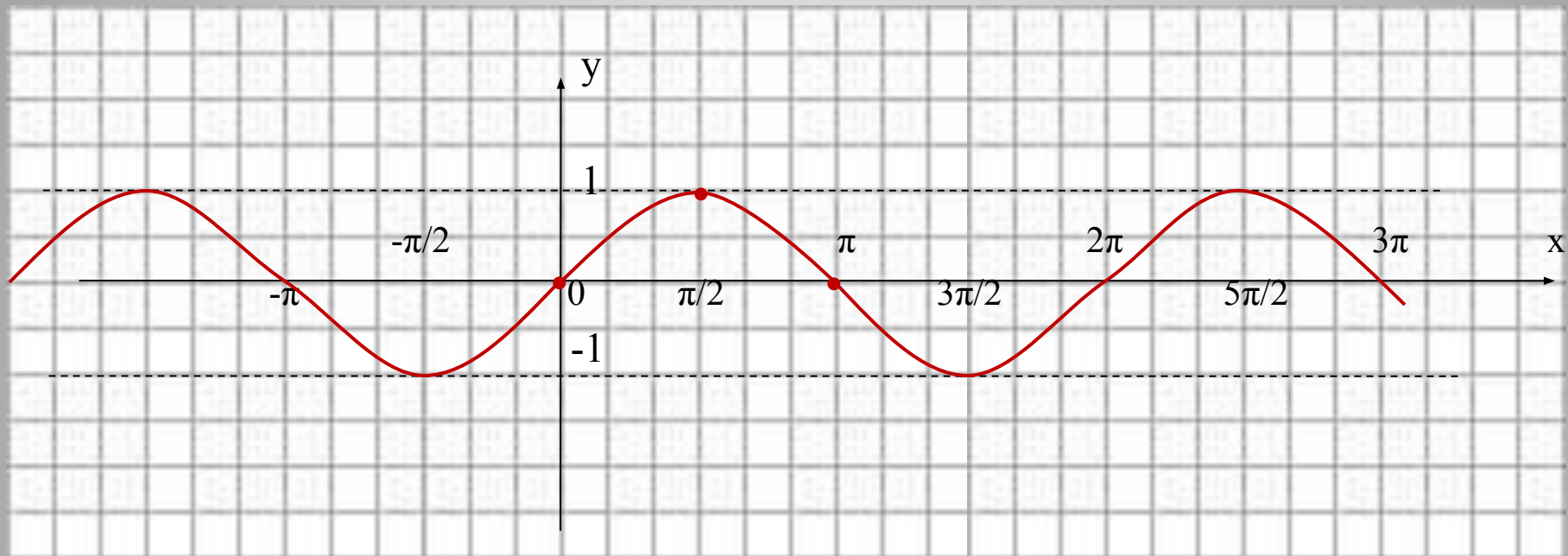
Убывает на  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

6) Периодична

$T = 2\pi$

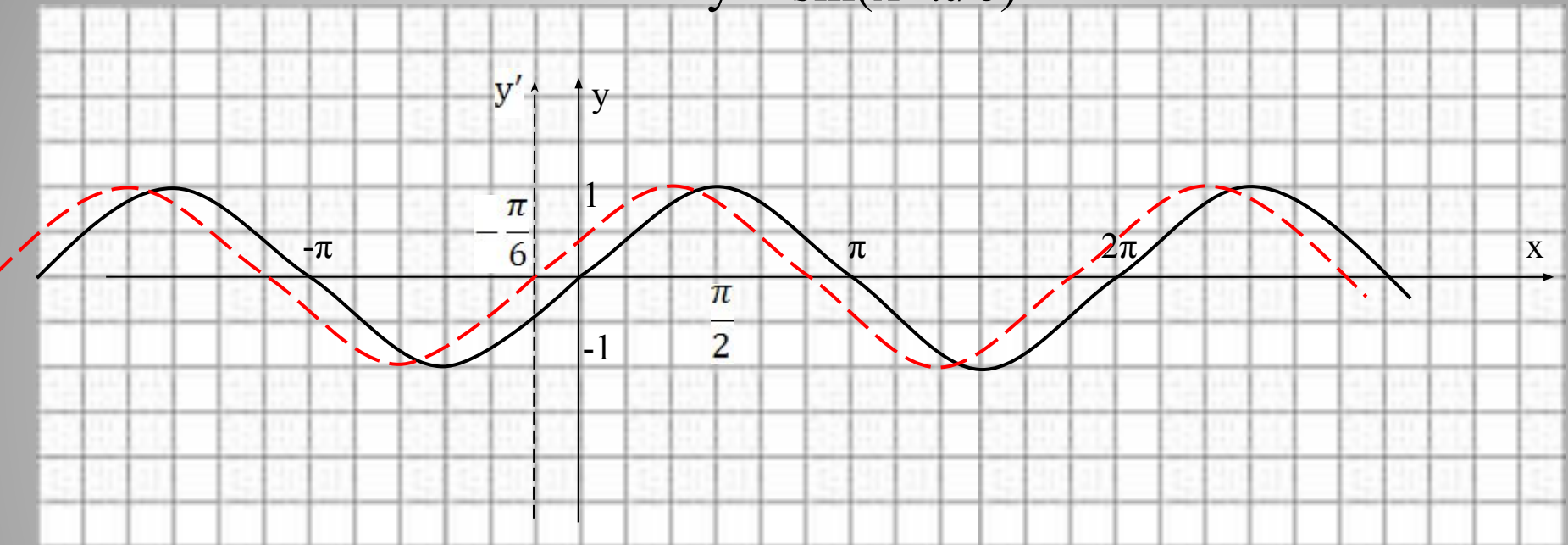


# Синусоида



$$y = \sin(x+a)$$

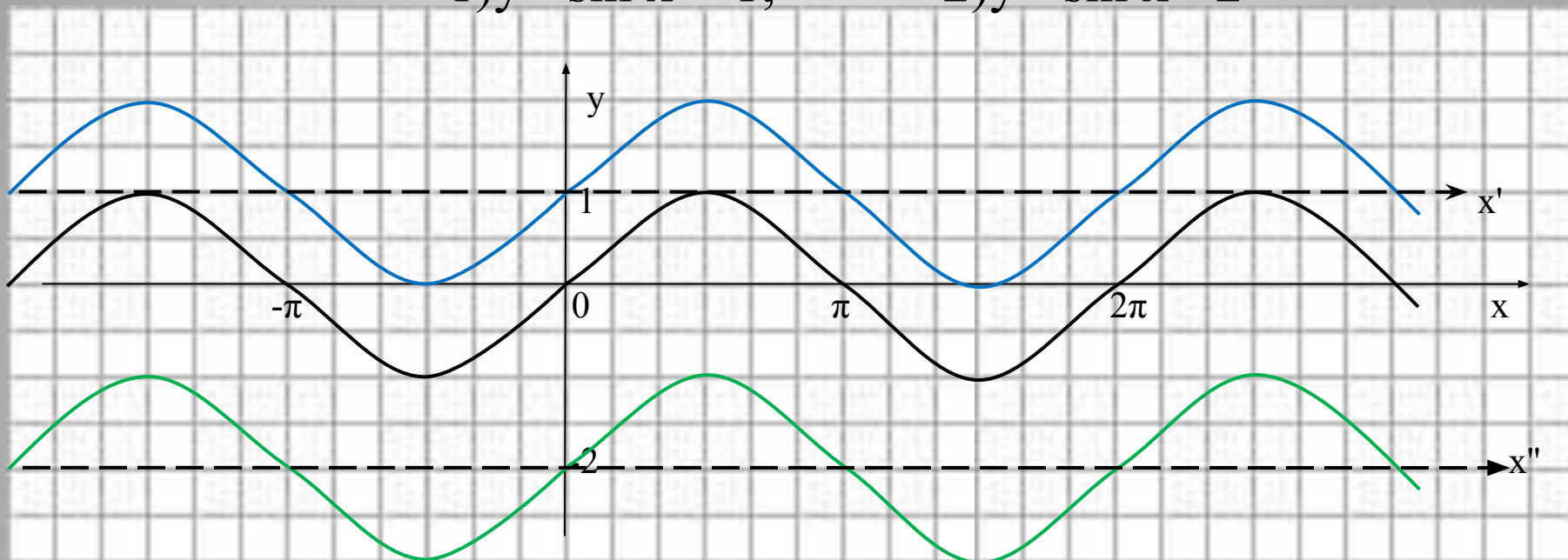
•  $y = \sin(x+\pi/6)$



$$y = \sin x + a$$

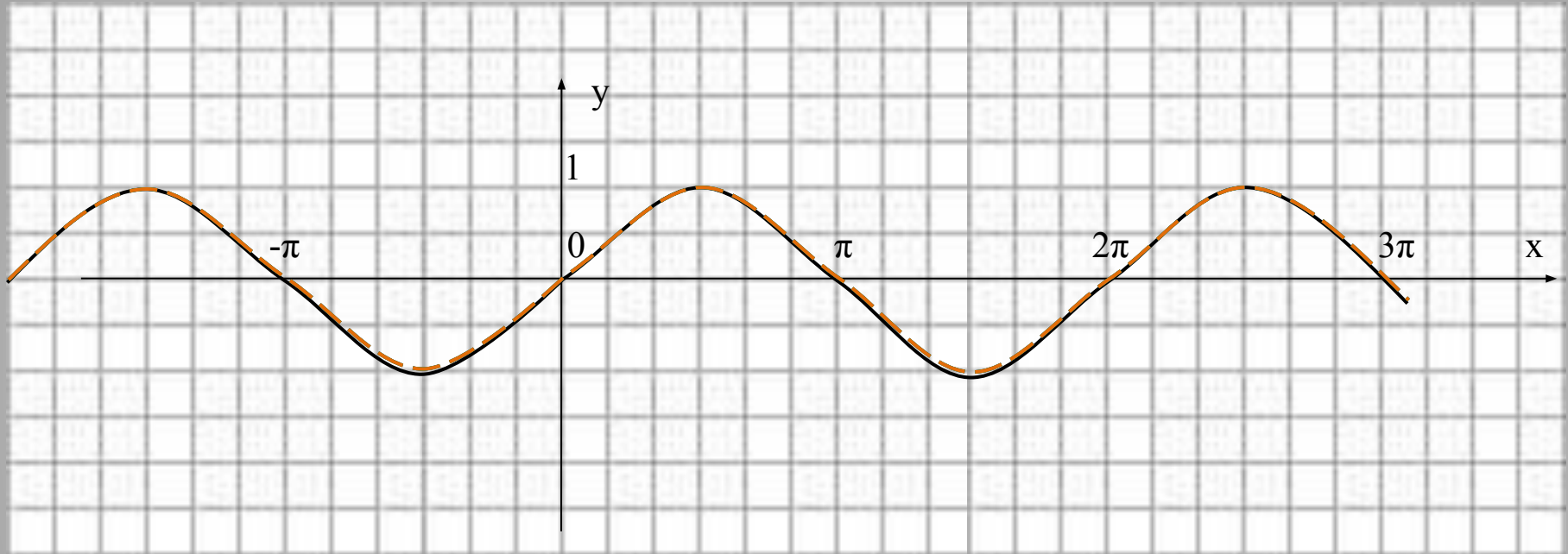
$$1) y = \sin x + 1;$$

$$2) y = \sin x - 2$$



# Построение графиков $y = \sin(x+m) + n$

1)  $y = \sin x$  ; 2)  $y = \sin(x + \pi/6)$ ; 3)  $y = \sin(x - \pi/3)$ ; 4)  $y = \sin x + 1$ ; 5)  $y = \sin x - 3/2$



# Функция $y = \cos x$ , её свойства и график.

1)  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2)  $E(y) = [-1; 1]$  ограничена

3)  $y_{\text{наим}} = -1$   
 $y_{\text{наиб}} = 1$

4)  $\cos(-x) = \cos x$

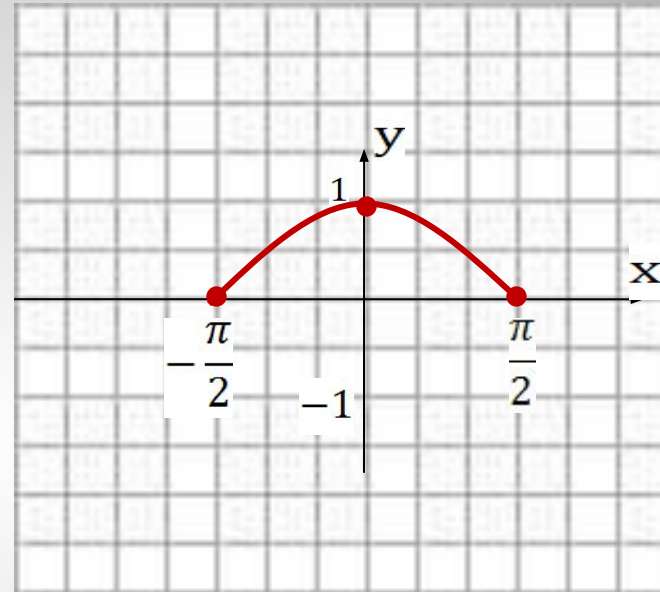
чётная

5) Возрастает на  $[-\frac{\pi}{2}; 0]$

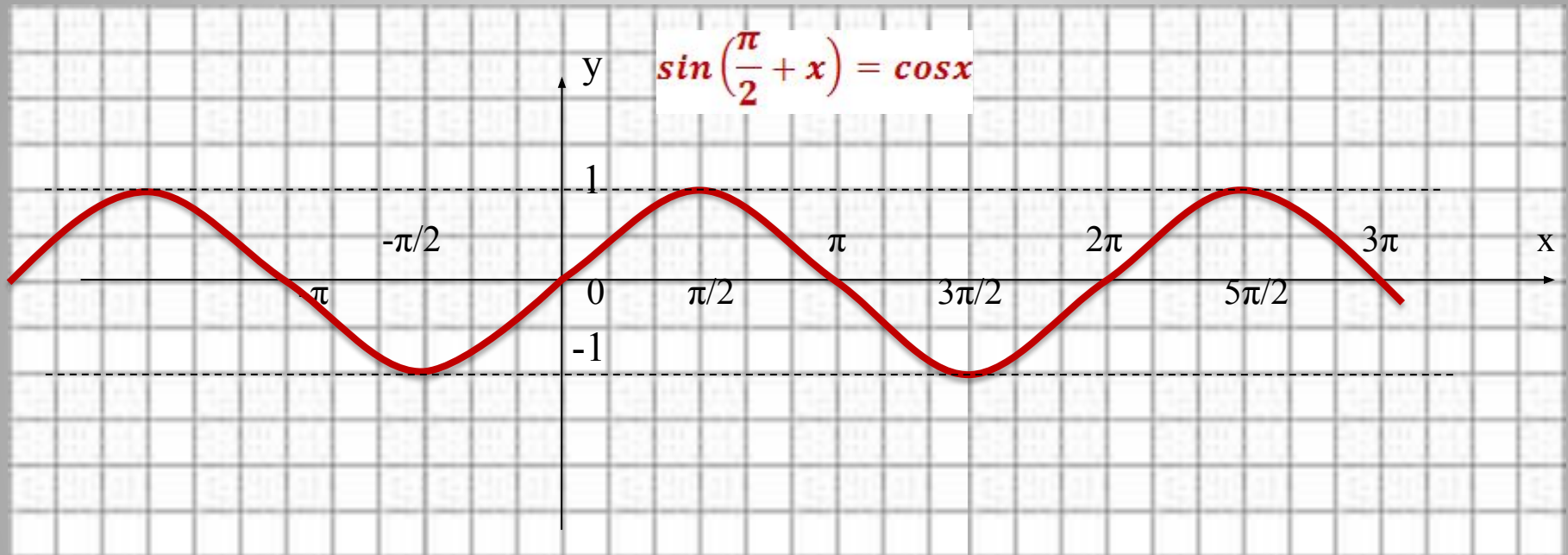
Убывает на  $[0; \frac{\pi}{2}]$

6) Периодична

$T = 2\pi$

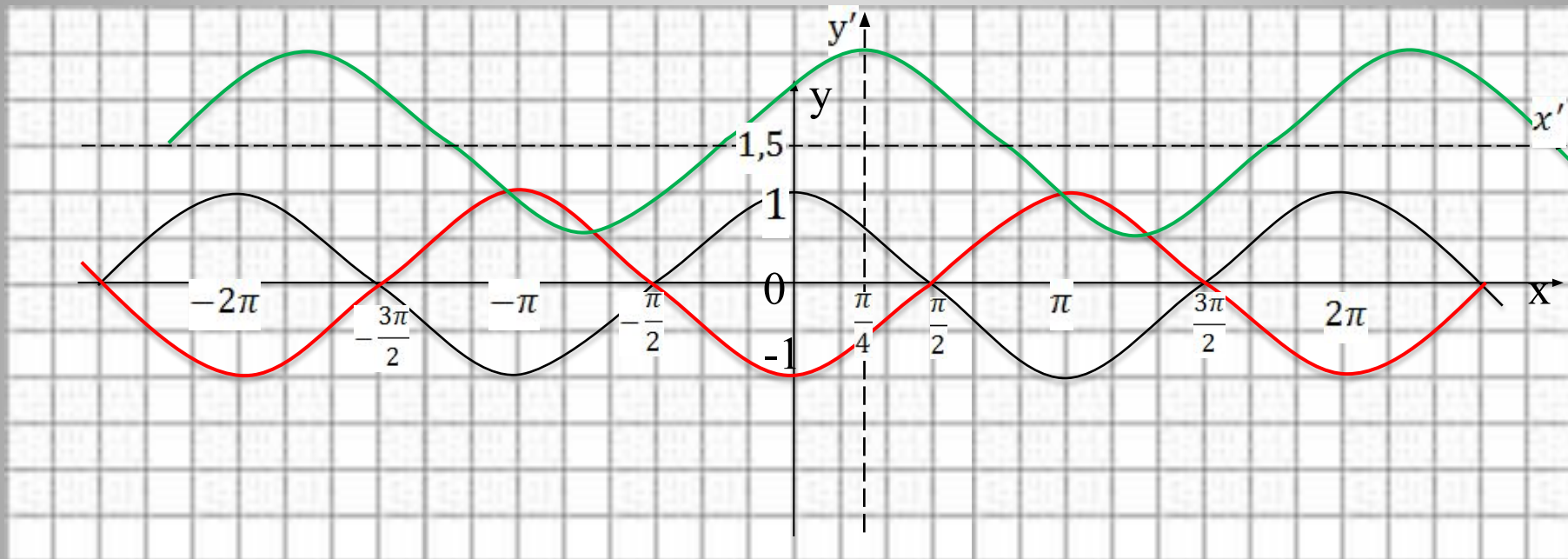


$$y = \cos x$$

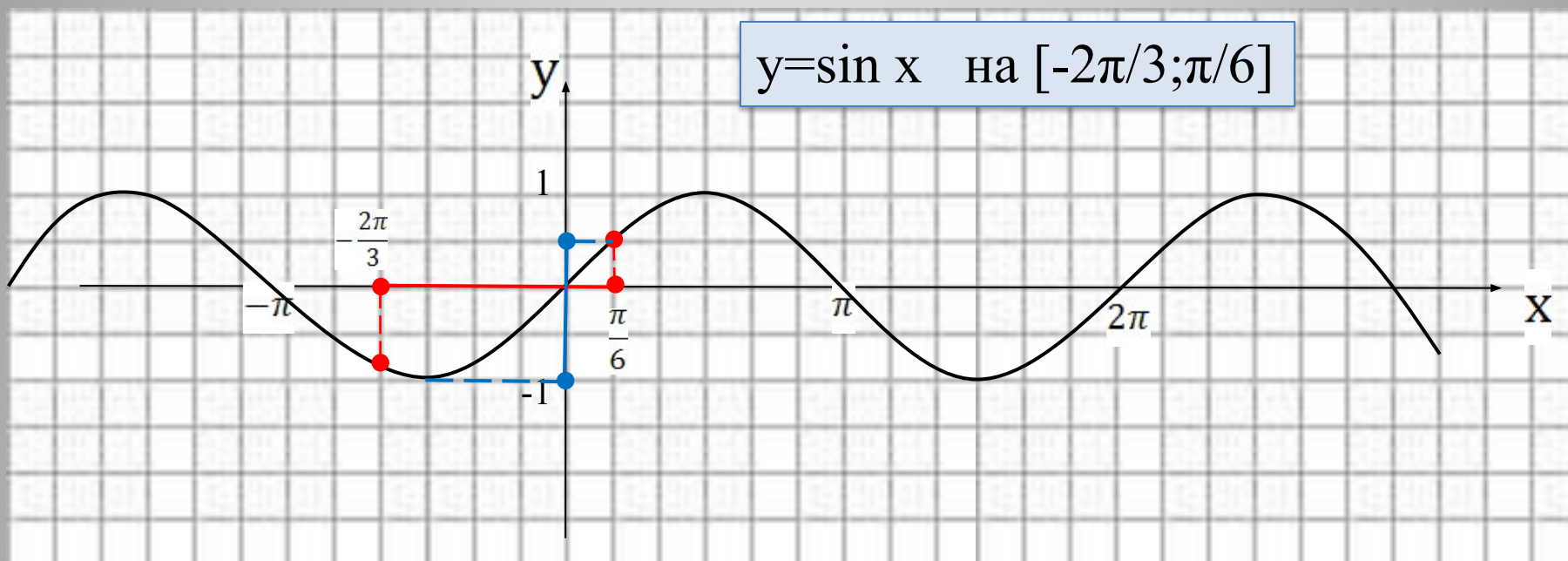


## Построение графиков $y = \cos(x+m)+n$

1)  $y = -\cos x$ ;      2)  $y = \cos(x - \pi/4) + 1,5$

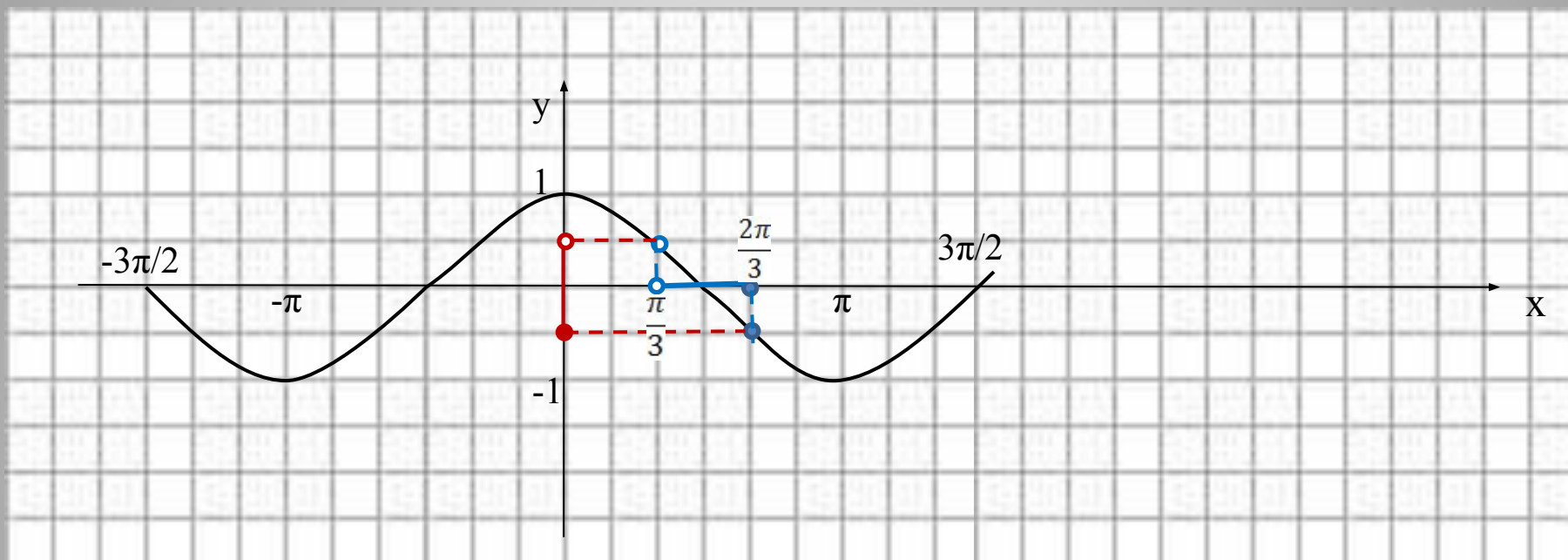


Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке



Ответ:  $y_{\text{наим}} = -1$   
 $y_{\text{наиб}} = \frac{1}{2}$

$$y = \cos x \text{ на } (\pi/3; 2\pi/3]$$



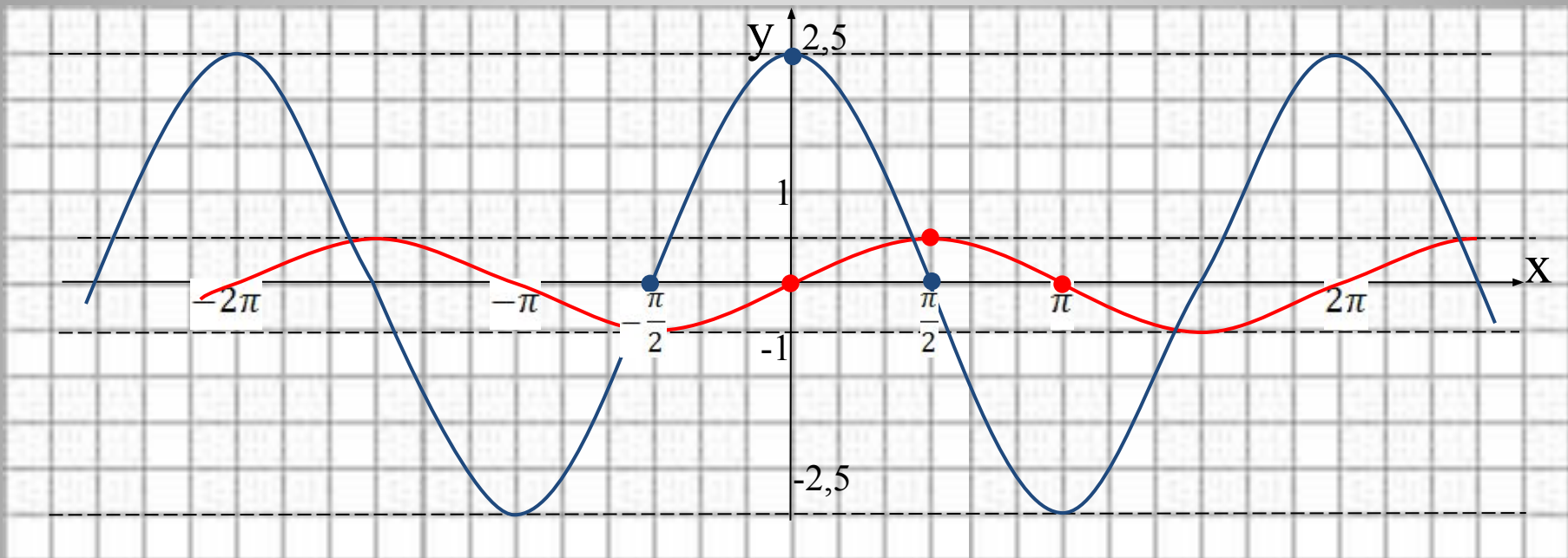
Ответ:  $y_{\text{наиб}} = \text{не определен}$

$$y_{\text{наим}} = -\frac{1}{2}$$

# Построение графиков $y=k \cdot \sin x$ и $y=k \cdot \cos x$ .

1)  $y=1/2 \sin x$ ;

2)  $y=2,5 \cos x$ .



# Множество значений функции

Пример:  $y = -9\cos(x + \pi/6) - 0,5$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos(x + \pi/6) \leq 1$$

$$-9 \leq -9\cos(x + \pi/6) \leq 9$$

$$-9,5 \leq -9\cos(x + \pi/6) - 0,5 \leq 8,5 \quad y \in [-9,5; 8,5]$$

1)  $y = \sin x - 3;$

2)  $y = \cos(x + \pi/3);$

3)  $y = \sin(-2x + \pi) + 1;$

4)  $y = 5\cos x;$

5)  $y = -\sin x;$

6)  $y = 1/2\cos x - 3;$

7)  $y = -4\sin(x + 1) + 7;$

8)  $y = \frac{3}{5}\cos x - \frac{3}{5};$

9)  $y = -1 - \sin \frac{x}{2}.$

# Функция $y = \operatorname{tg} x$ , её свойства и график

1.  $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2.  $E(y) = \left\{ \text{кроме } \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$

неограничена

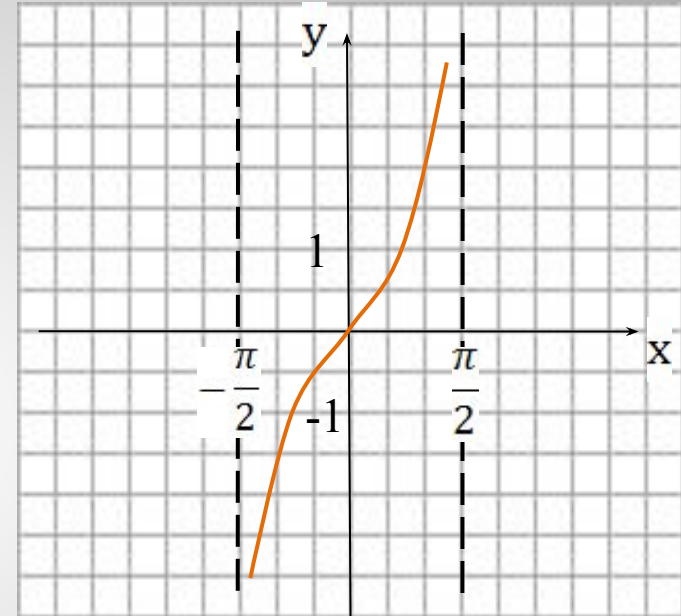
3.  $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$

нечётная

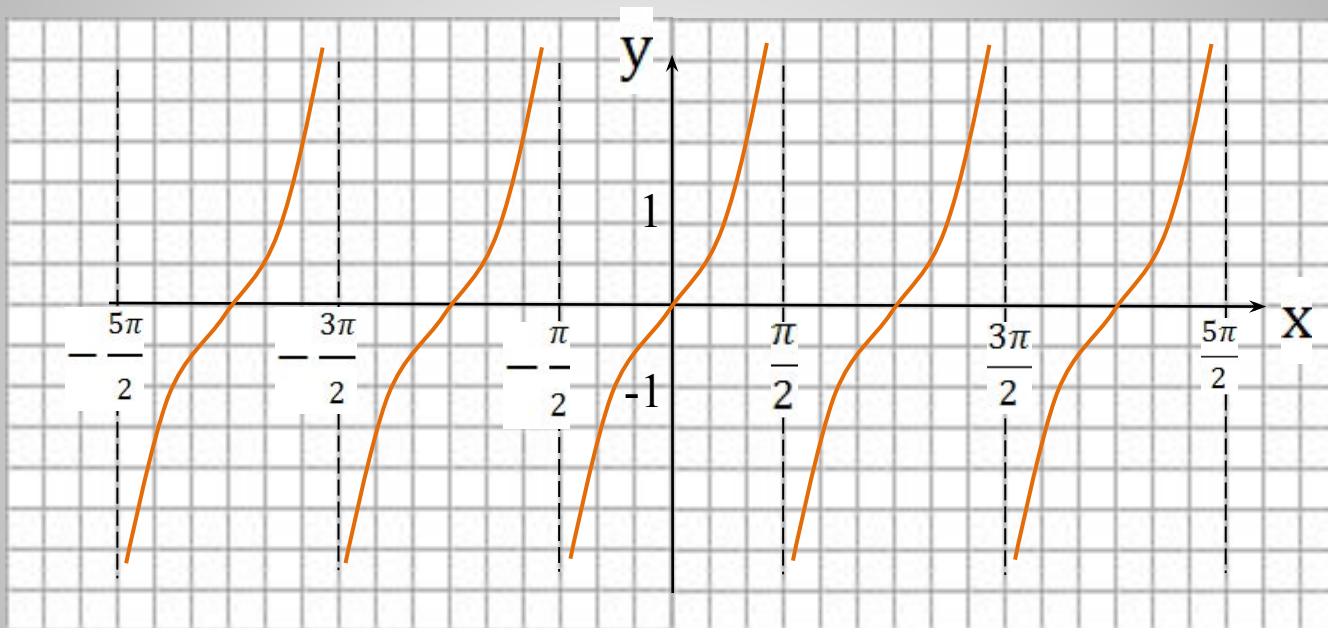
4. Возрастает на  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

5. Периодическая

$$T = \pi$$

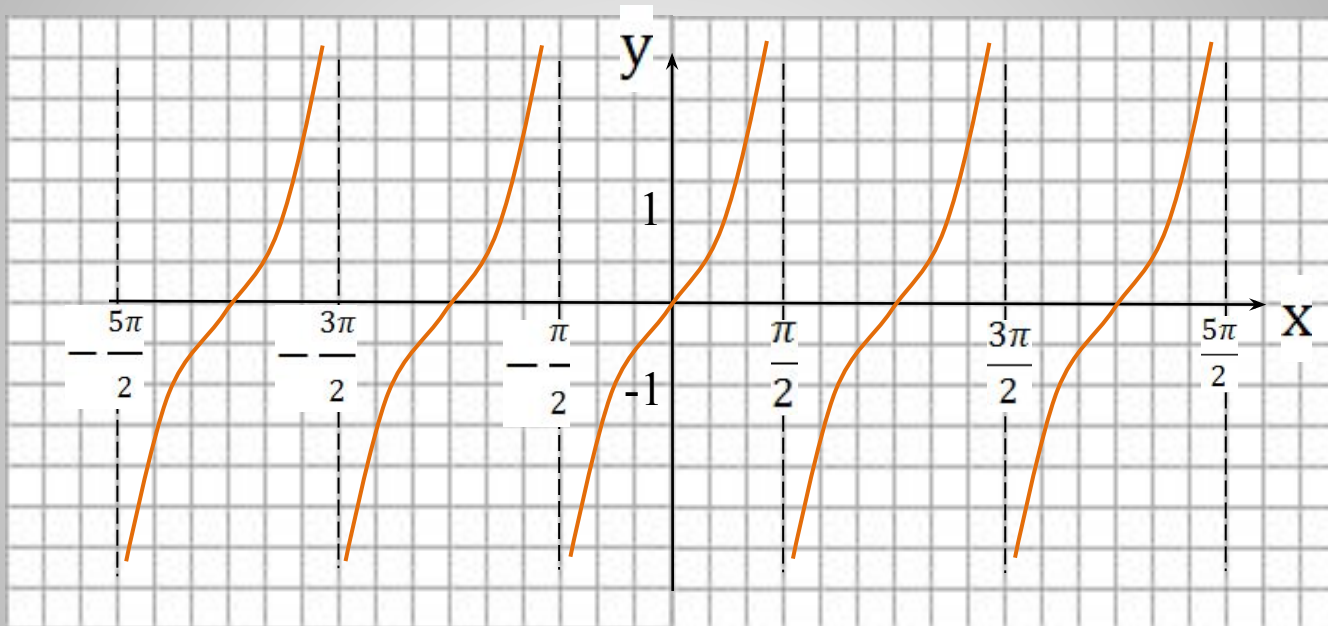


# Тангенсоида



$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y = \operatorname{tg}(x - \pi/2)$$



# Периодичность

1)  $x; x+T; x-T \in D(f)$

2) Если  $y=f(x)$  периодичная с периодом  $T_1 \neq 0$ , то

$y=A \cdot f(kx+m)+B$  периодичная с периодом

$$T = \frac{T_1}{|k|}$$

Примеры:

1)  $y=\sin 4x$

$$T_1=2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$$

2)  $y=-4\cos(x/3-1)+2$

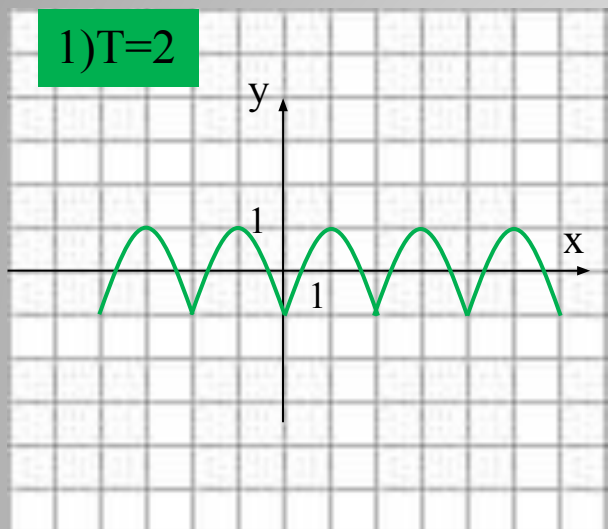
$$T_1=2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

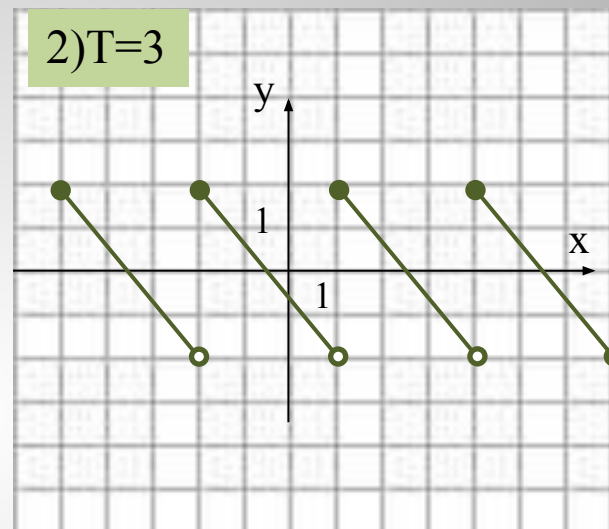
# Построение графиков периодических функций

Дана функция  $y = f(x)$ . Построить её график, если известен период.

1)  $T=2$



2)  $T=3$



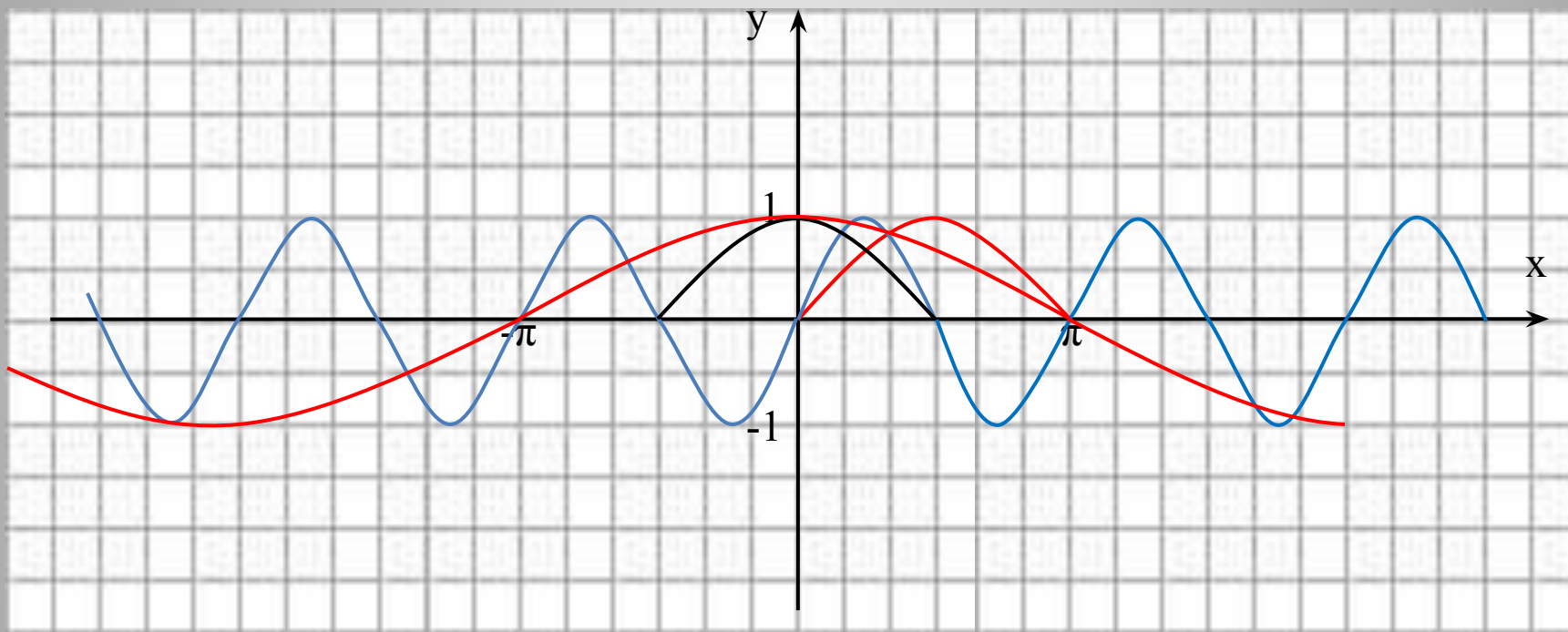
# Построение графика $y = \sin(kx+m)$

$$y = \sin 2x$$

$$T = \pi$$

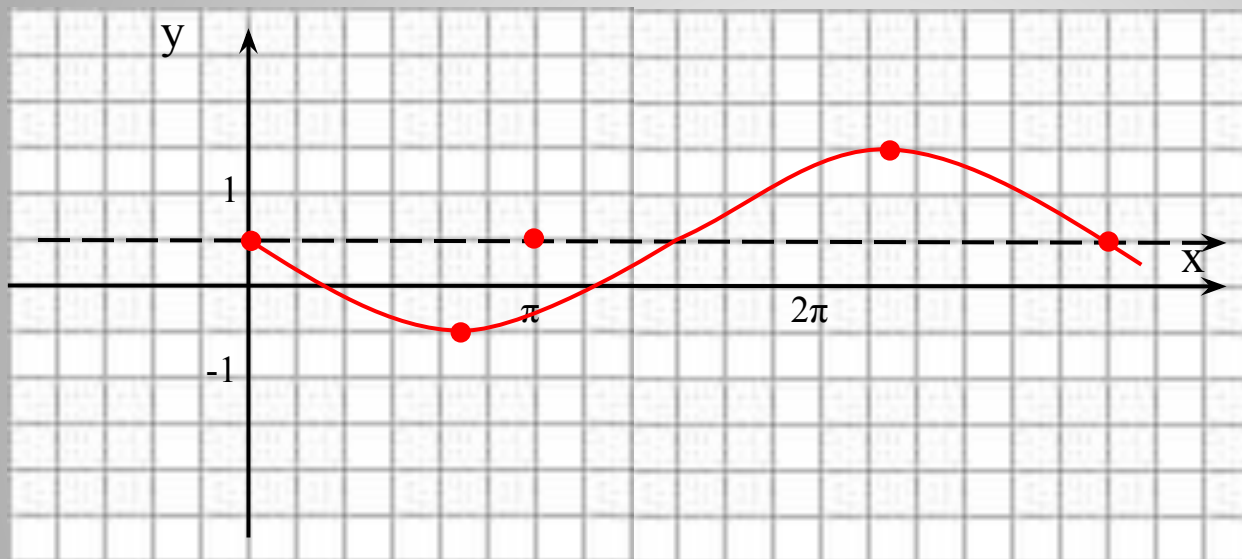
$$y = \cos(x/2)$$

$$T = 4\pi$$



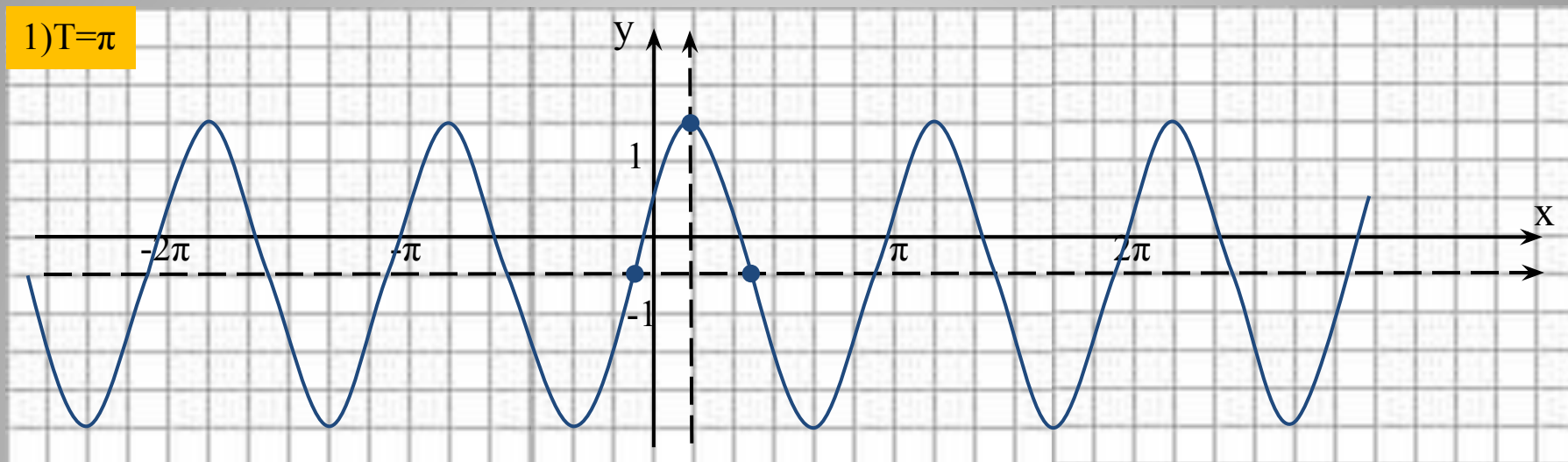
# Графики $y=A \cdot f(k \cdot x+m)+B$ .

$$y = -\sin \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \quad T=3\pi$$

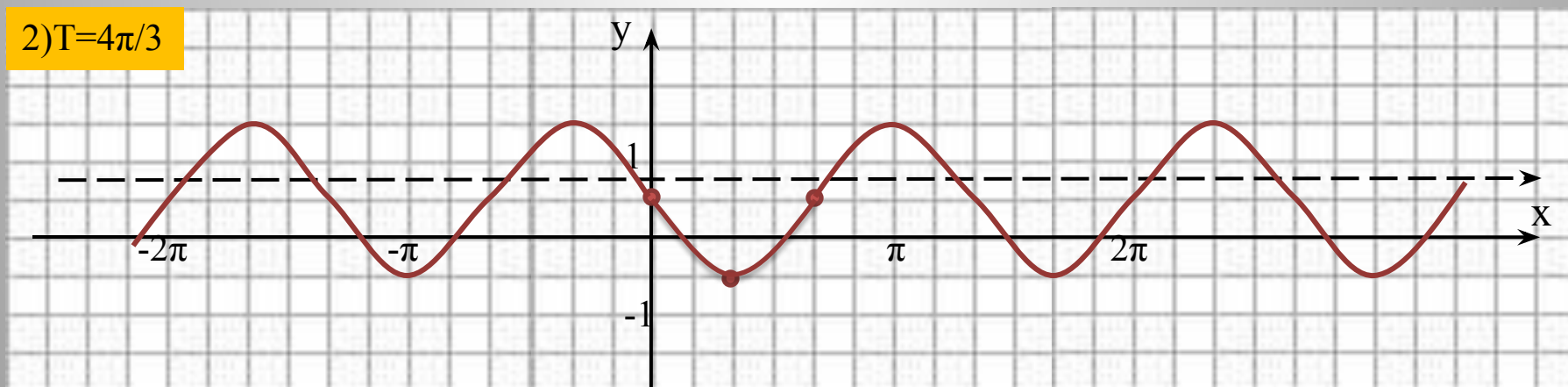


. Построить графики: 1)  $y=2\cos(2x-\pi/3)-0,5$ ; 2)  $y=-\sin 3/2x+1$

1)  $T=\pi$



2)  $T=4\pi/3$



3) Найти  $D(f)$ ,  $E(f)$ , нули, промежутки монотонности этих функций.

4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции на  $[-\pi/3; 2\pi)$  для №2.