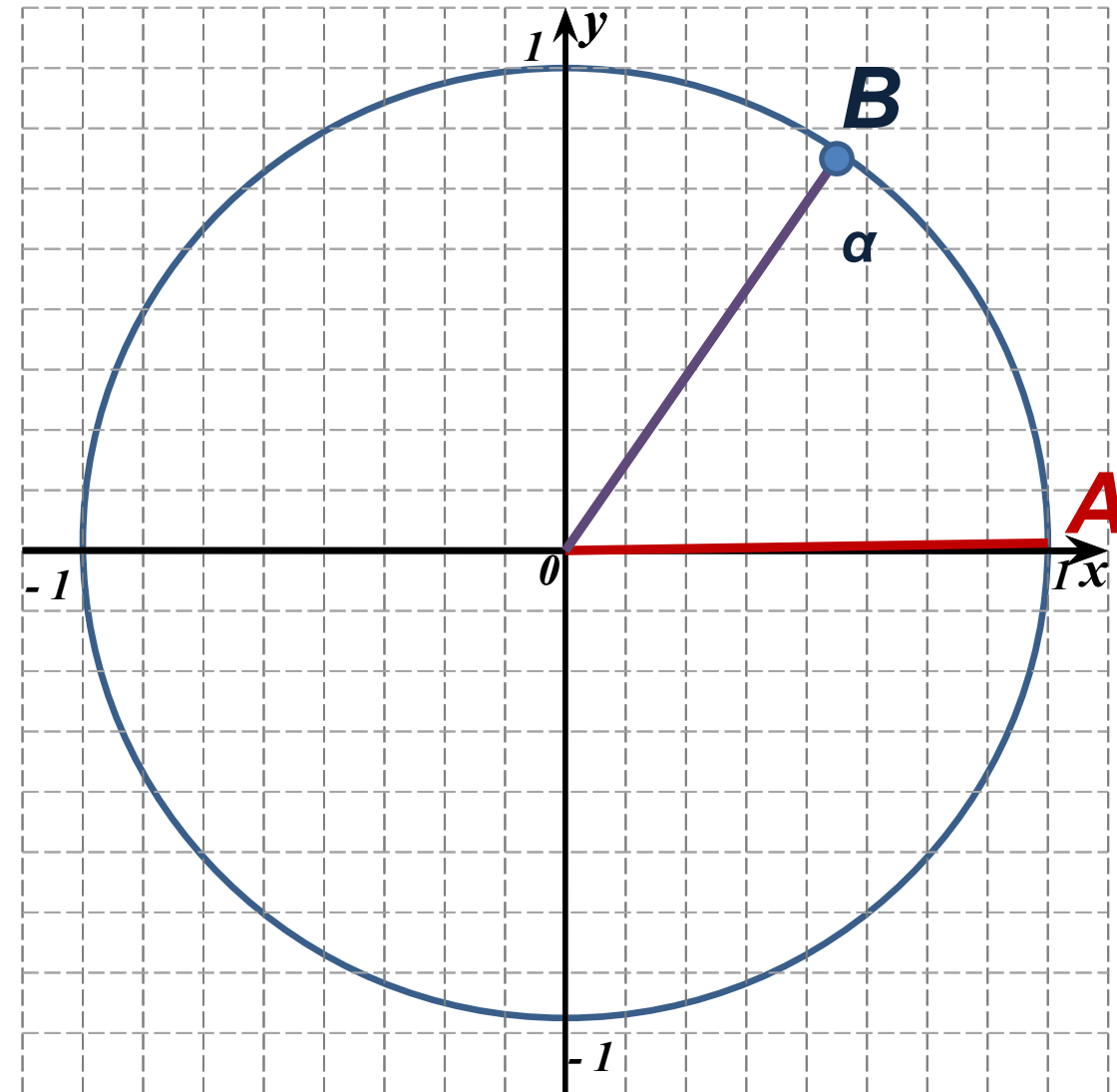


Тригонометрическая окружность

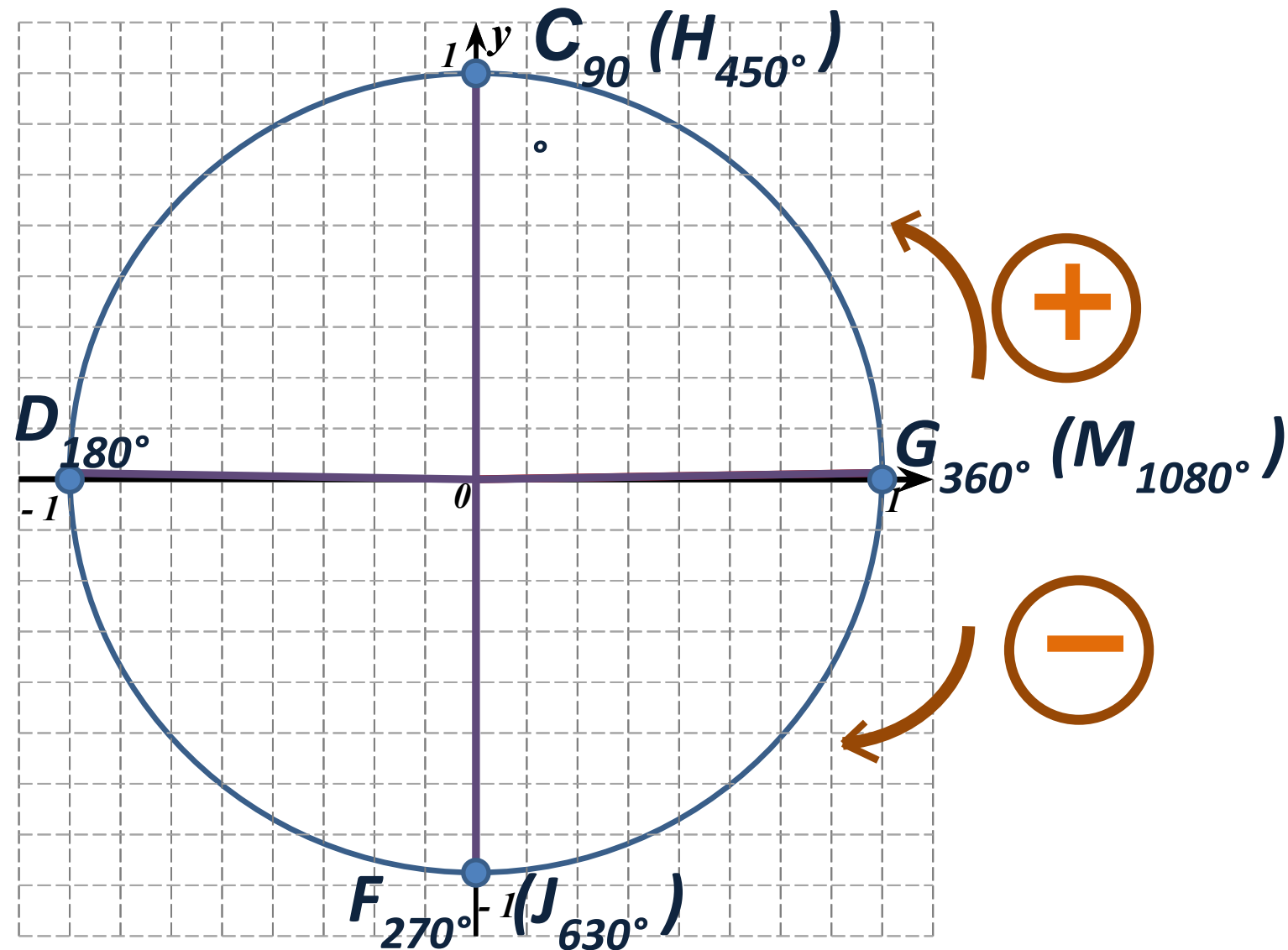


Изобразим в системе координат окружность единичного радиуса.

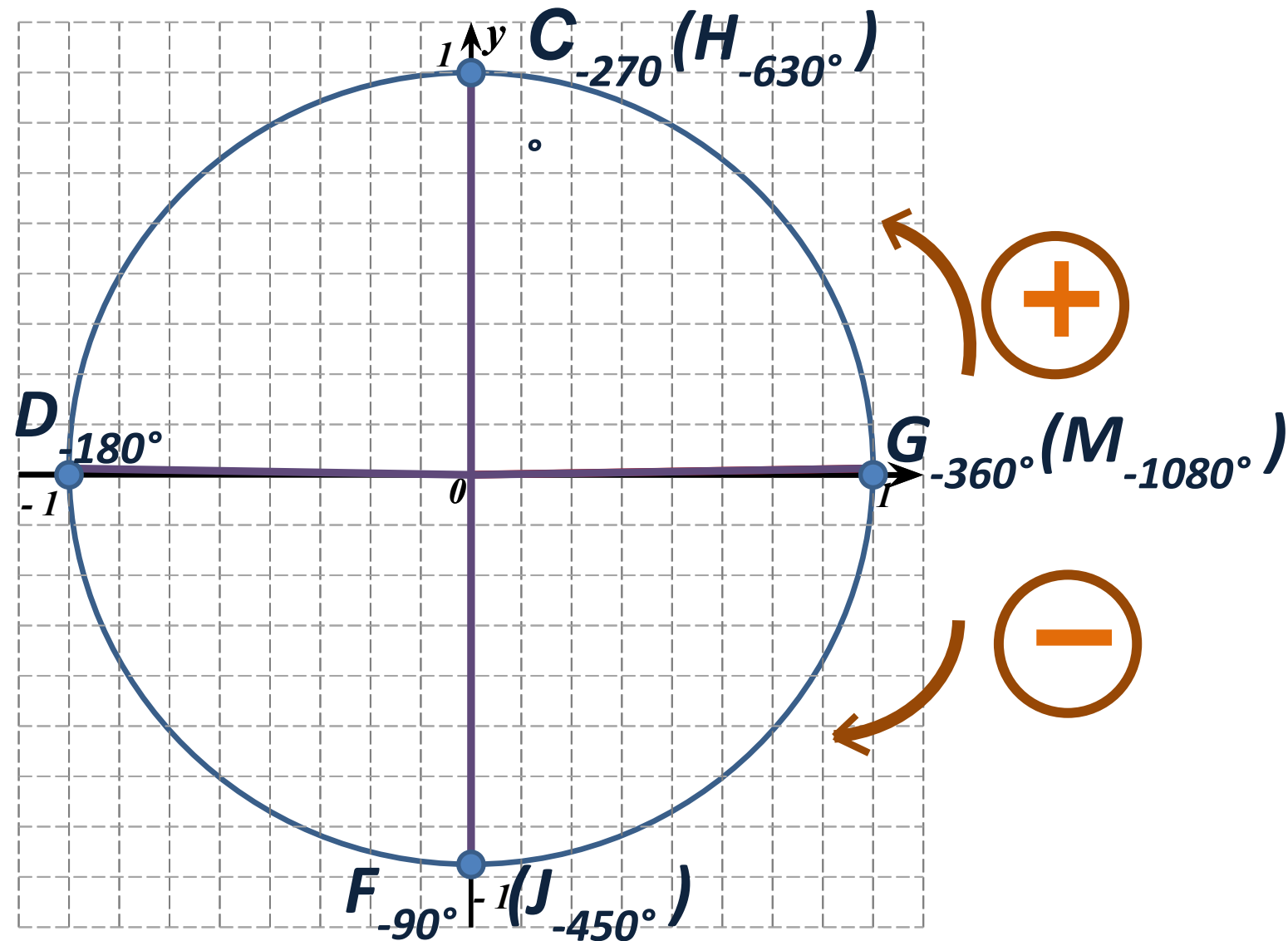
Построим радиус OA , лежащий на положительной полуоси Ox .

От начального радиуса против часовой стрелки отложим угол α , на пересечении с окружностью получим точку B_α .

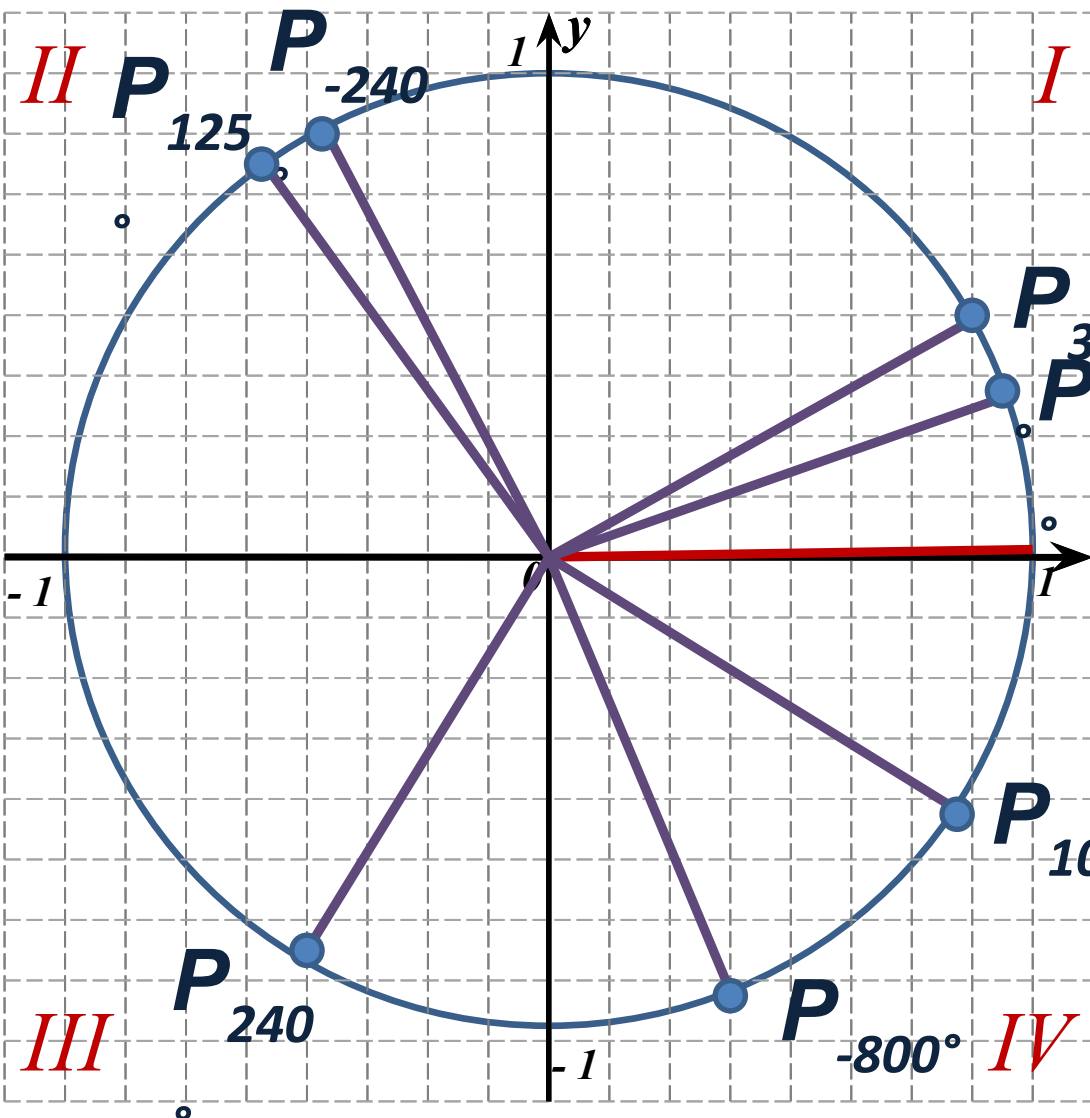
Тригонометрическая окружность



Тригонометрическая окружность



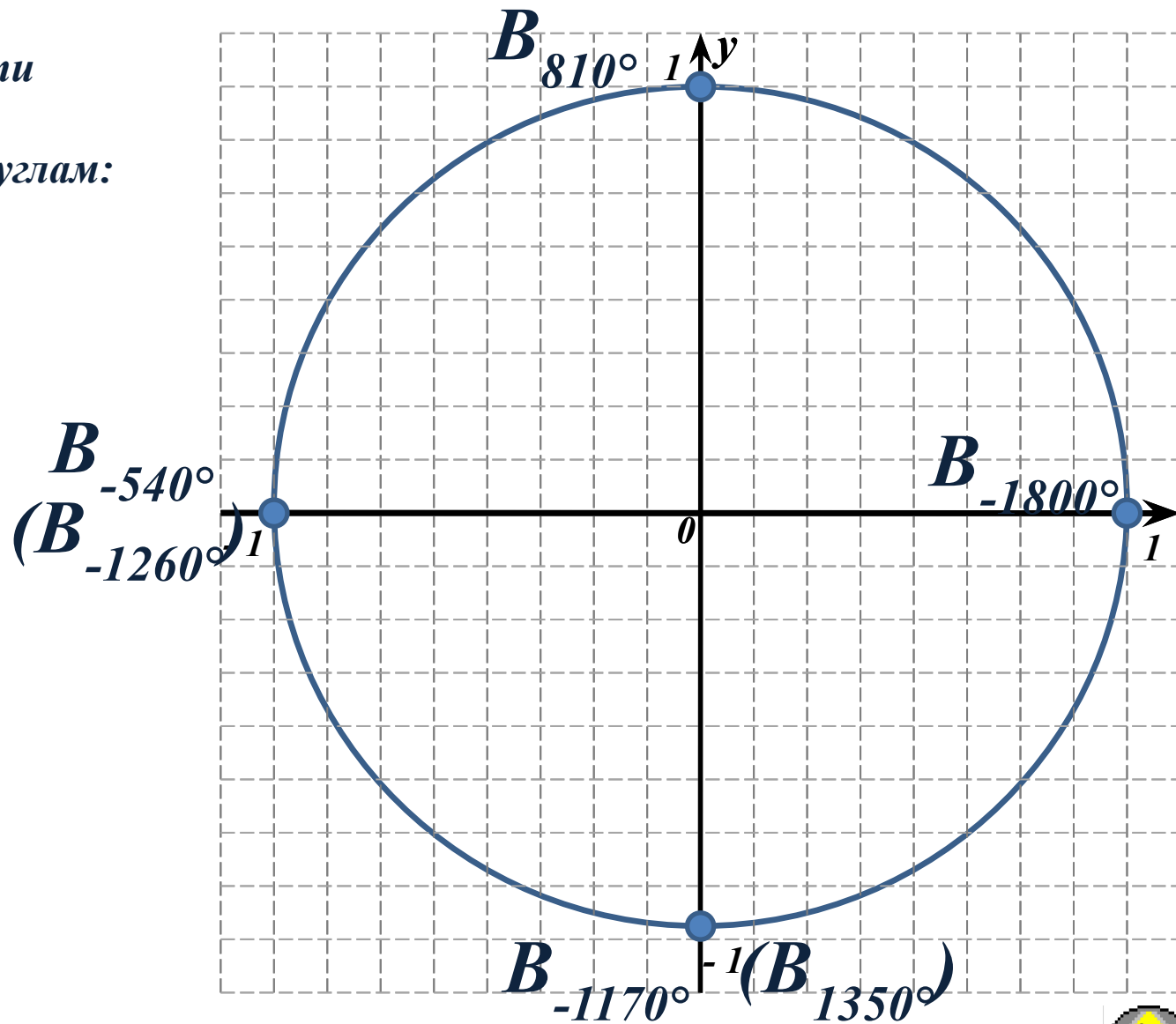
Какой четверти принадлежит точка?



- а) P_{30° I четверти
- б) P_{240° III четверти
- в) $P_{-240^\circ} \in$ II четверти
- г) $P_{125^\circ} \in$ II четверти
- д) $P_{-340^\circ} \in$ I четверти
- е) $P_{1040^\circ} \in$ IV четверти
- ж) $P_{-800^\circ} \in$ IV четверти



а) -540^0 ;
б) 810^0 ;
в) -1170^0 ;
г) 1350^0 ;
д) -1260^0 ;
е) -1800^0

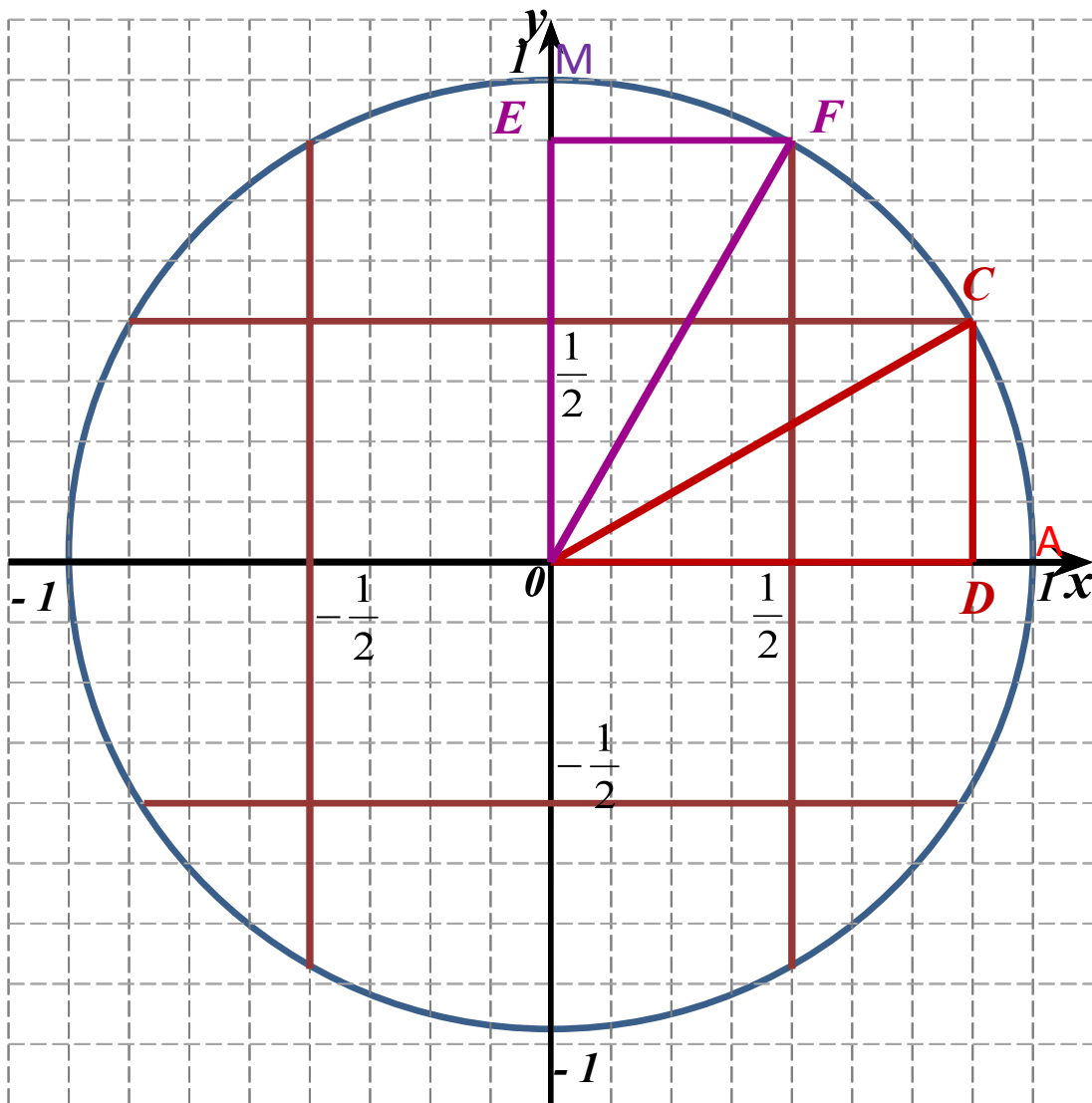


**1.1.5 В какой четверти
будет лежать точка:**

- а) $P_{30^\circ} \in I$ четв.;**
- б) $P_{-230^\circ} \in III$ четв.;**
- в) $P_{-560^\circ} \in II$ четв.;**
- г) $P_{130^\circ} \in II$ четв.;**
- д) $P_{-228^\circ} \in II$ четв.;**
- ж) $P_{1254^\circ} \in II$ четв.;**
- з) $P_{-1347^\circ} \in II$ четв.;**
- и) $P_{-730^\circ} \in IV$ четв.;**
- к) $P_{-50^\circ} \in IV$ четв.;**



Изображение на тригонометрической окружности некоторых углов



Возьмем тригонометрическую окружность и проведем через середины единичных отрезков прямые, параллельные соответствующим осям.

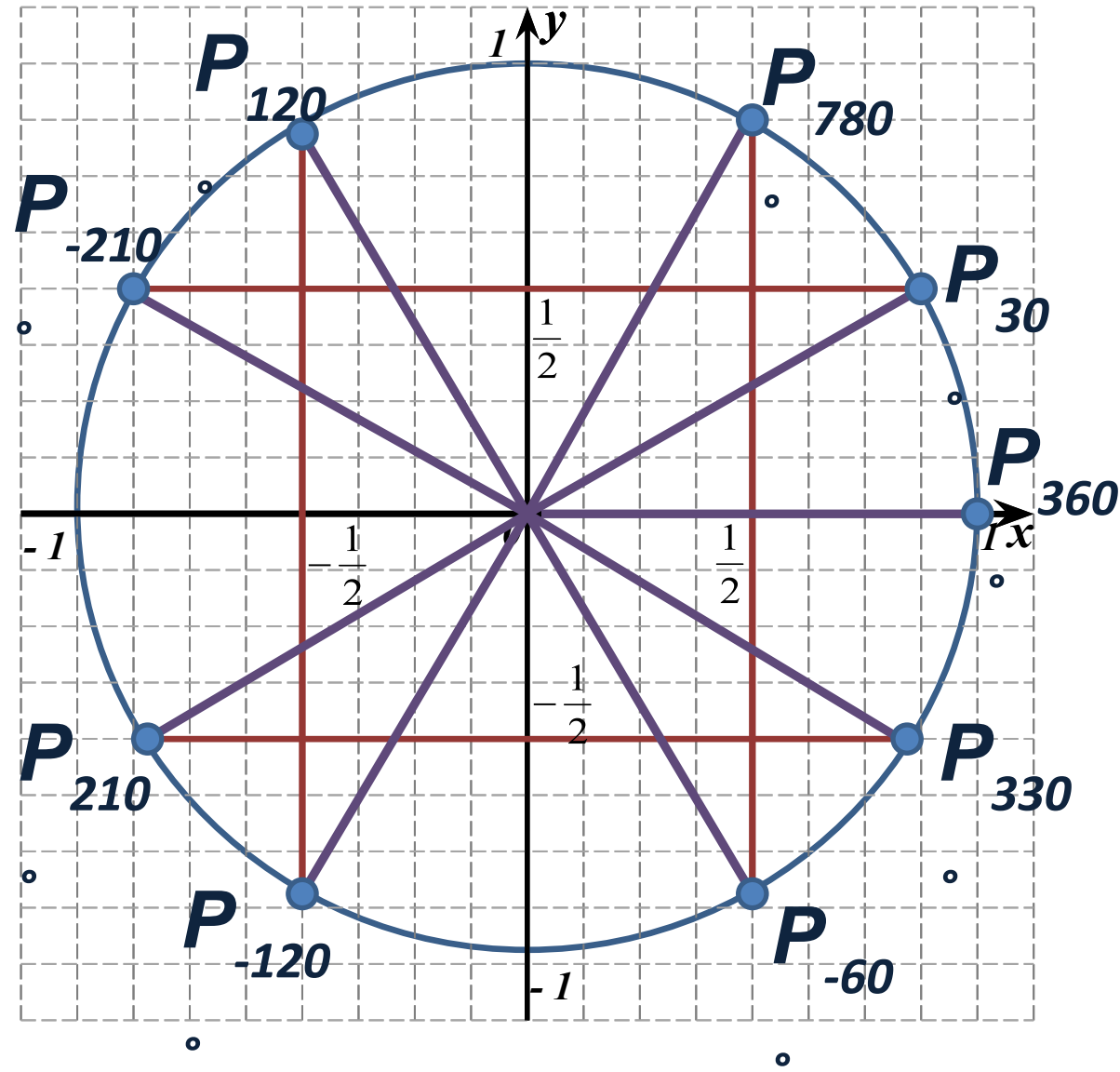
Рассмотрим прямоугольные треугольники OCD и OFE .

$\triangle OCD = \triangle OFE$ (по катету и гипотенузе)

Следовательно дуги AC , CF и FM равны между собой и равны 30° .

Вся окружность оказалась поделена на двенадцать равных между собой дуг, с градусной мерой 30° .

*Изображение на тригонометрической окружности
углов, градусная мера которых кратна 30° .*



№ 1.1.6

а) 30°

б) 120°

в) 210°

г) 330°

д) 780°

е) -60°

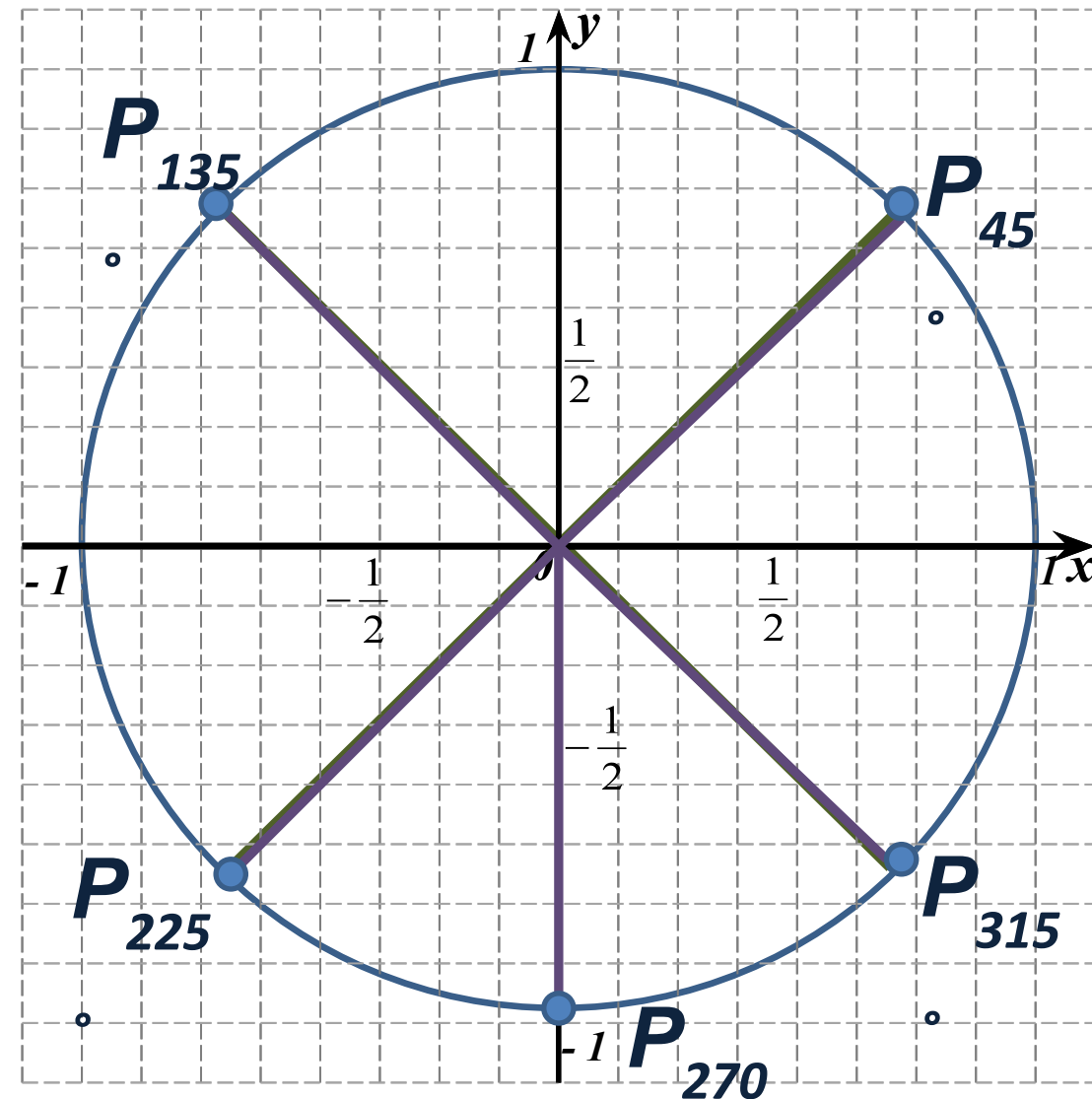
ж) -120°

з) -210°

и) -360°



*Изображение на тригонометрической окружности
углов, градусная мера которых кратна 45° .*



№ 1.1.7

а) 45°

б) 135°

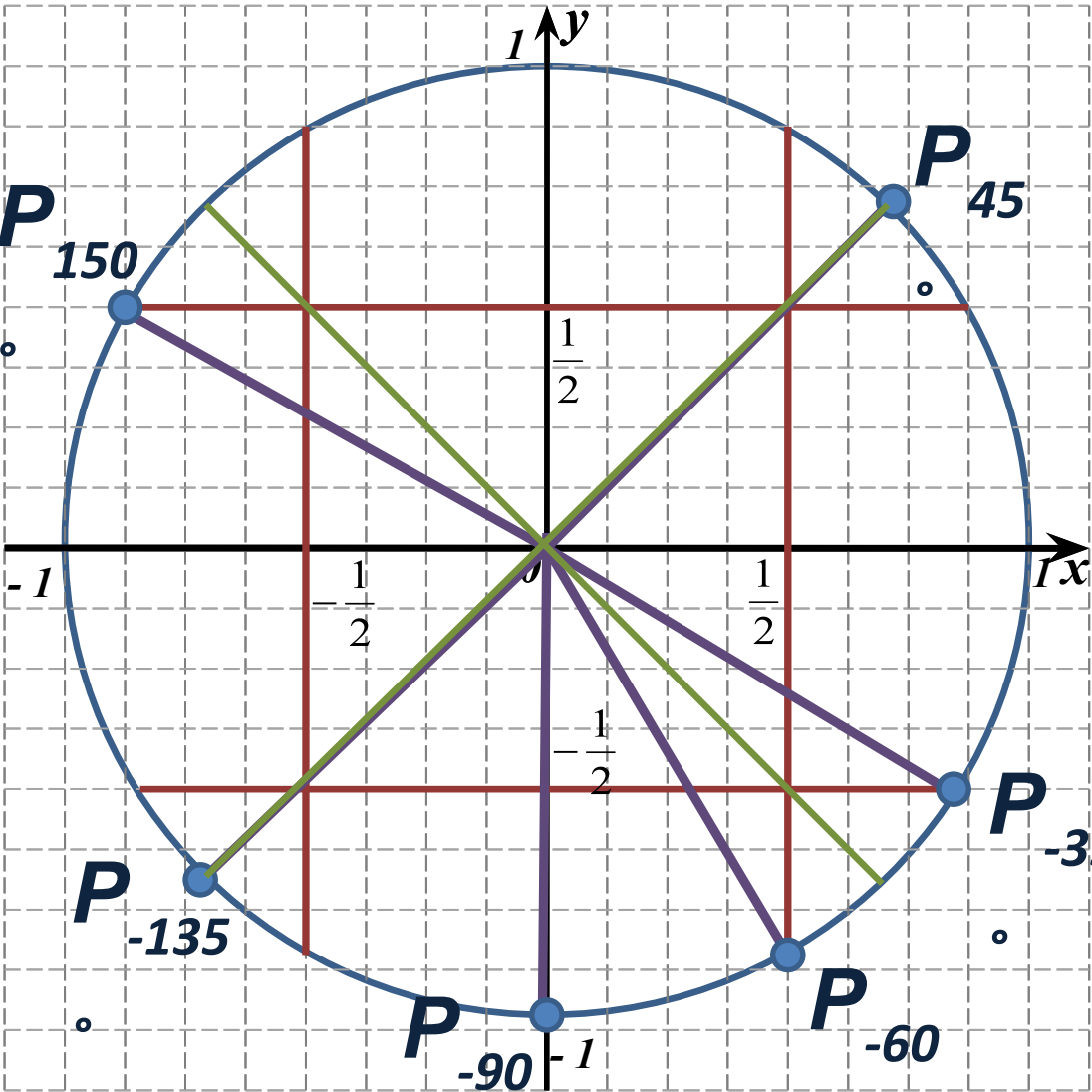
в) 225°

г) 315°

д) 270°



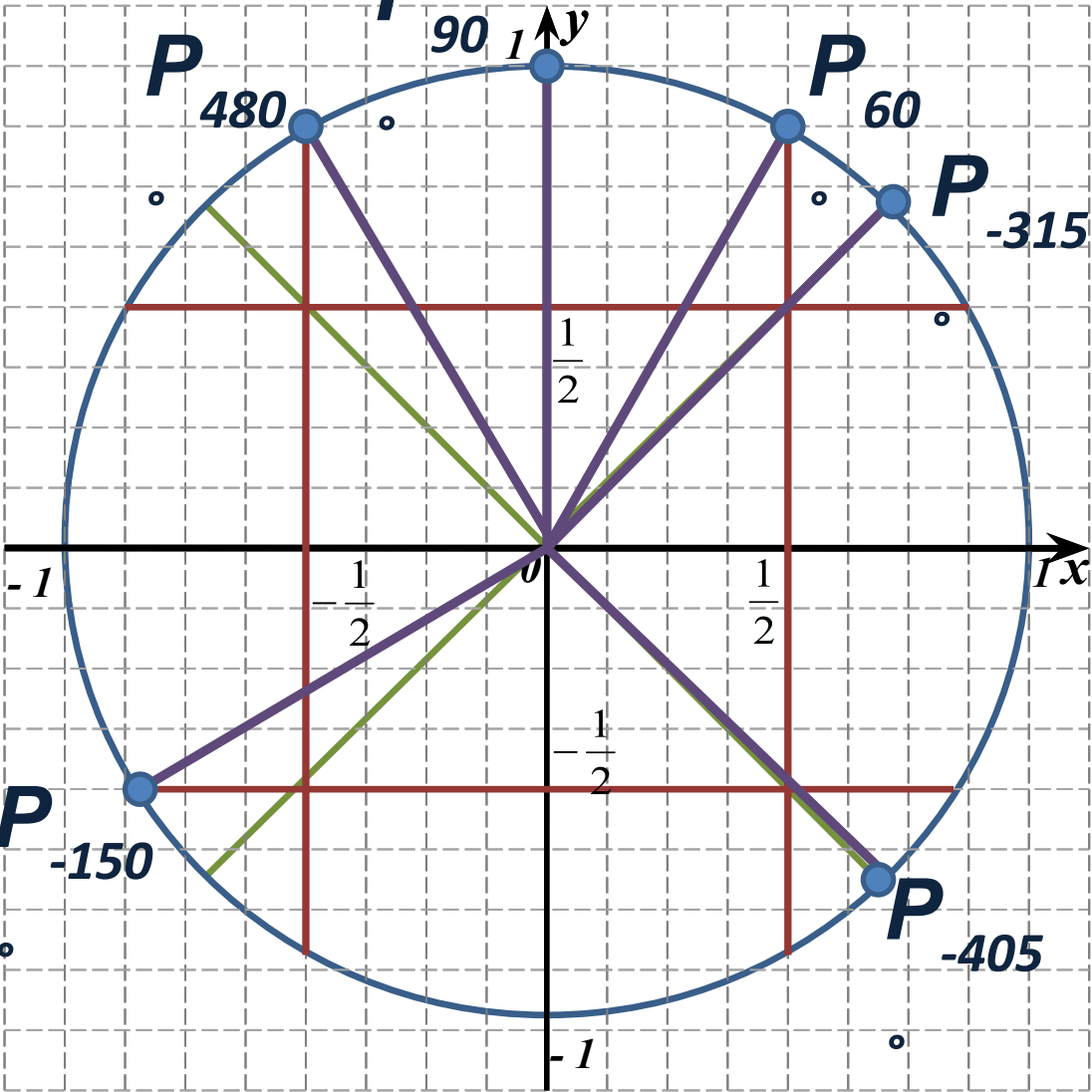
No 1.1.8



- 150°
- 45°
- -60°
- -90°
- -135°
- -390°



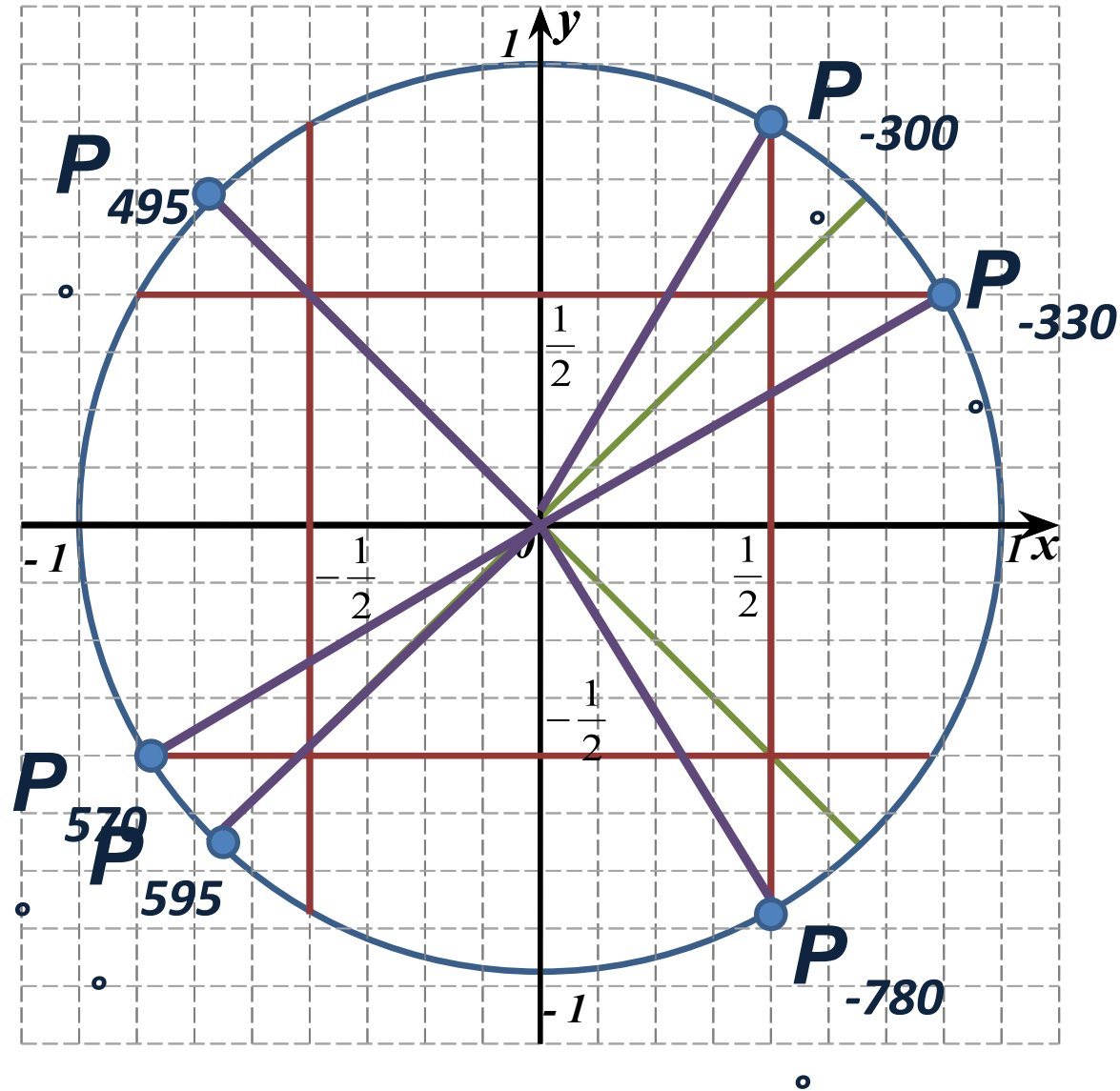
№ 1.1.9



- 90°
- 60°
- -315°
- 480°
- -150°
- -405°



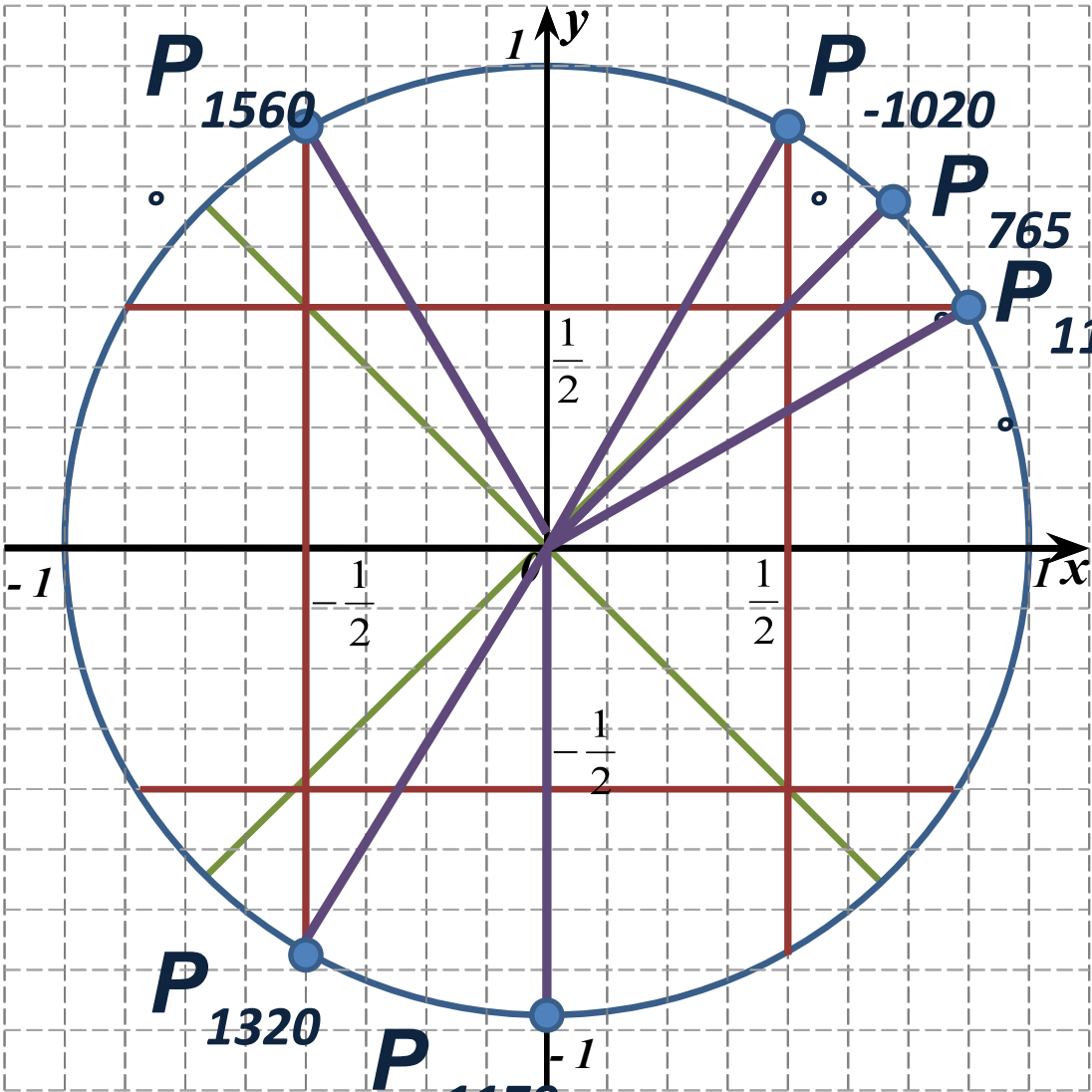
№ 1.1.10



- 495°
- -330°
- 570°
- -300°
- 595°
- -780°



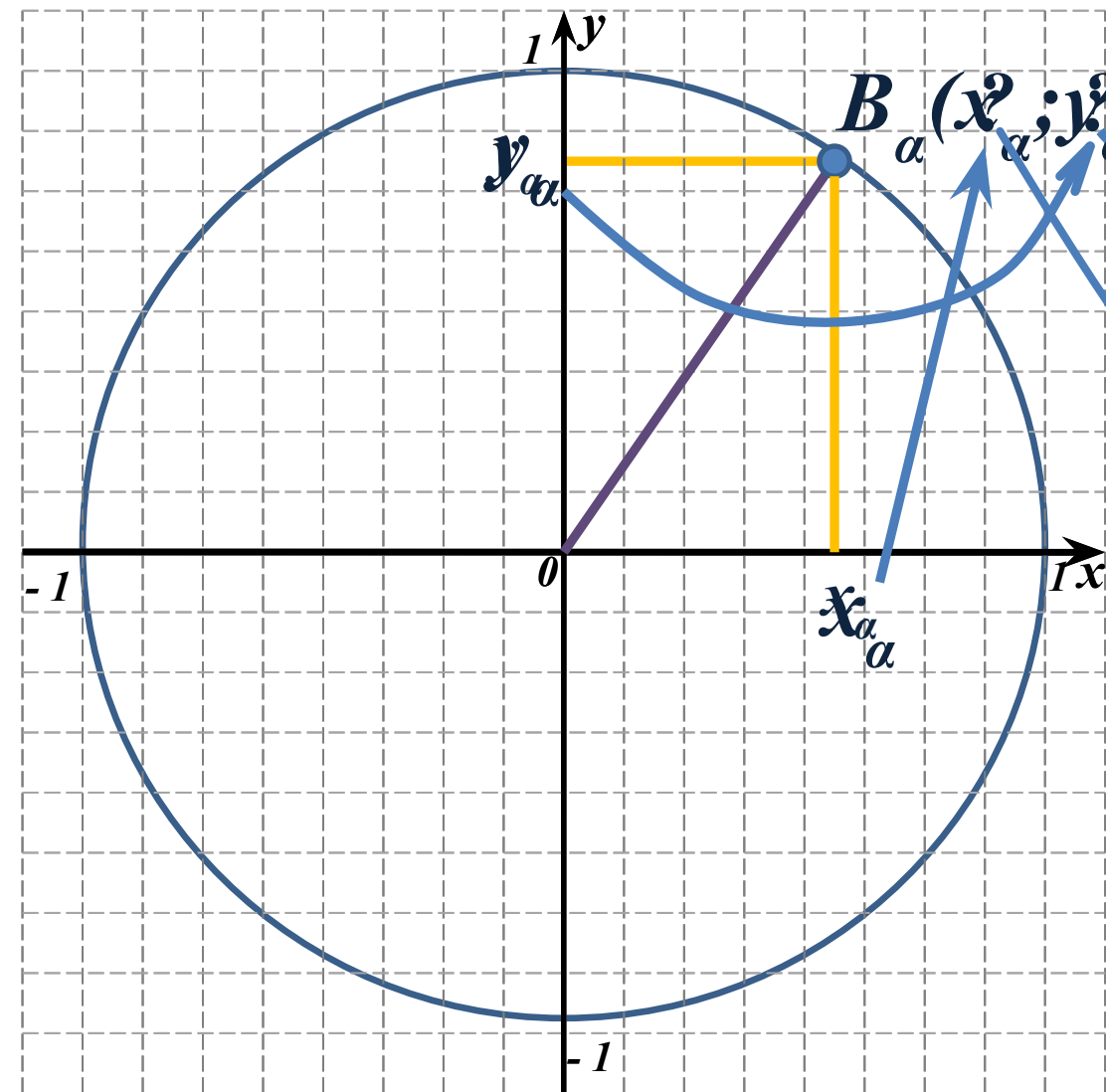
№ 1.1.11



- a) 1110^0
b) -1020^0
в) 765^0
г) 1560^0
д) 1320^0
e) -1170^0



Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла



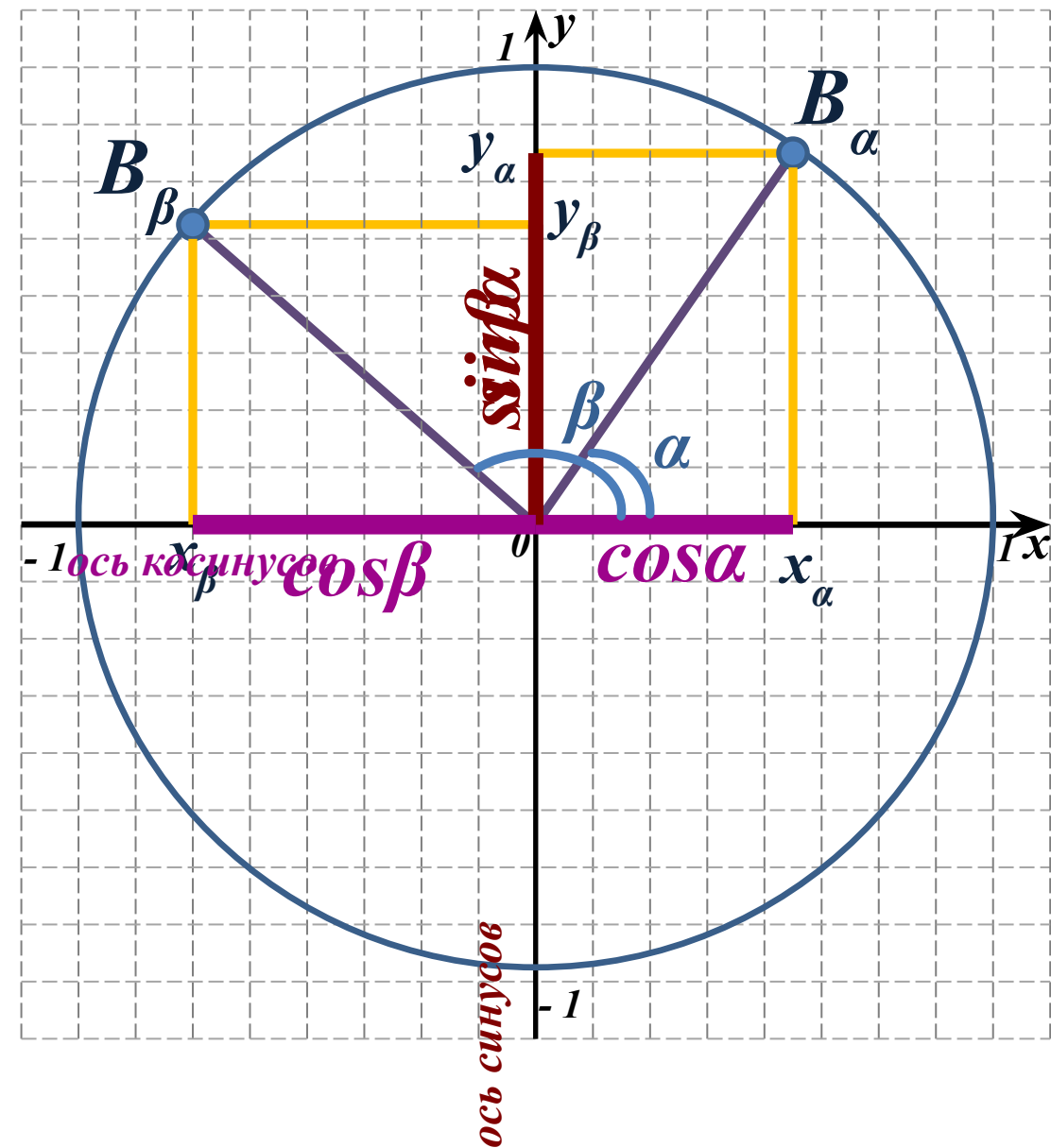
$$\sin \alpha =$$

$$\cos \alpha =$$

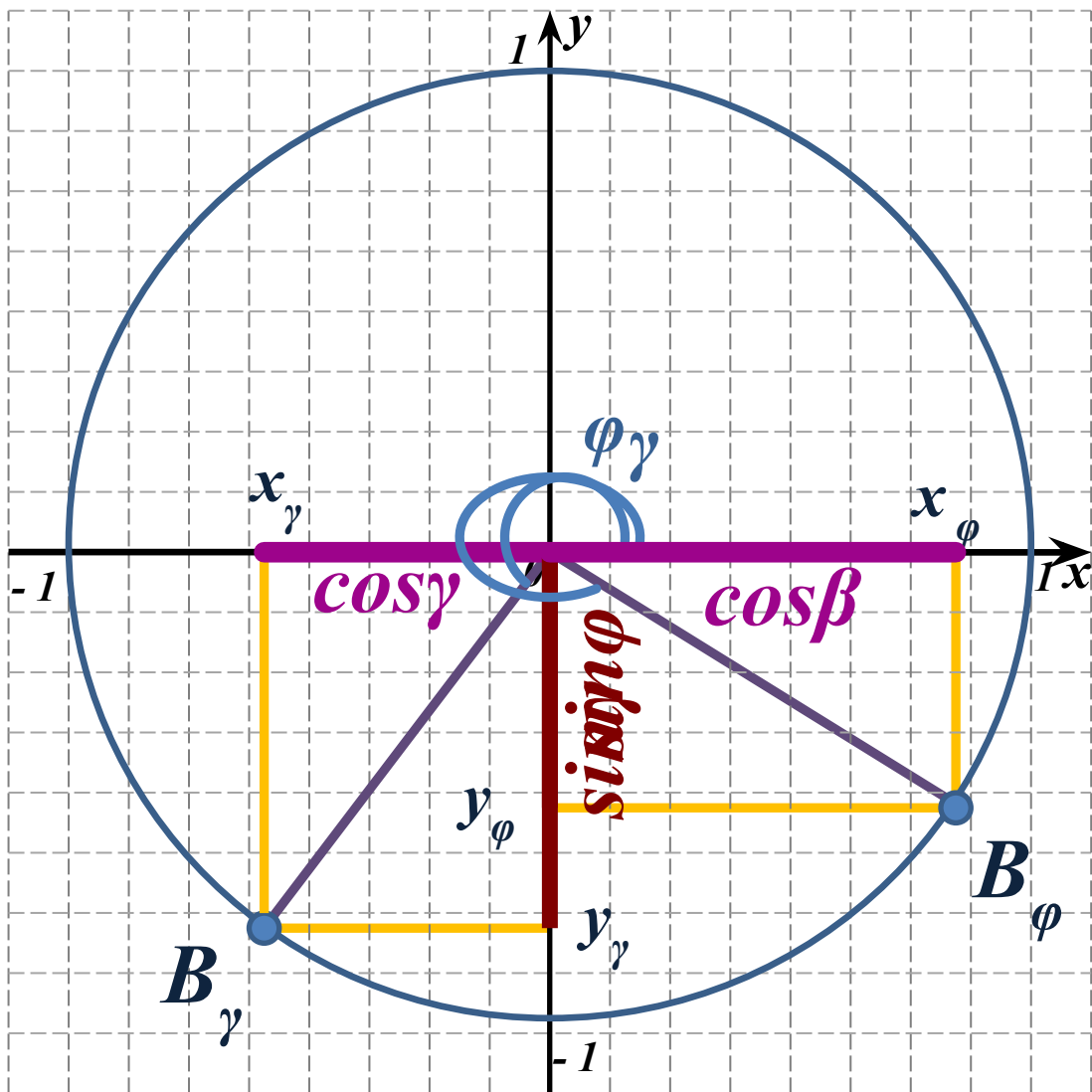
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_{\alpha}}{x_{\alpha}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x_{\alpha}}{y_{\alpha}}$$

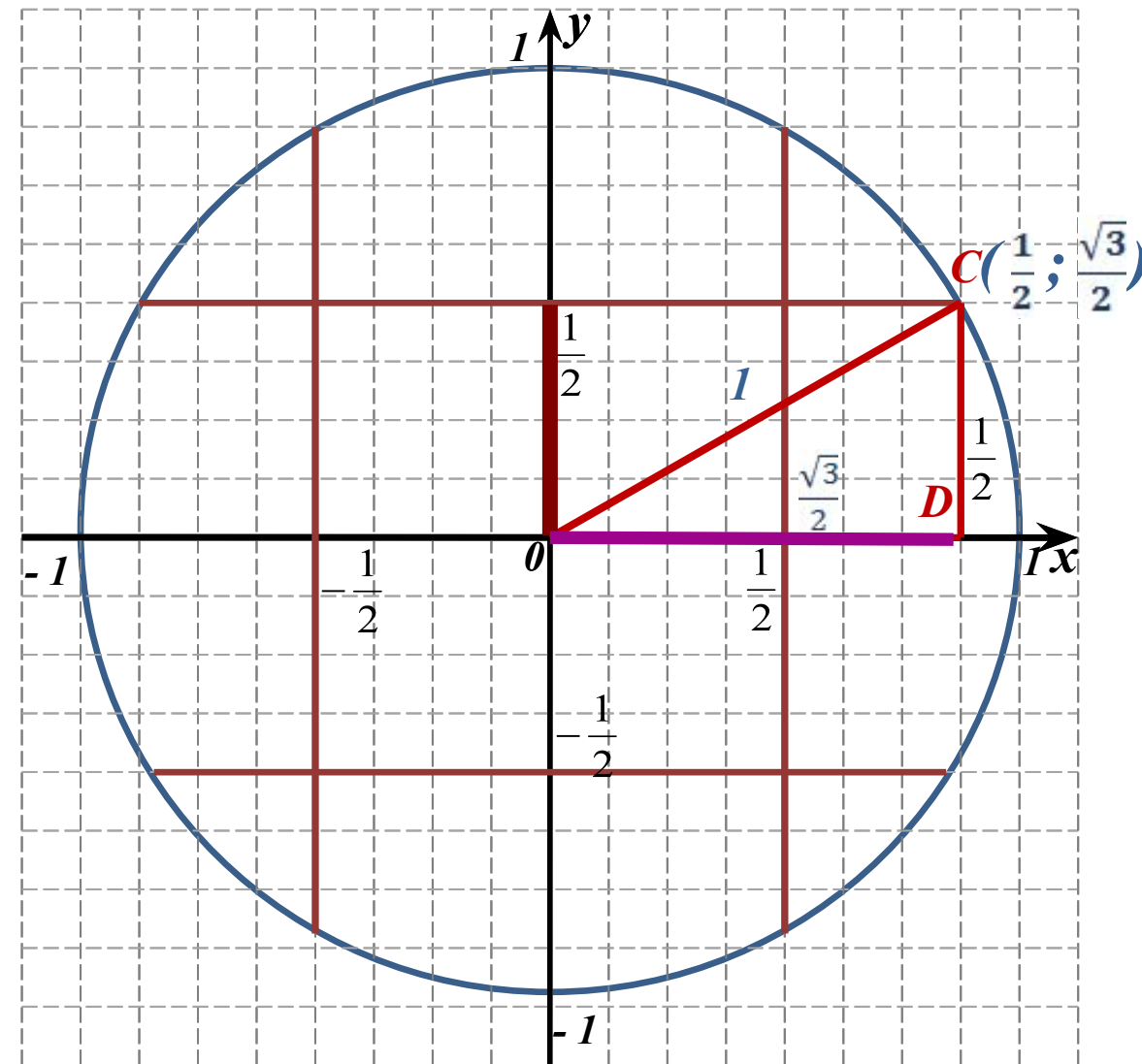
*Определения синуса,
косинуса, тангенса и
котангенса
произвольного угла*



*Определения синуса,
косинуса, тангенса и
котангенса
произвольного угла*



Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим
прямоугольный $\triangle OCD$:

$$CD = \frac{1}{2}; \quad OC = 1$$

Тогда по теореме
Пифагора:

$$OD = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

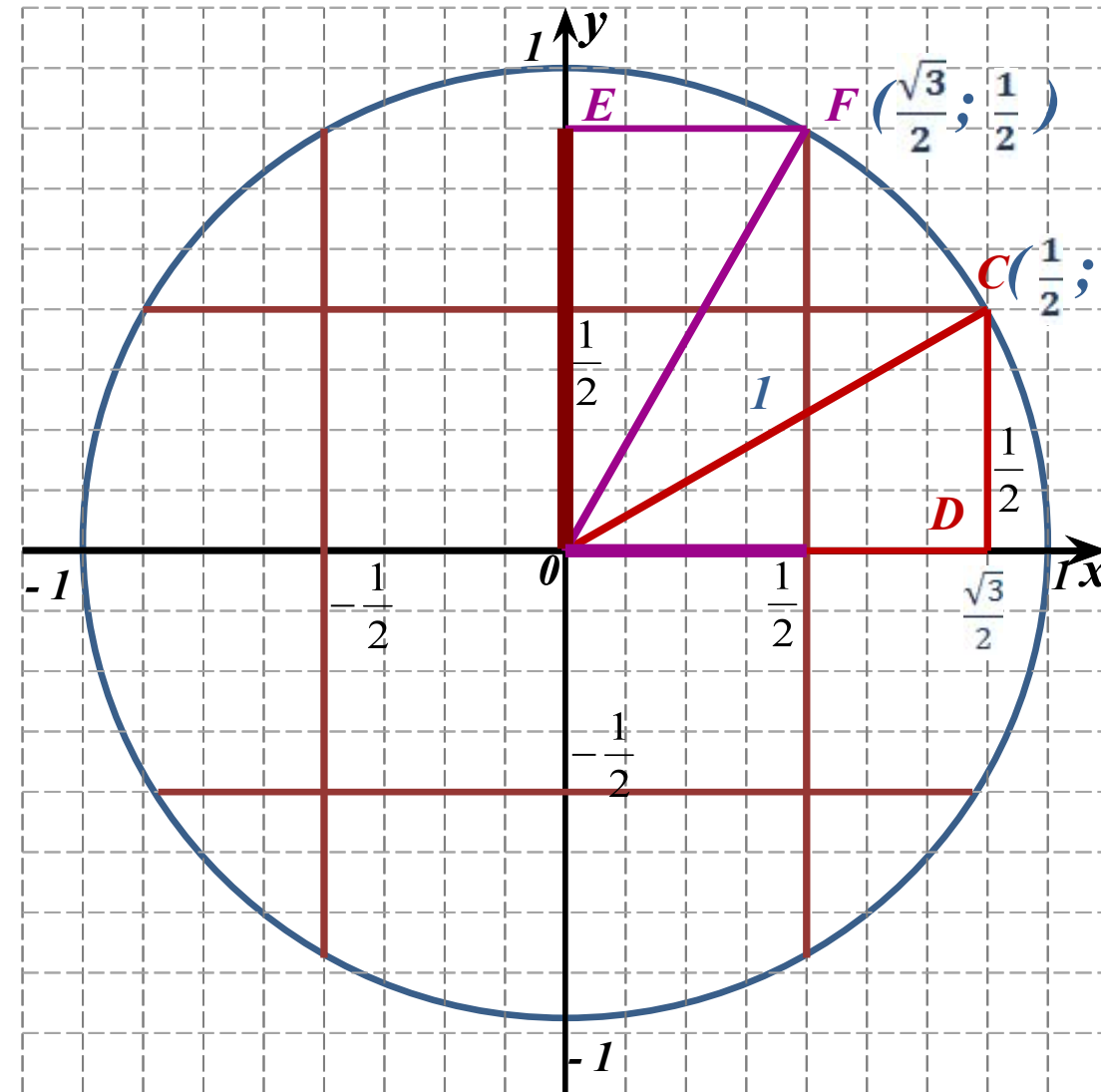
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$$

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим $\triangle OEF$:

$\triangle OEF = \triangle OCD$
(по гипотенузе и катету)

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

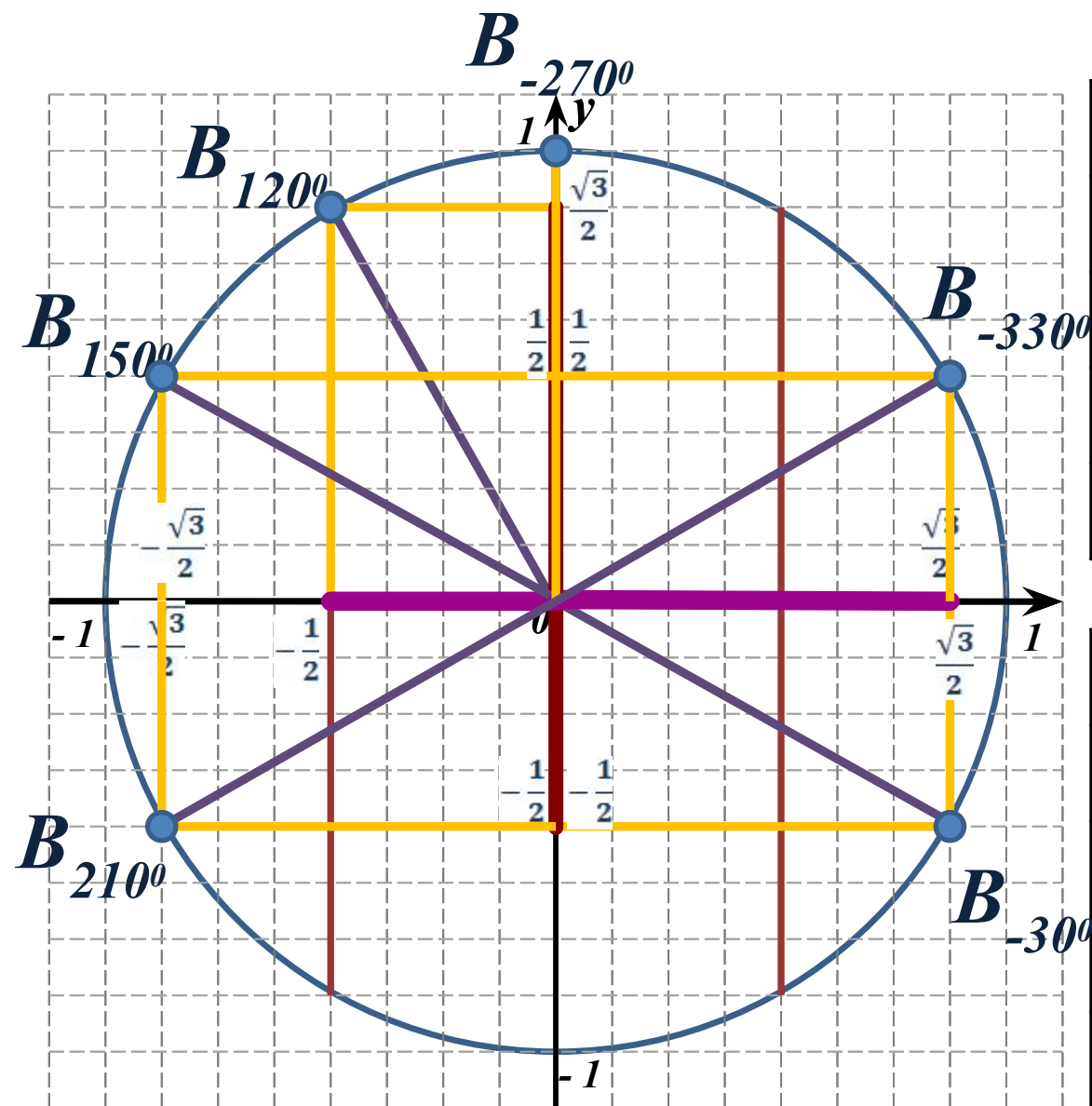
$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Таким образом легко находятся
значения синуса, косинуса,
тангенса и котангенса углов
кратных 30° .

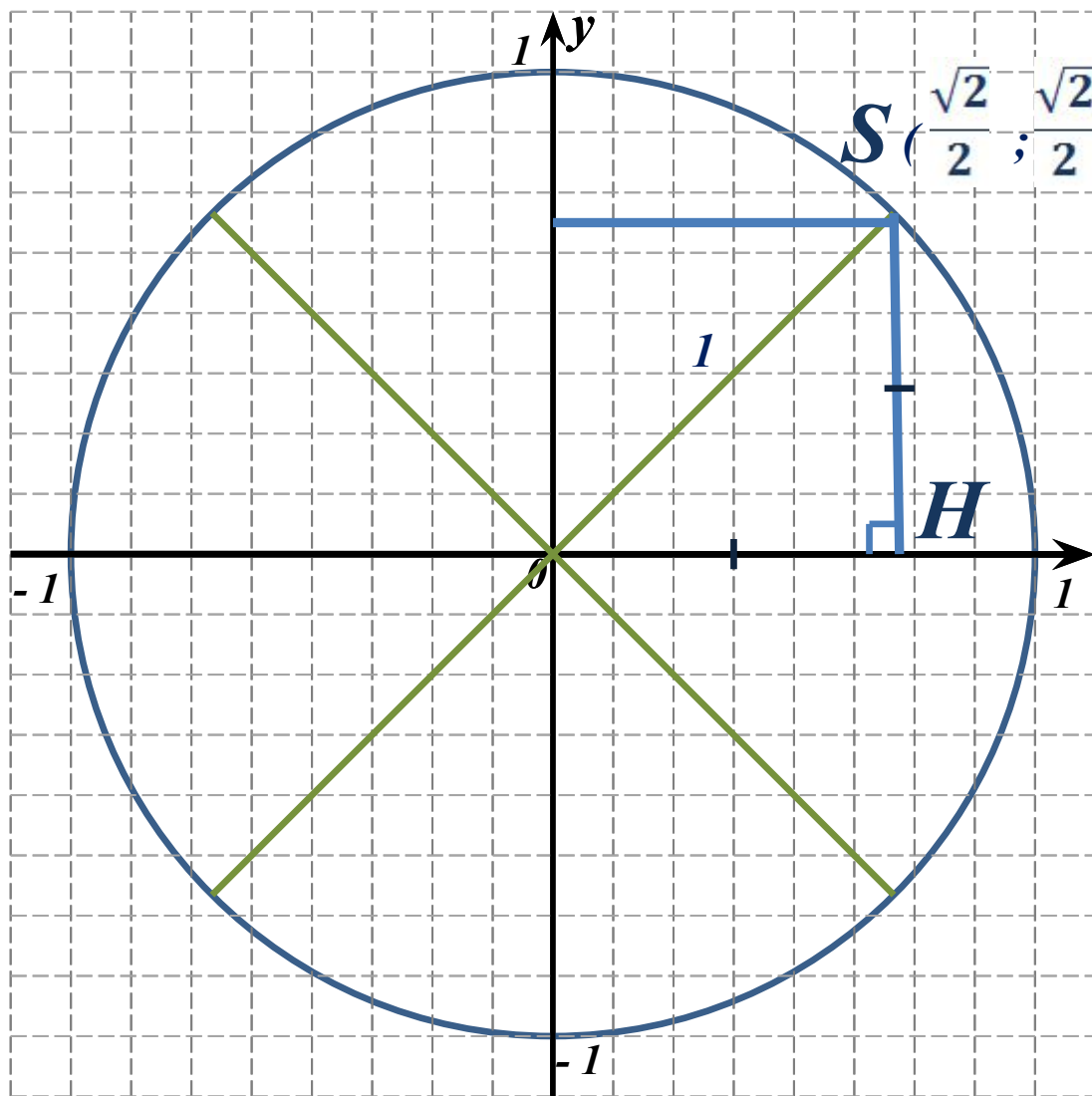
№ 1.1.12



	-30°	120°	150°
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

	-270°	210°	-330°
$\sin \alpha$	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	не существ.	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим треугольник OSH ,
прямоугольный и равнобедренный:

$$OS = 1$$

По теореме Пифагора:

$$SH^2 + OH^2 = SO^2.$$

$$\text{Тогда } \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, известны
координаты точки S .

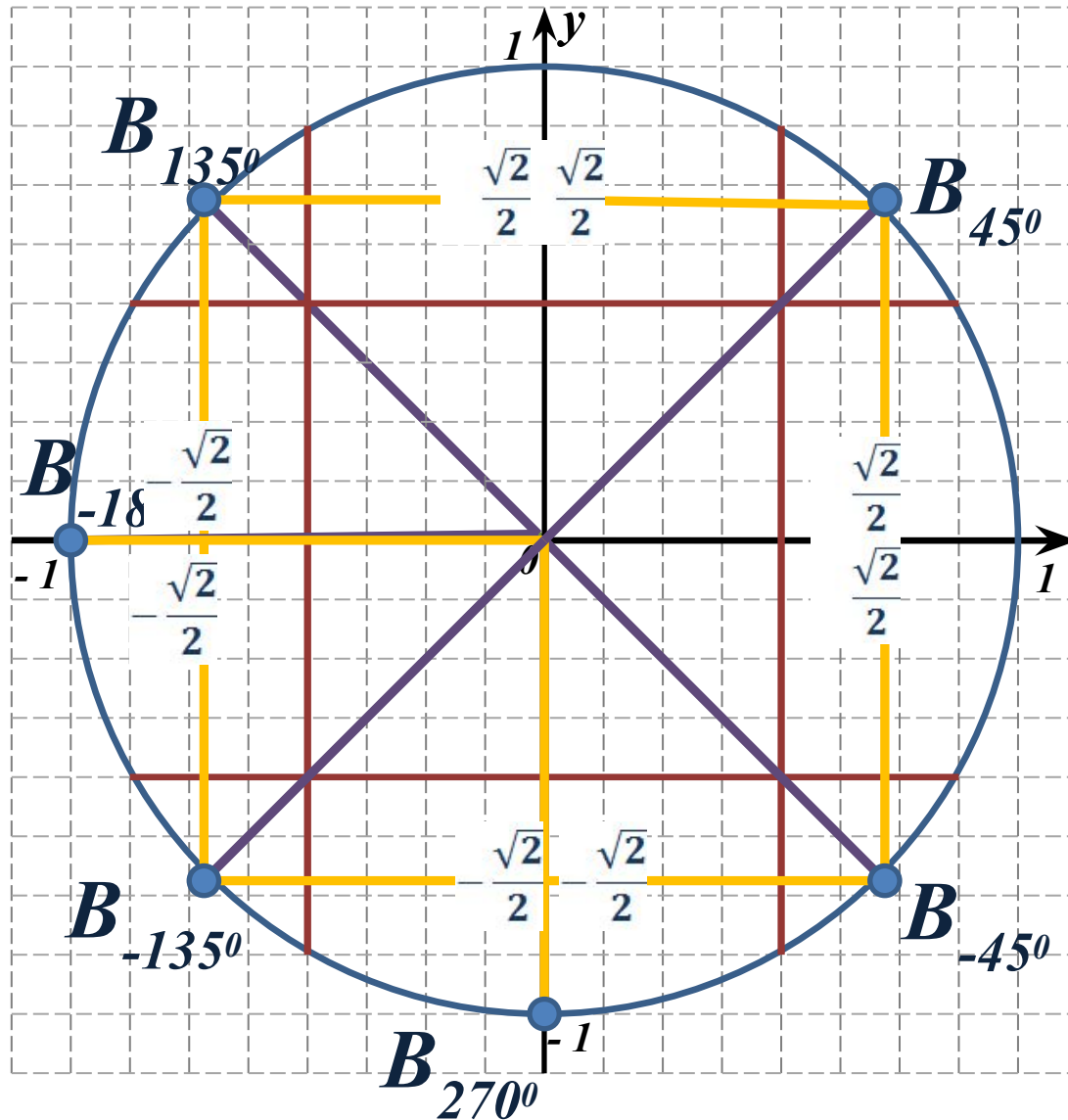
$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$$

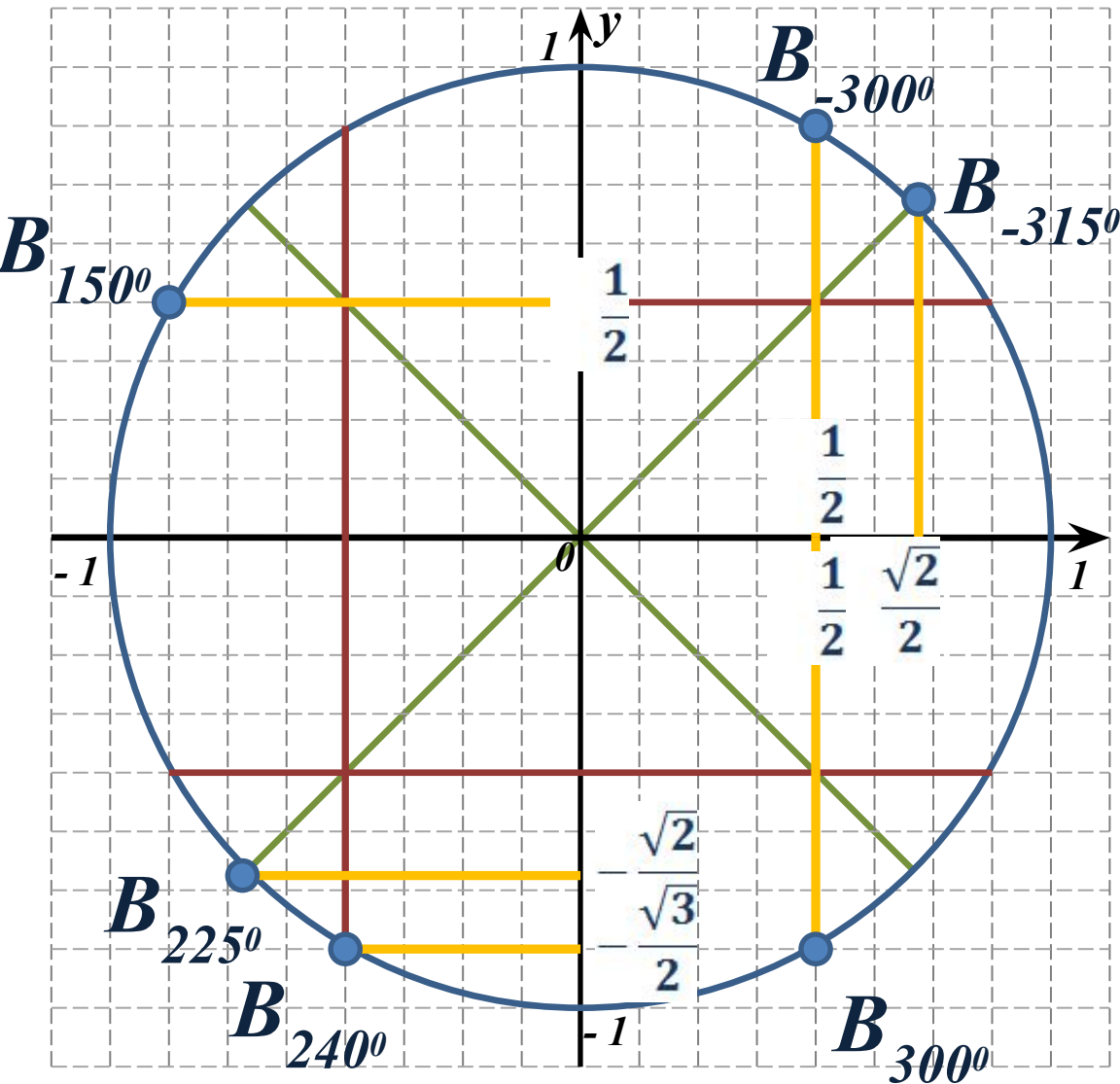
№ 1.1.13



	-45°	135°	-180°
$\sin \alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	-1	-1	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-1	-1	не существ.

	-135°	270°	45°
$\sin \alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos \alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	1	не существ.	1
$\operatorname{ctg} \alpha$	1	0	1

№ 1.1.14



$$\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos (-315)^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

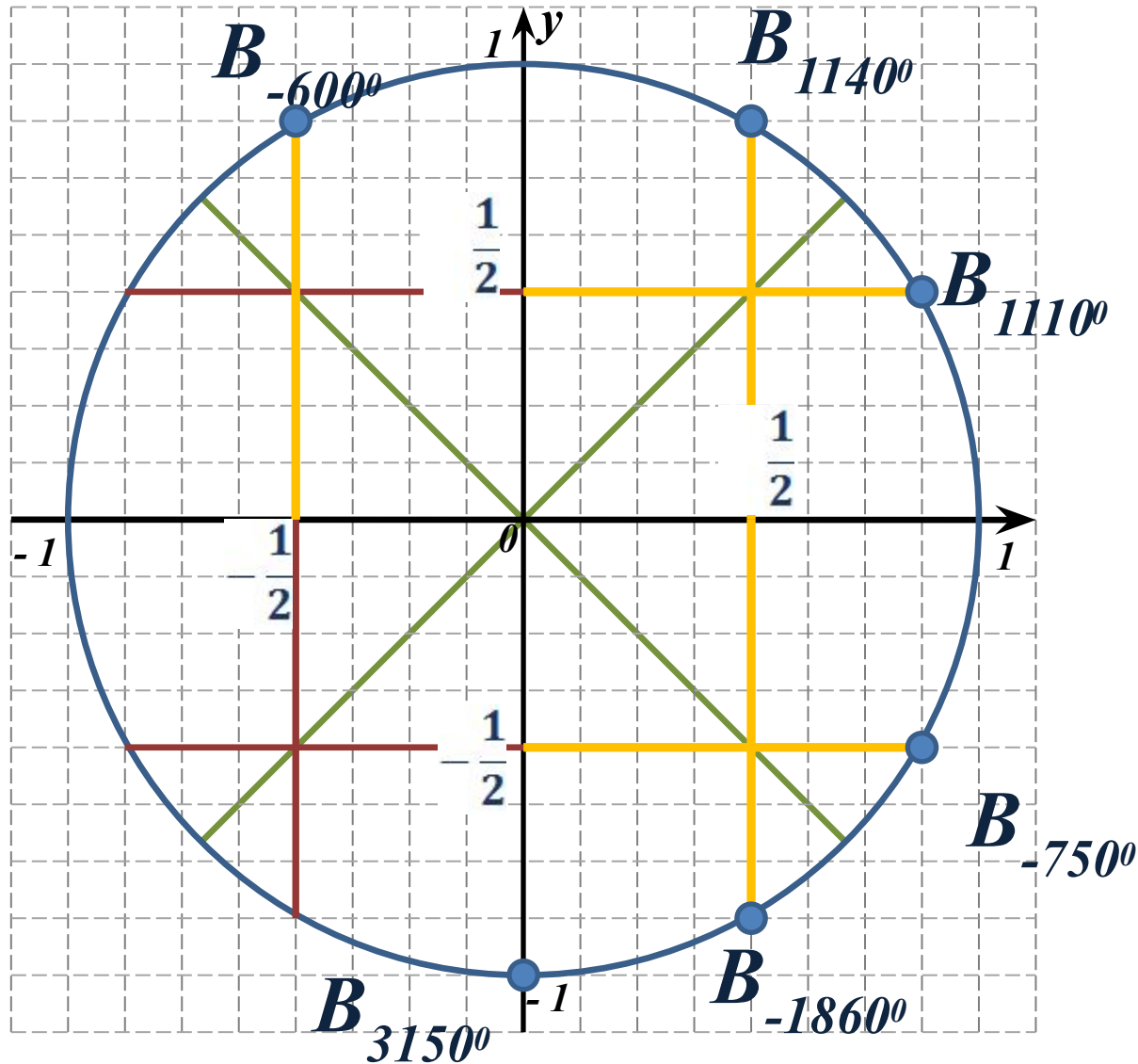
$$\sin 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 300^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos (-300)^\circ = \frac{1}{2}$$

№ 1.1.15



$$\sin(-750^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 1110^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 1140^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-1860)^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin 3150^\circ = -1$$

$$\cos(-600)^\circ = -\frac{1}{2}$$

№ 1.1.16

$$\cos 390^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

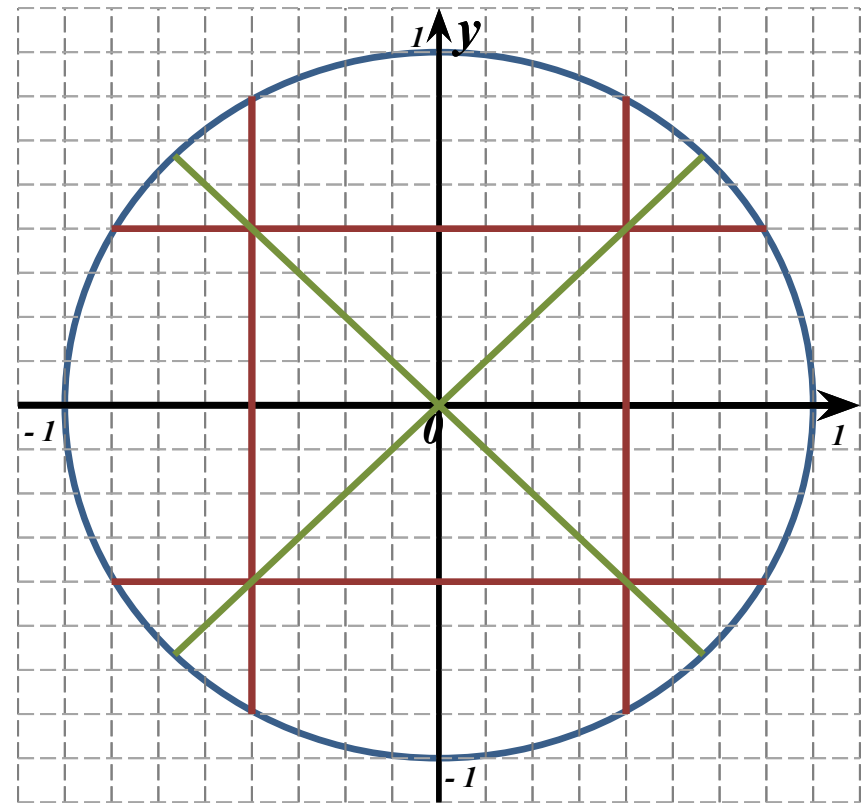
$$\sin 900^\circ = 0$$

$$\cos (-765)^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 405^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-420)^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$$



№ 1.1.17

$$\sin(-1470^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 1740^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sin (-210)^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3360^{\circ} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin(-1320)^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3000^\circ = -\frac{1}{2}$$

