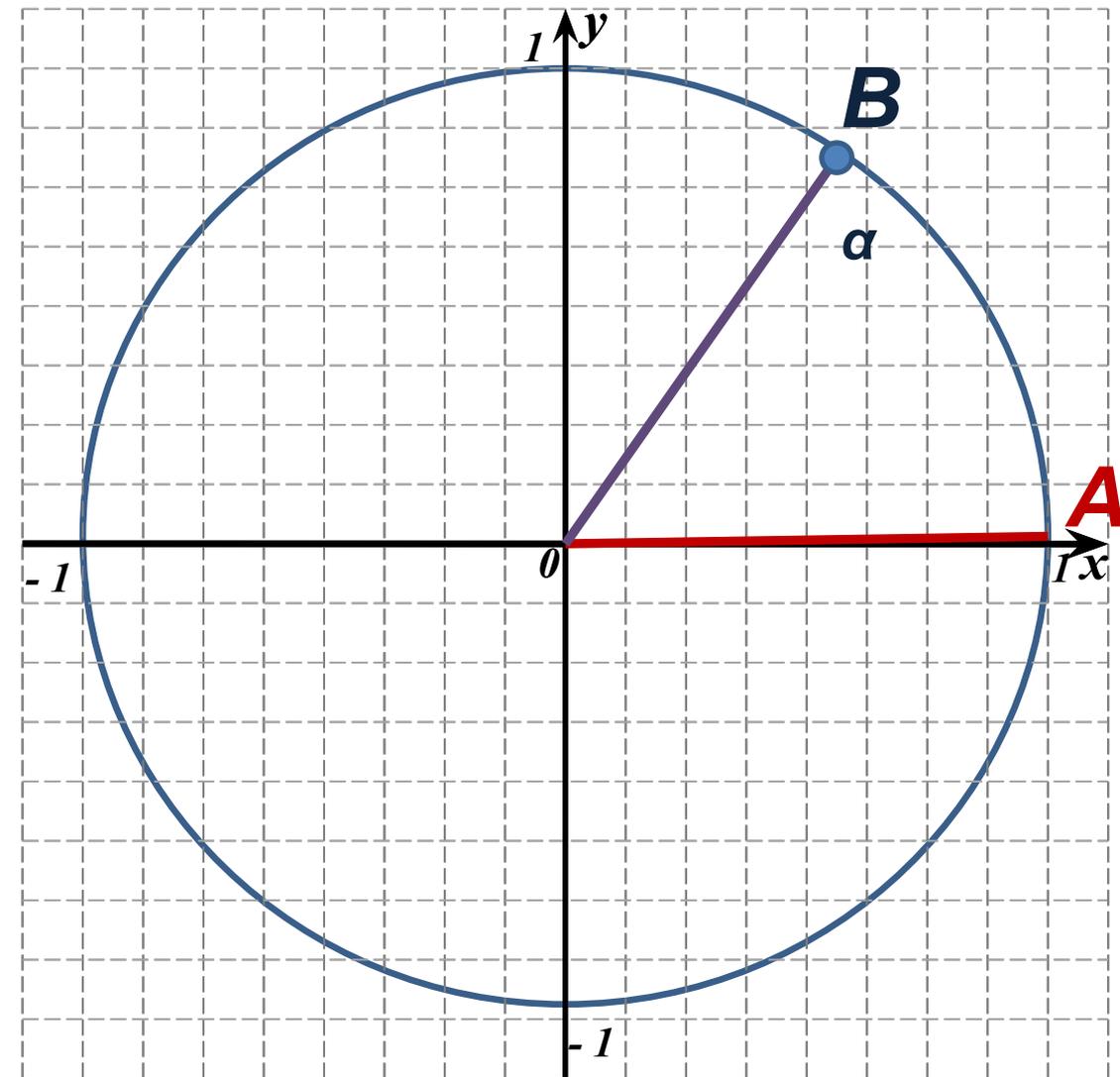


Тригонометрическая окружность

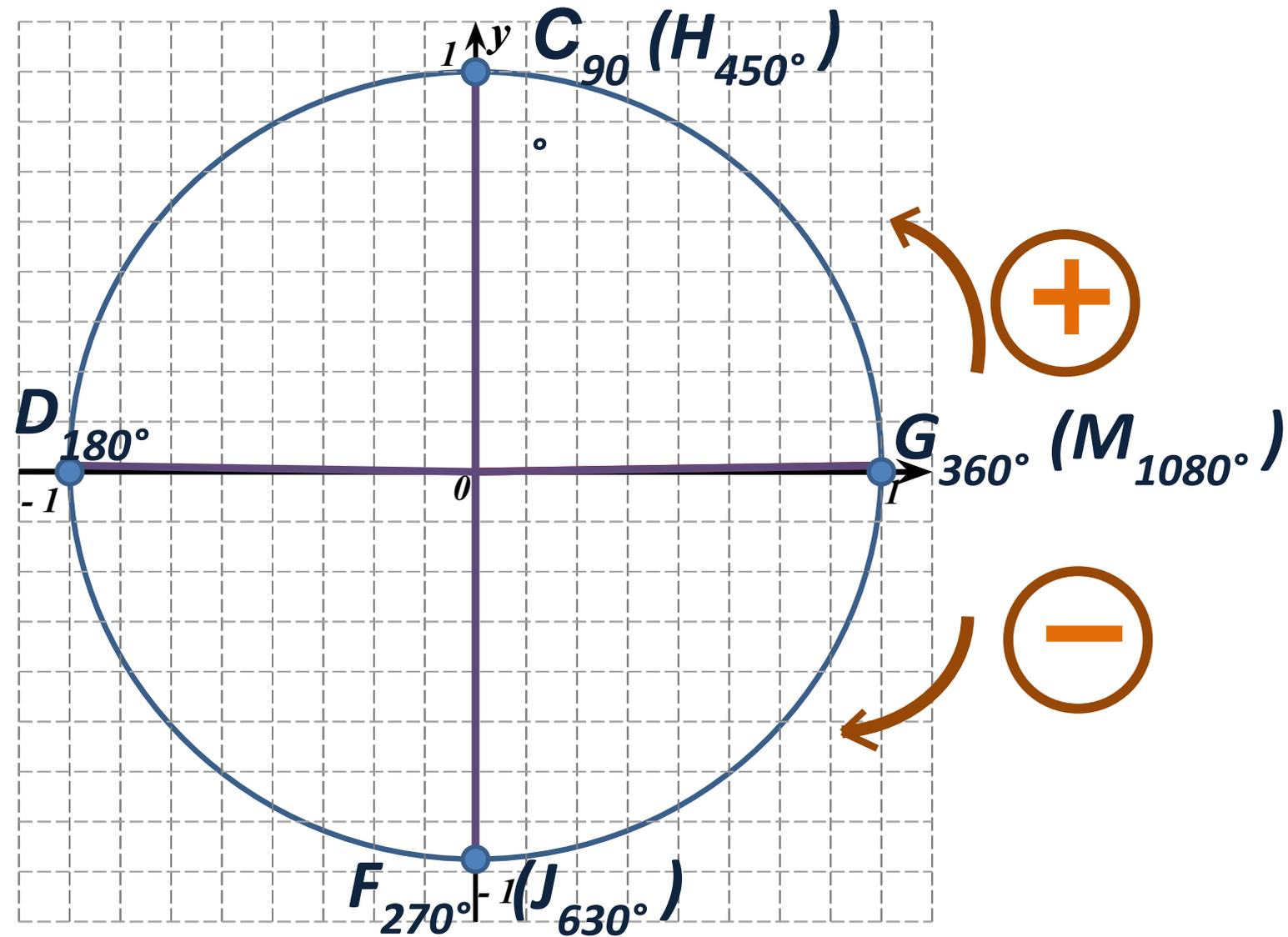


Изобразим в системе координат окружность единичного радиуса.

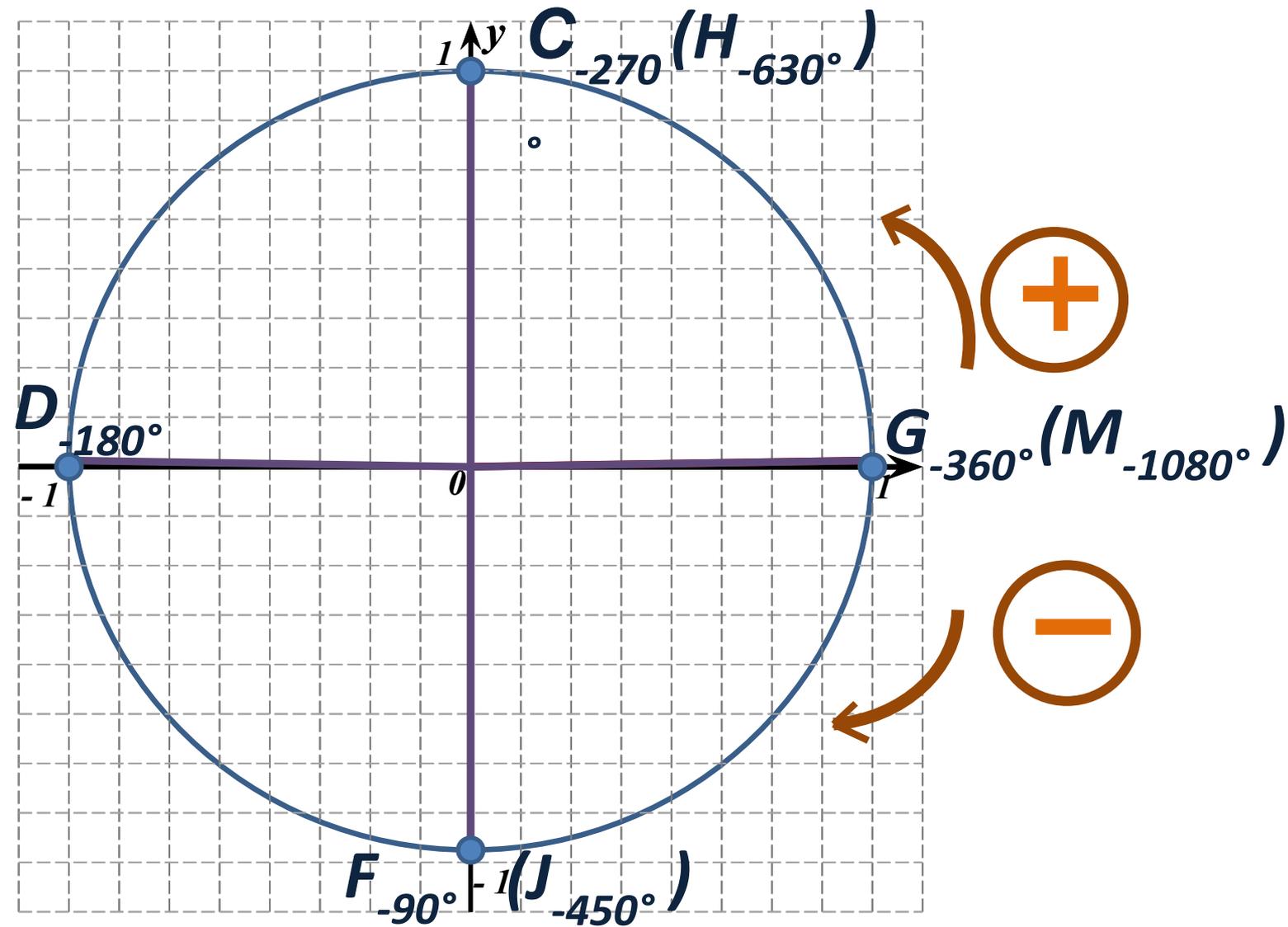
Построим радиус OA , лежащий на положительной полуоси Ox .

От начального радиуса против часовой стрелки отложим угол α , на пересечении с окружностью получим точку B_α .

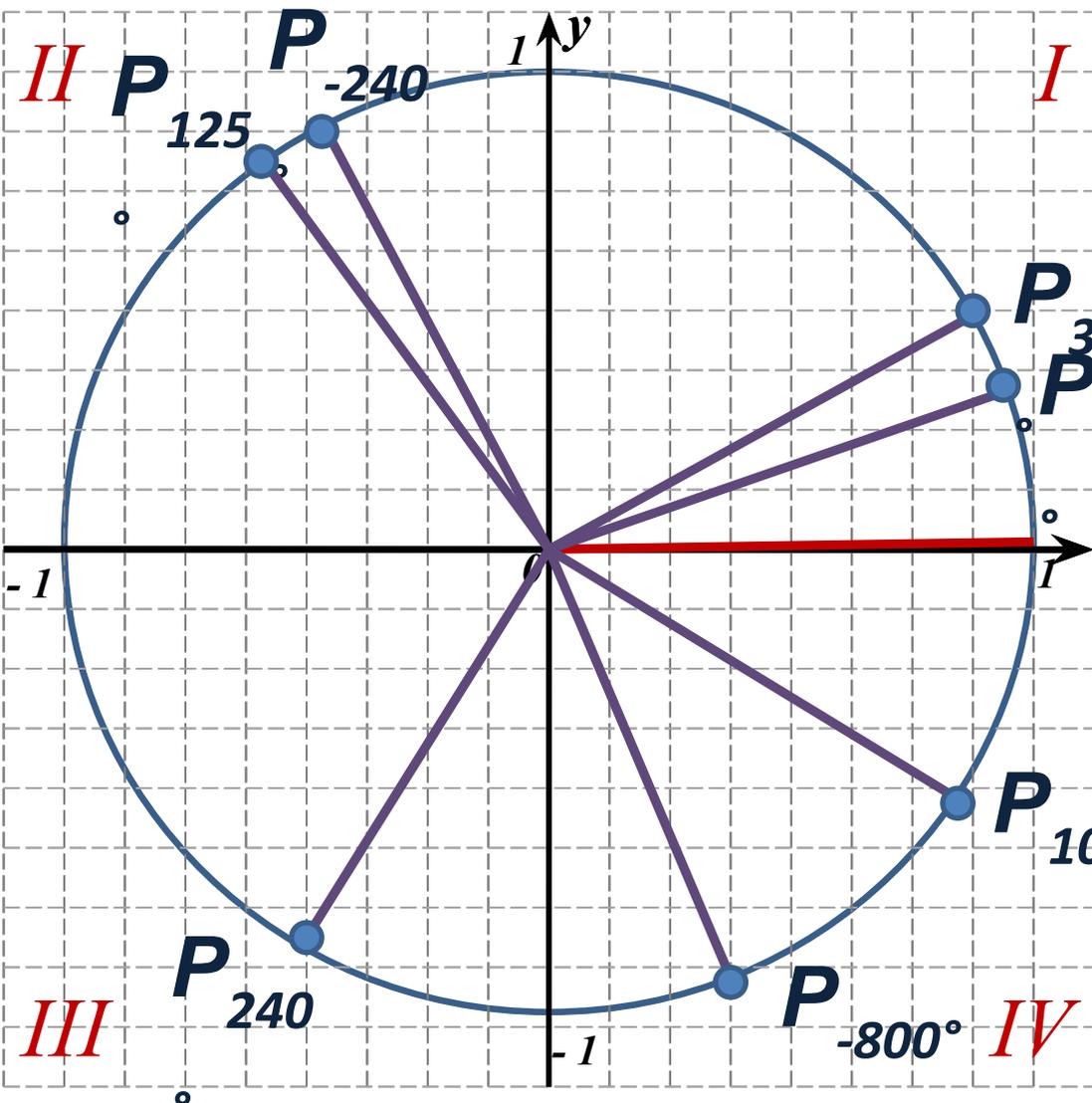
Тригонометрическая окружность



Тригонометрическая окружность



Какой четверти принадлежит точка?



а) P_{30° I четверти

б) P_{240° III четверти

в) $P_{-240^\circ} \in$ II четверти

г) $P_{125^\circ} \in$ II четверти

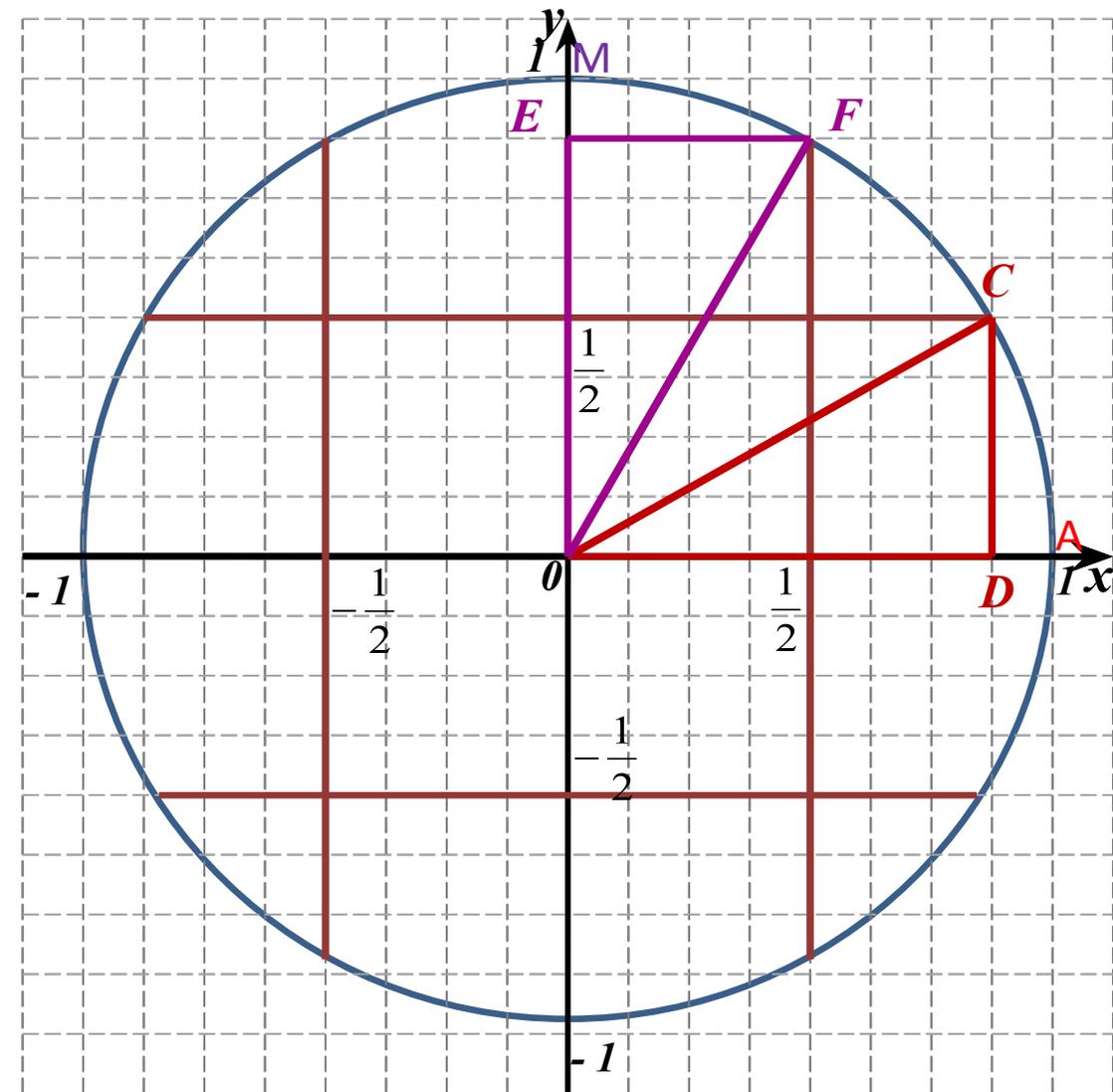
д) $P_{-340^\circ} \in$ I четверти

е) $P_{1040^\circ} \in$ IV четверти

ж) $P_{-800^\circ} \in$ IV четверти



Изображение на тригонометрической окружности некоторых углов



Возьмем тригонометрическую окружность и проведем через середины единичных отрезков прямые, параллельные соответствующим осям.

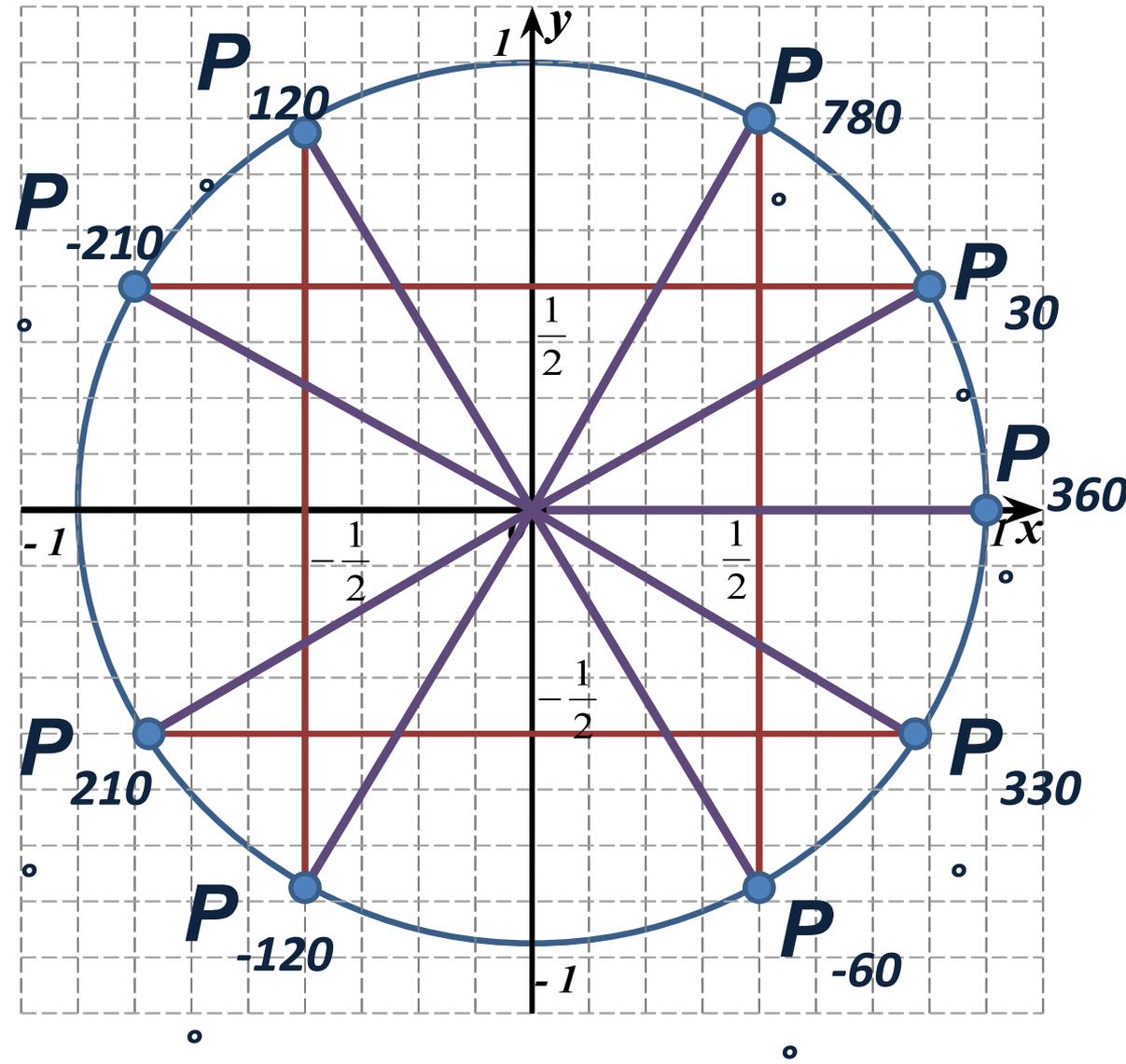
Рассмотрим прямоугольные треугольники OCD и OFE .

$\triangle OCD = \triangle OFE$ (по катету и гипотенузе)

Следовательно дуги AC , CF и FM равны между собой и равны 30° .

Вся окружность оказалась поделена на двенадцать равных между собой дуг, с градусной мерой 30° .

Изображение на тригонометрической окружности углов, градусная мера которых кратна 30° .



№ 1.1.6

а) 30°

б) 120°

в) 210°

г) 330°

д) 780°

е) -60°

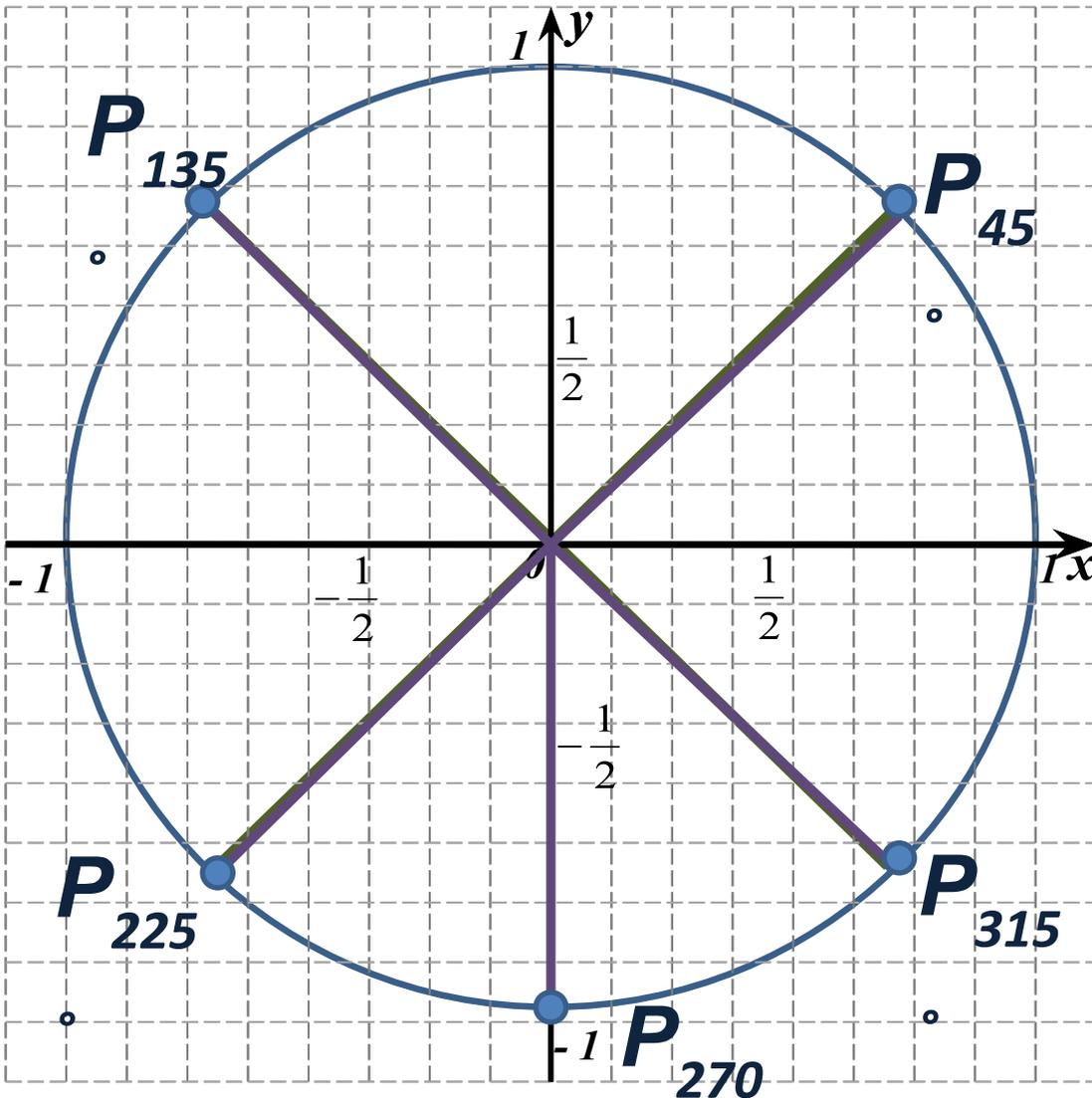
ж) -120°

з) -210°

и) -360°



Изображение на тригонометрической окружности углов, градусная мера которых кратна 45° .



№ 1.1.7

а) 45°

б) 135°

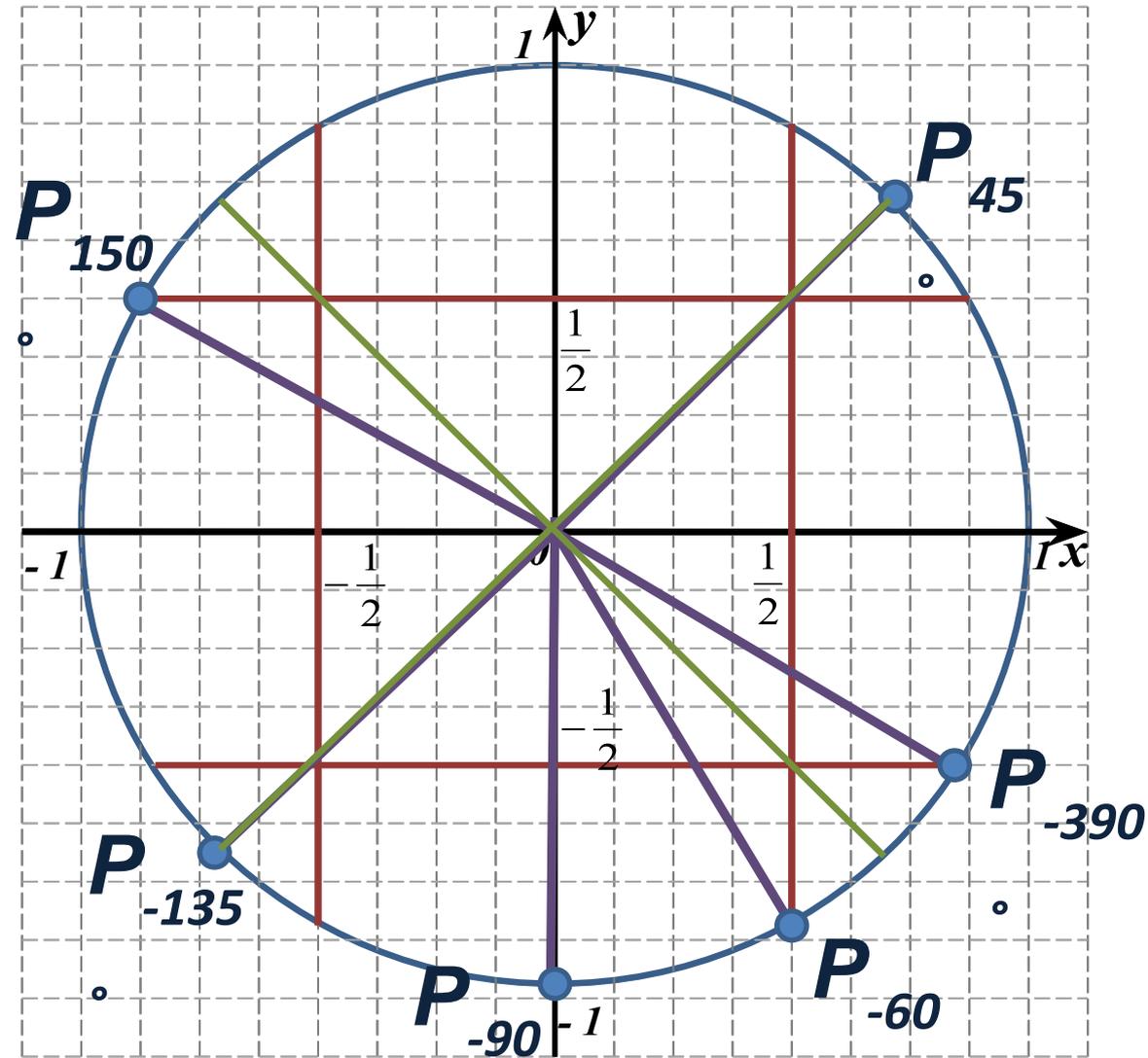
в) 225°

г) 315°

д) 270°



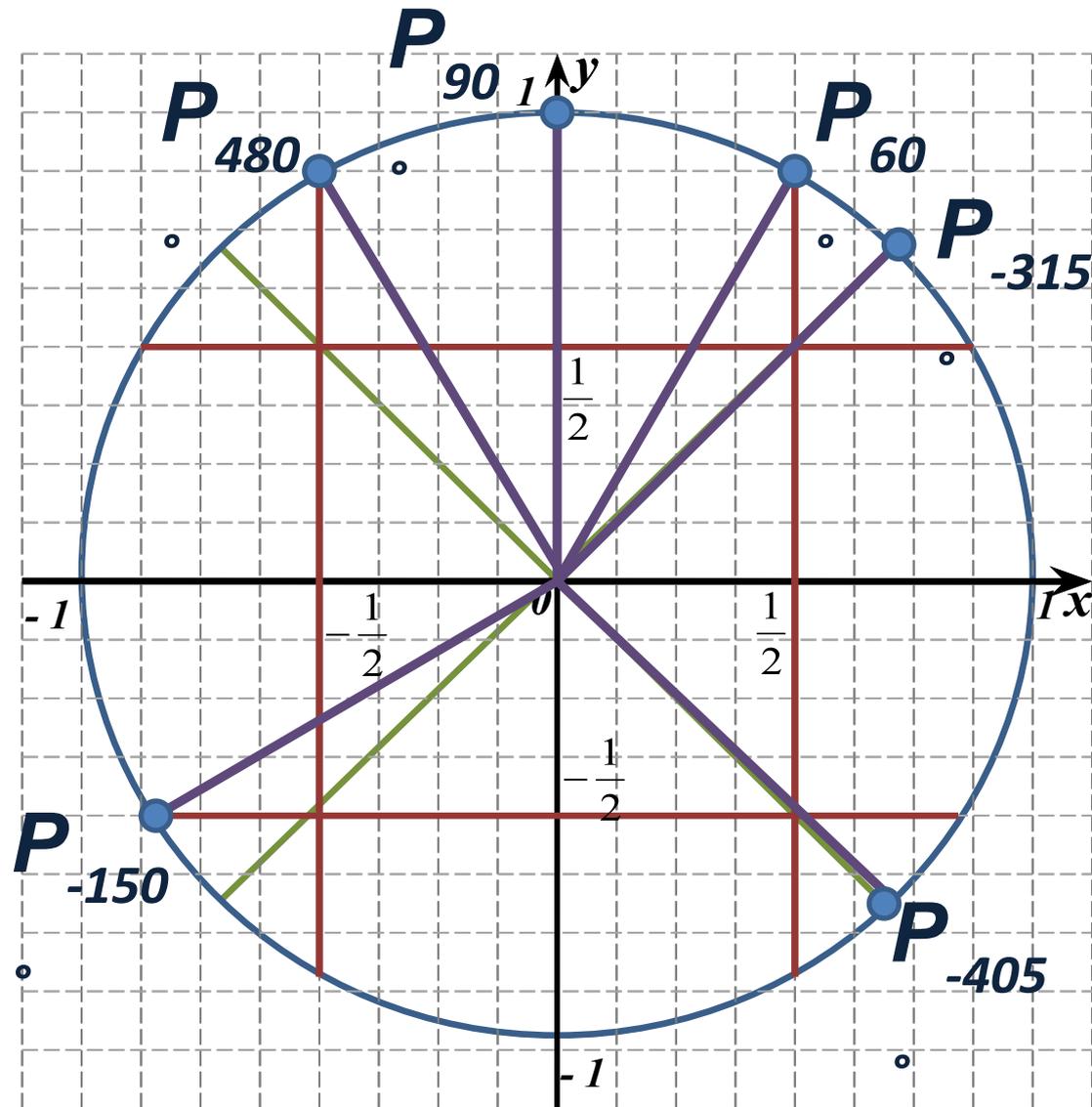
№ 1.1.8



- a) 150°
- б) 45°
- в) -60°
- г) -90°
- д) -135°
- е) -390°



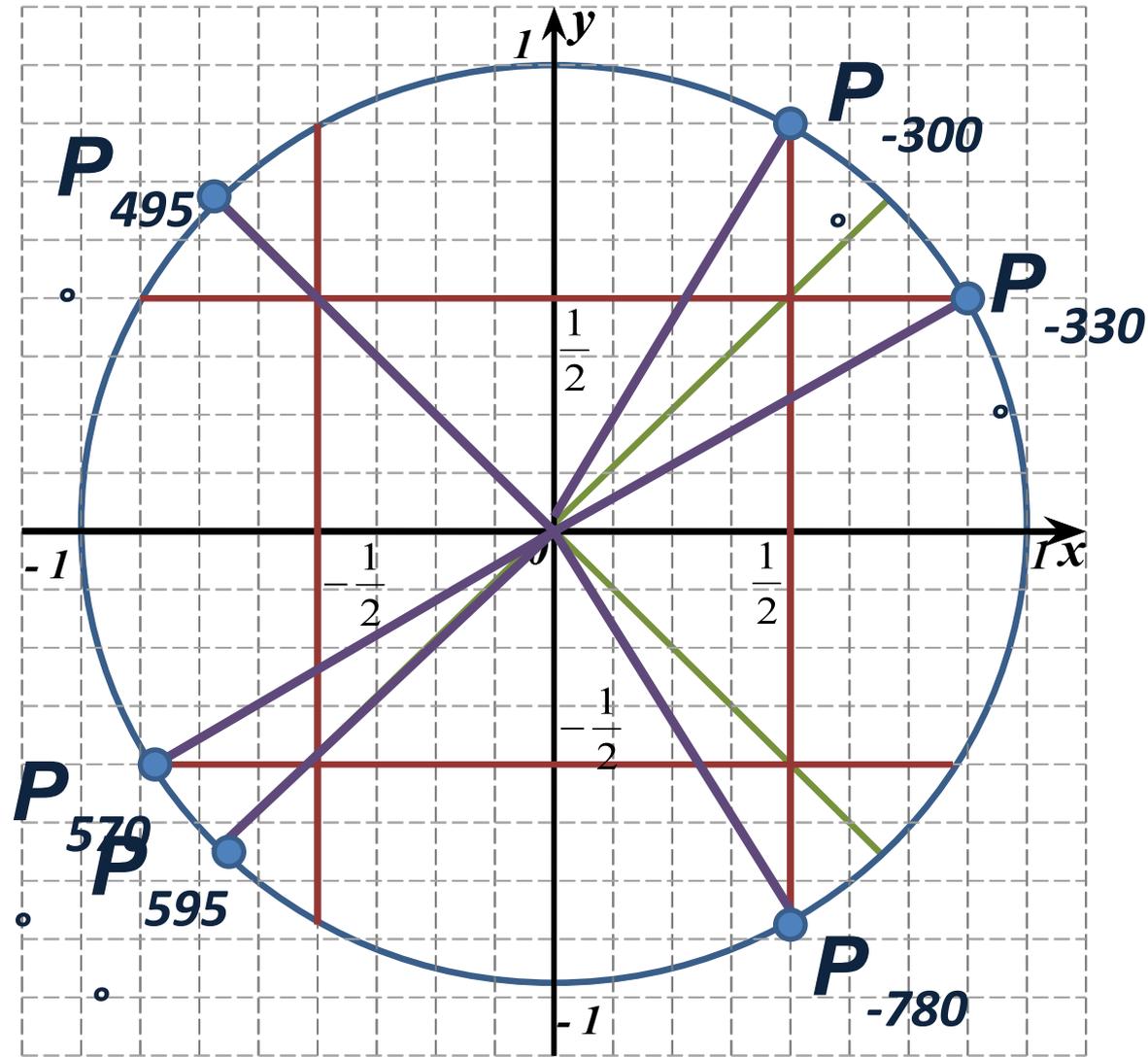
№ 1.1.9



- a) 90°
- б) 60°
- в) -315°
- г) 480°
- д) -150°
- е) -405°



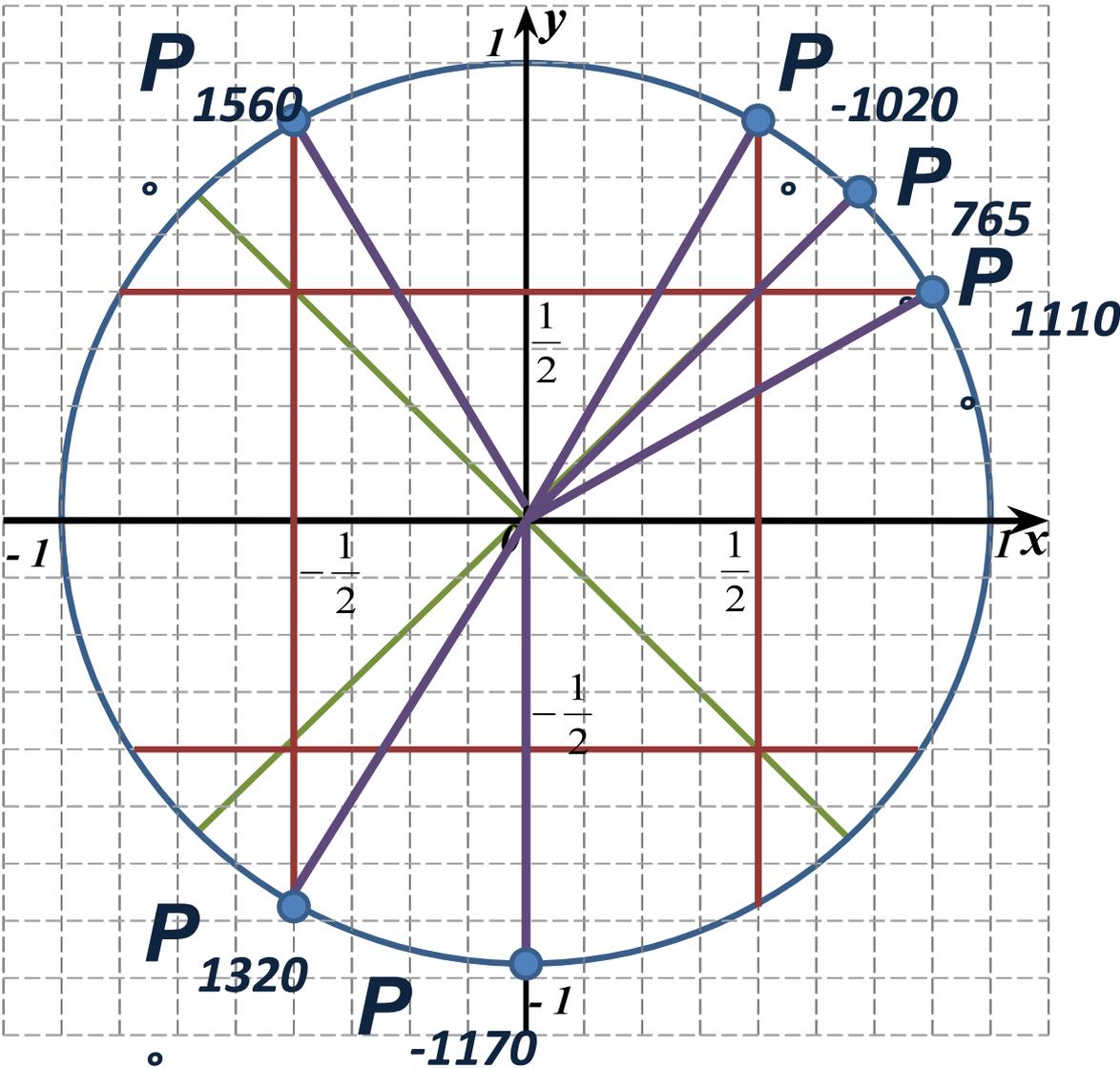
№ 1.1.10



- a) 495°
- б) -330°
- в) 570°
- г) -300°
- д) 595°
- е) -780°



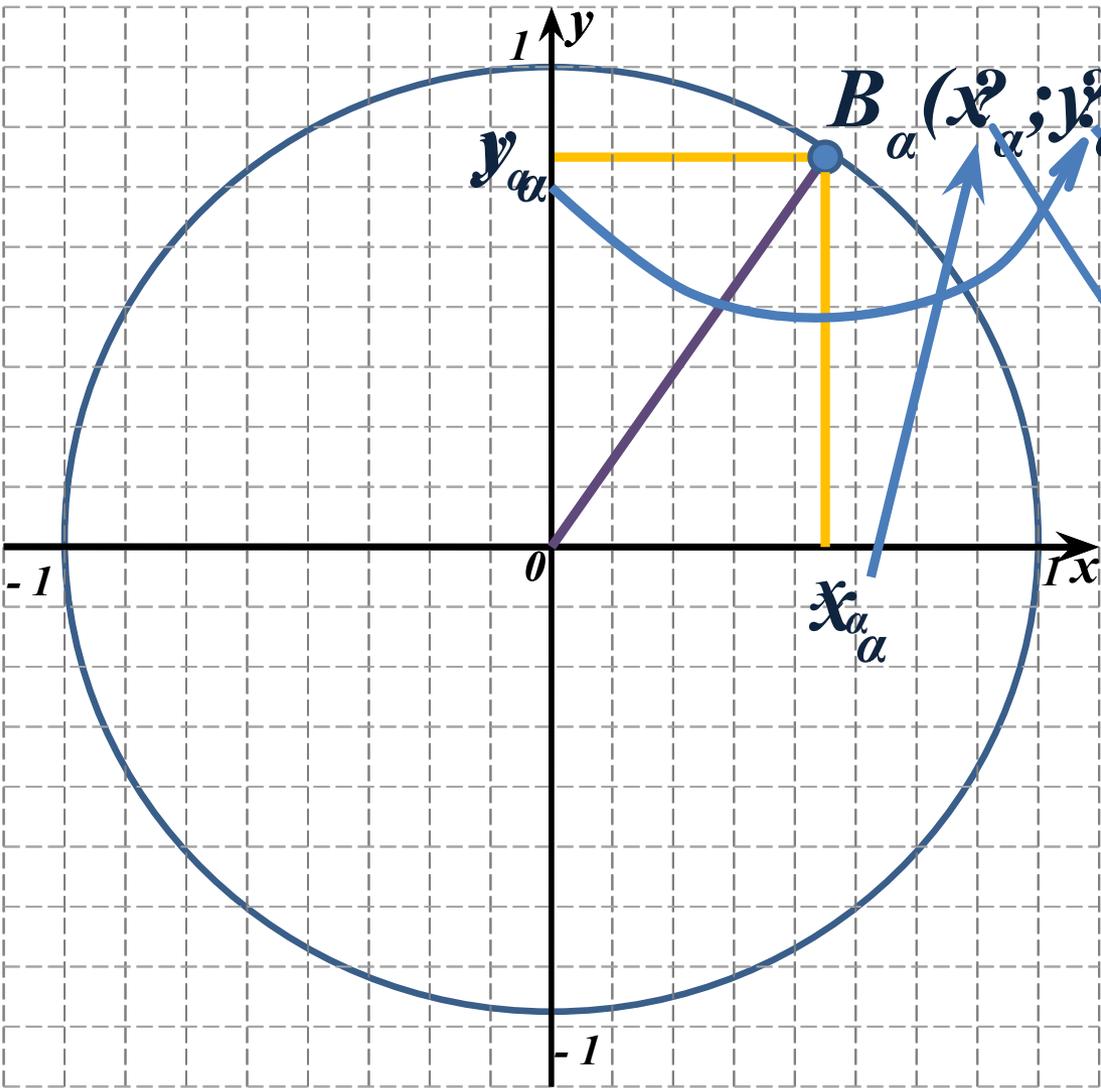
№ 1.1.11



- a) 1110°
- б) -1020°
- в) 765°
- г) 1560°
- д) 1320°
- е) -1170°



Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла



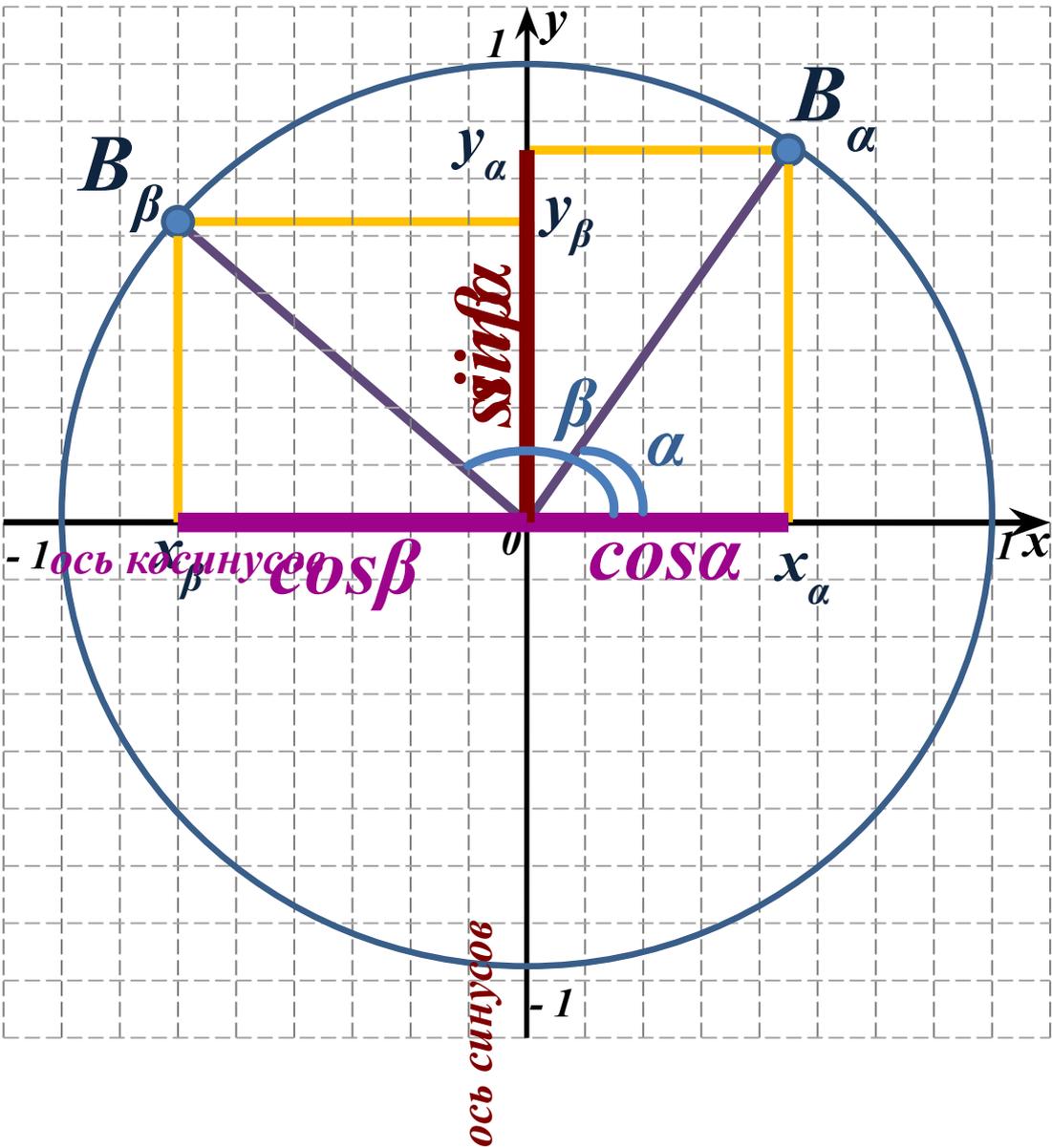
$$\sin \alpha =$$

$$\cos \alpha =$$

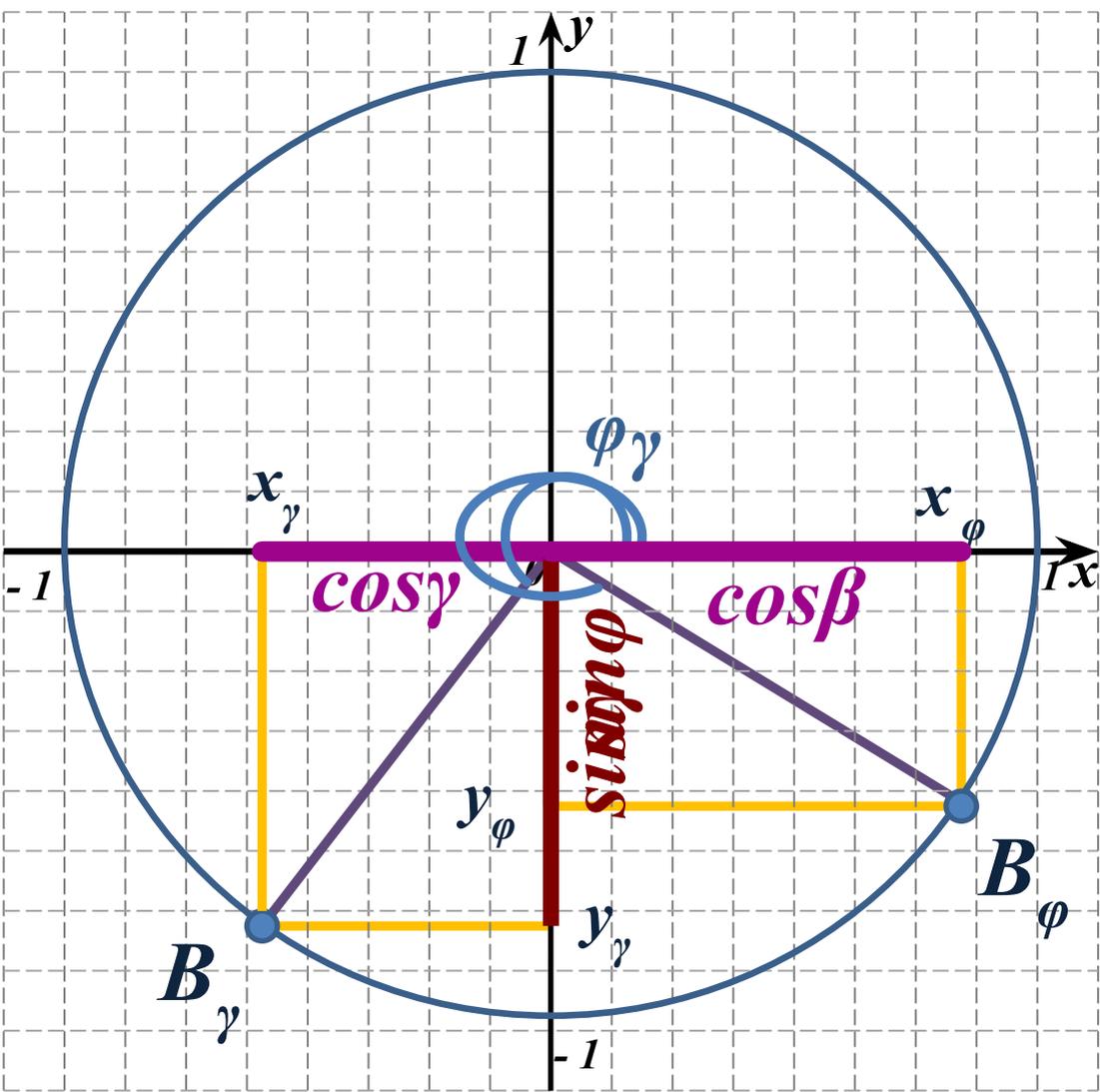
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_\alpha}{x_\alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x_\alpha}{y_\alpha}$$

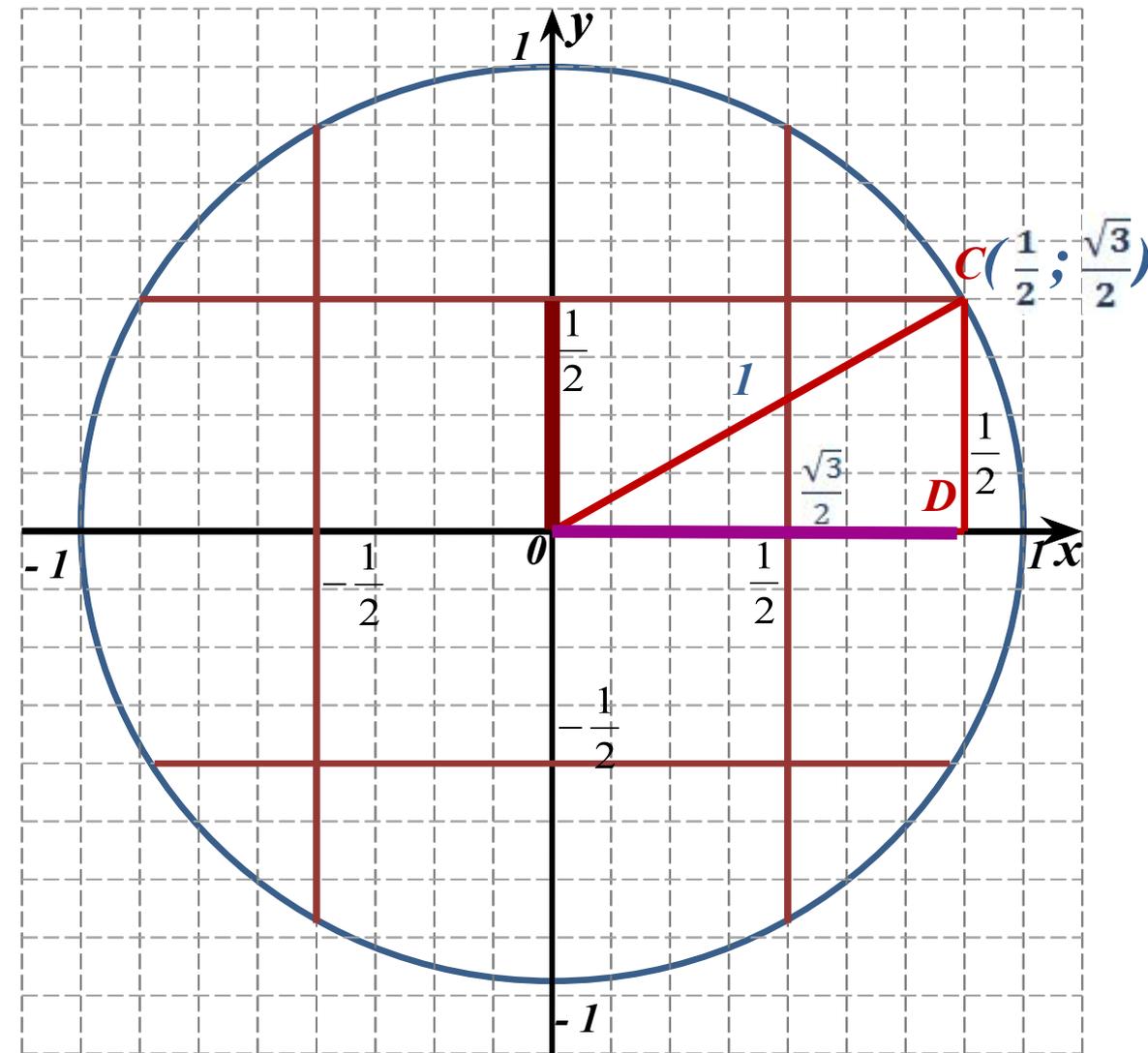
*Определения синуса,
косинуса, тангенса и
котангенса
произвольного угла*



*Определения синуса,
косинуса, тангенса и
котангенса
произвольного угла*



Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим
прямоугольный $\triangle OCD$:

$$CD = \frac{1}{2}; \quad OC = 1$$

Тогда по теореме
Пифагора:

$$OD = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

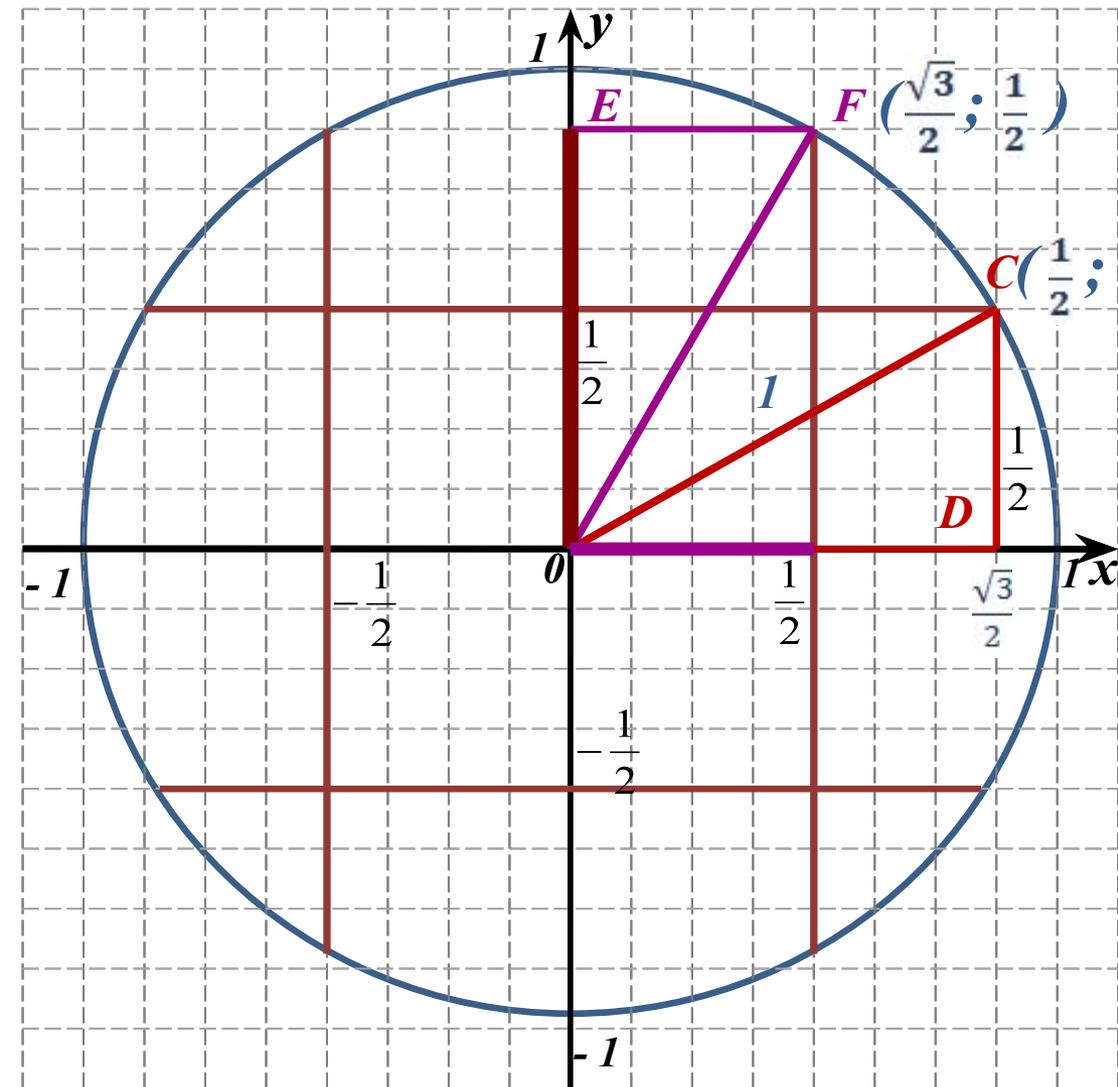
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$$

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим $\triangle OEF$:

$\triangle OEF = \triangle OCD$
(по гипотенузе и катету)

$$\sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

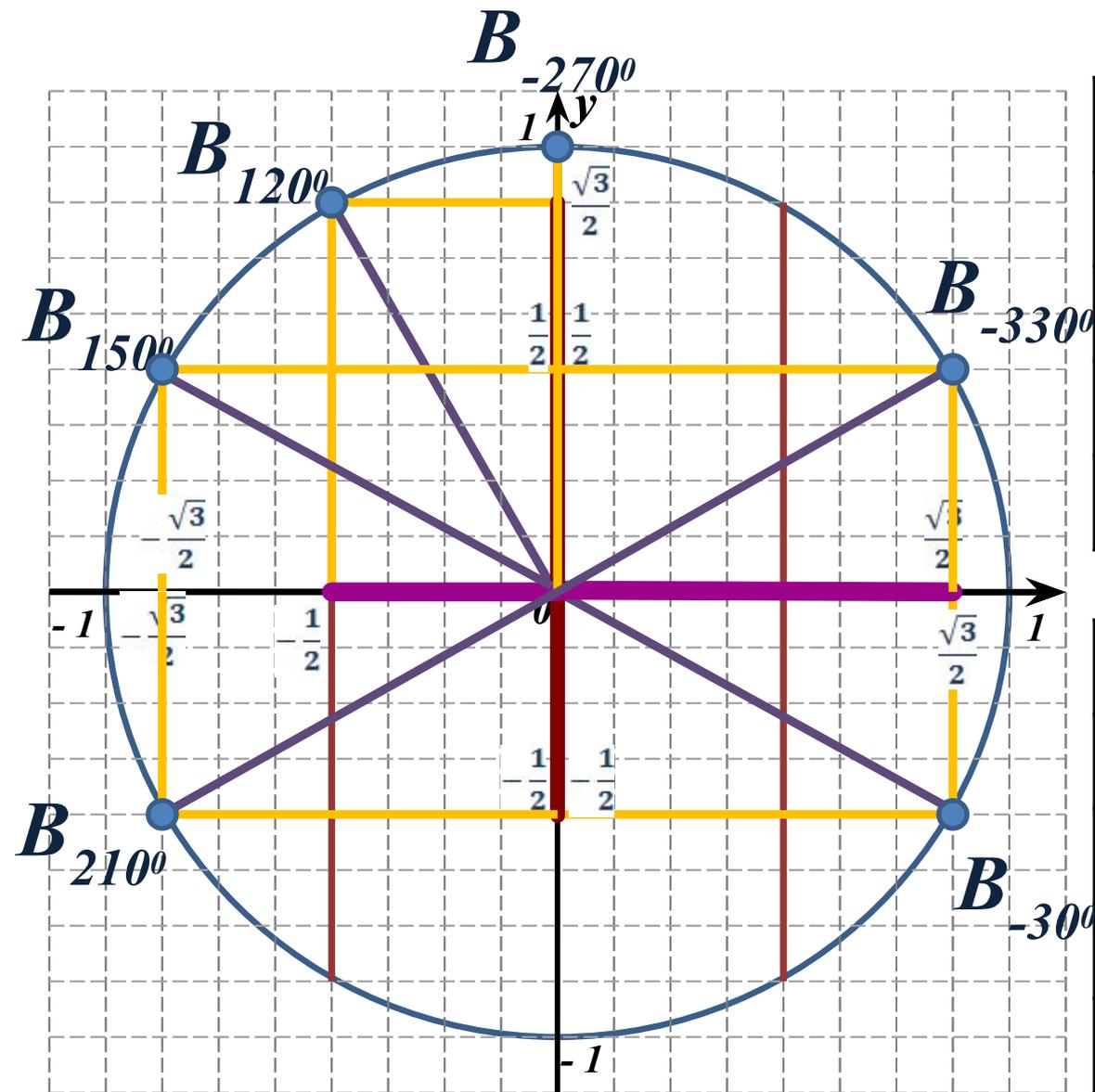
$$\cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 60^{\circ} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{ctg} 30^{\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Таким образом легко находятся значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов кратных 30° .

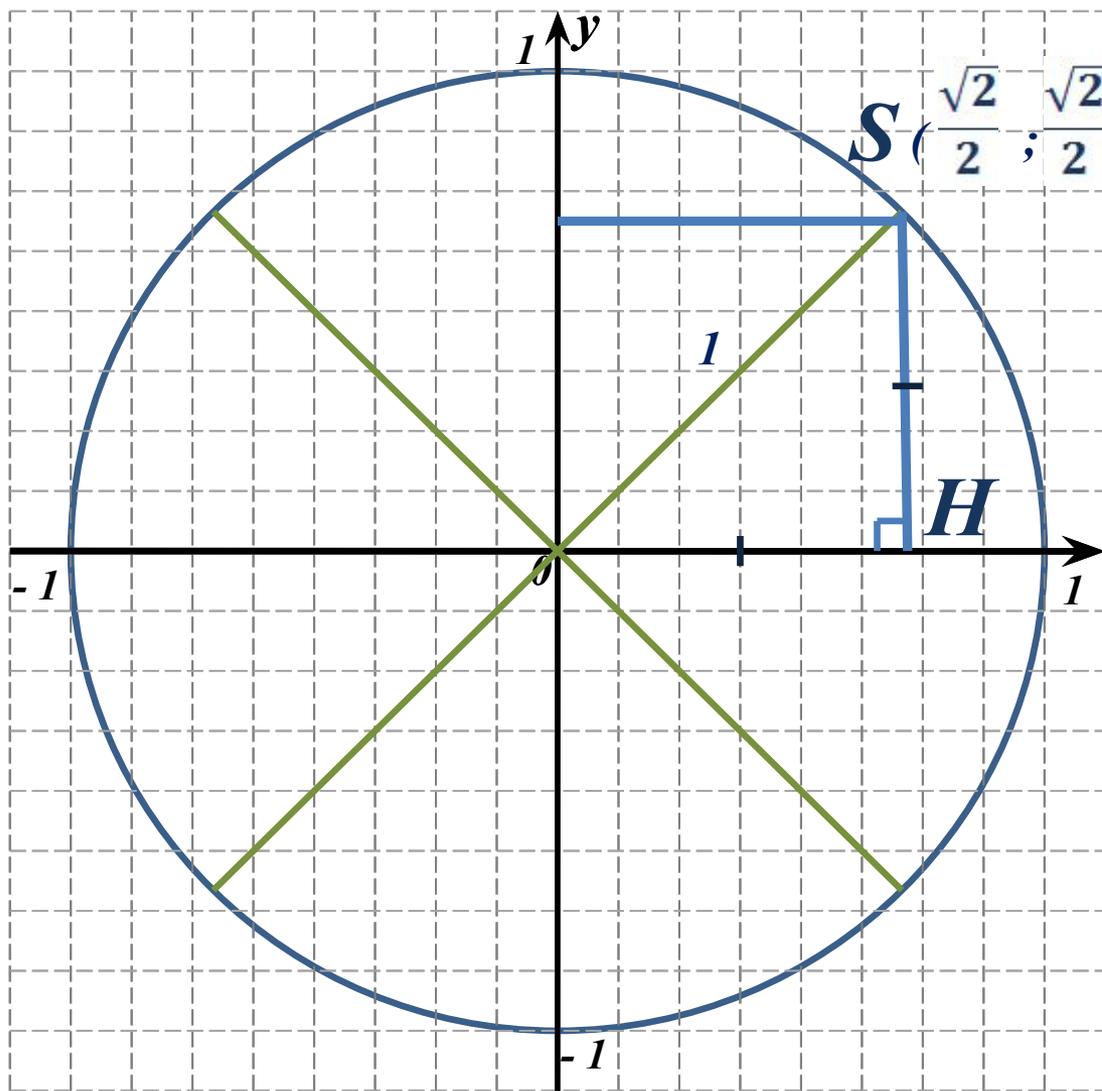
№ 1.1.12



	-30°	120°	150°
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

	-270°	210°	-330°
$\sin \alpha$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	не существ.	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим треугольник OSH ,
прямоугольный и равнобедренный:

$$OS = 1$$

По теореме Пифагора:

$$SH^2 + OH^2 = SO^2.$$

$$\text{Тогда } \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, известны

координаты точки S .

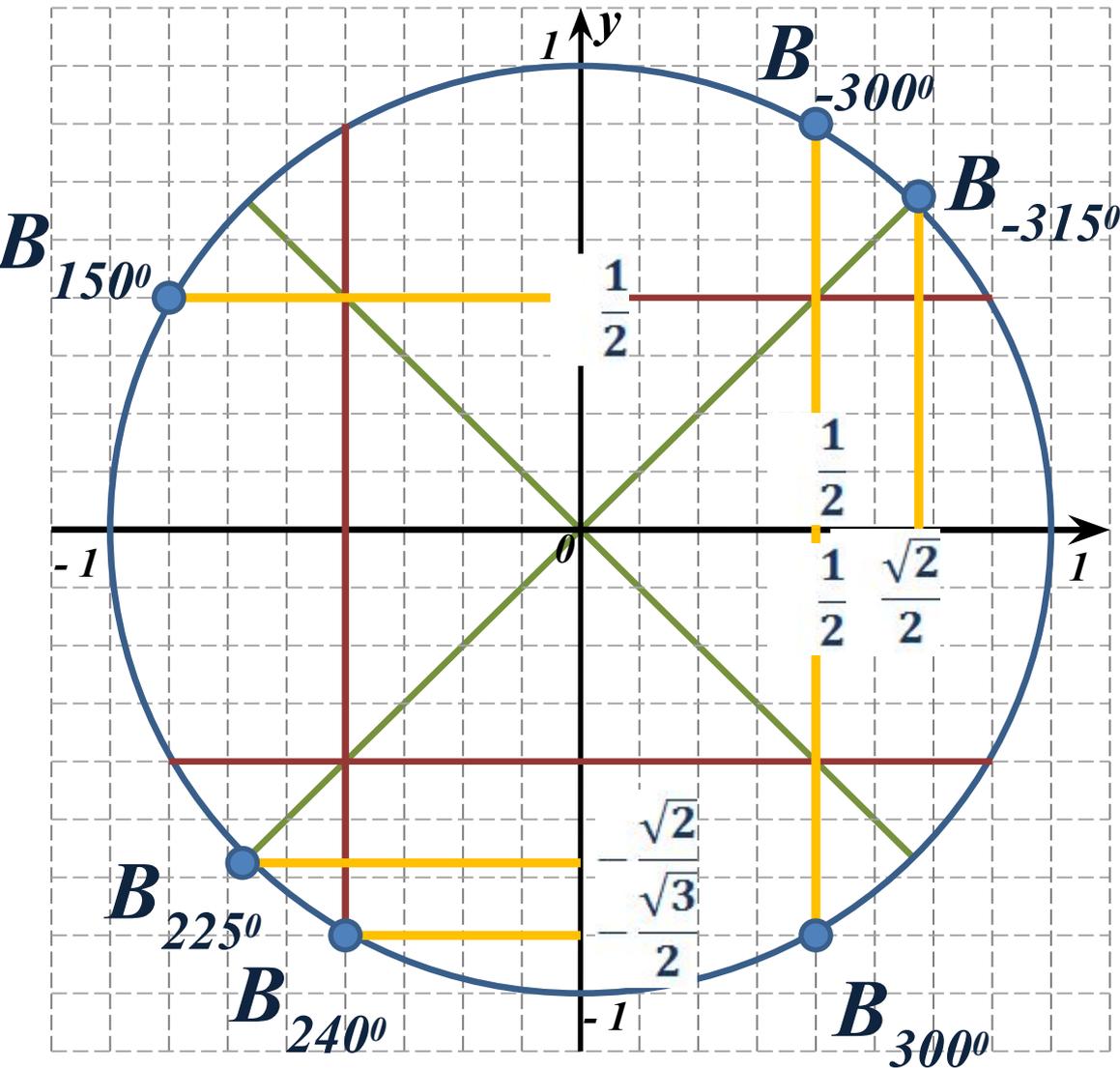
$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

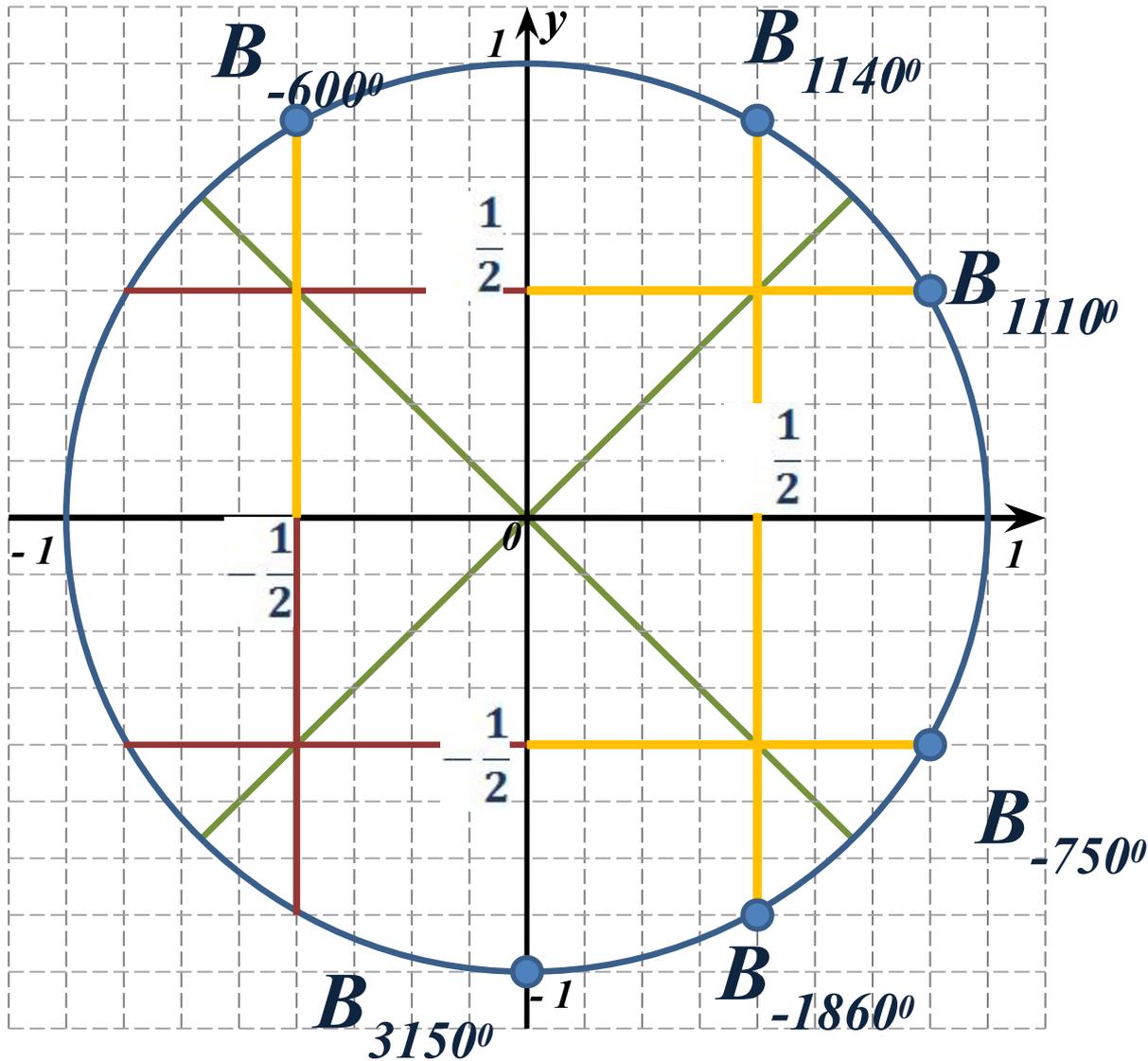
$$\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$$

№ 1.1.14



$$\begin{aligned} \sin 150^{\circ} &= \frac{1}{2} \\ \cos (-315)^{\circ} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 225^{\circ} &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 300^{\circ} &= \frac{1}{2} \\ \sin 240^{\circ} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos (-300)^{\circ} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

№ 1.1.15



$$\sin(-750^{\circ}) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 1110^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\cos 1140^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-1860)^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 3150^{\circ} = -1$$

$$\cos(-600)^{\circ} = -\frac{1}{2}$$

Nº 1.1.17

$$\begin{aligned} \sin(-1470^\circ) &= -\frac{1}{2} \\ \cos 1740^\circ &= \frac{1}{2} \\ \sin(-2100)^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 3360^\circ &= -\frac{1}{2} \\ \sin(-1320)^\circ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos 3000^\circ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

