Урок алгебры в 11 классе по теме: «Точки максимума и минимума»

Разработала учитель математики
МБОУ «Красногвардейская школа №1»
Коваленко Инна Николаевна

Найти область определения и производную функции:

- 1) $y = 3x^4 - 2x + 5;$

2) $y = e^{-2x+1};$

3) $y = x^2 \cdot \sin x;$

4) $y = \frac{2}{x^3};$

5) $y = \ln(2x + 4);$

6) $y = \sqrt{x}.$

Найти значения x, при которых значение *f(x)* равно 0

- 1) $f(x) = 5x^2 + 3x;$

2) $f(x) = x \cdot e^x;$

3) $f(x) = \sqrt{3 - x}.$

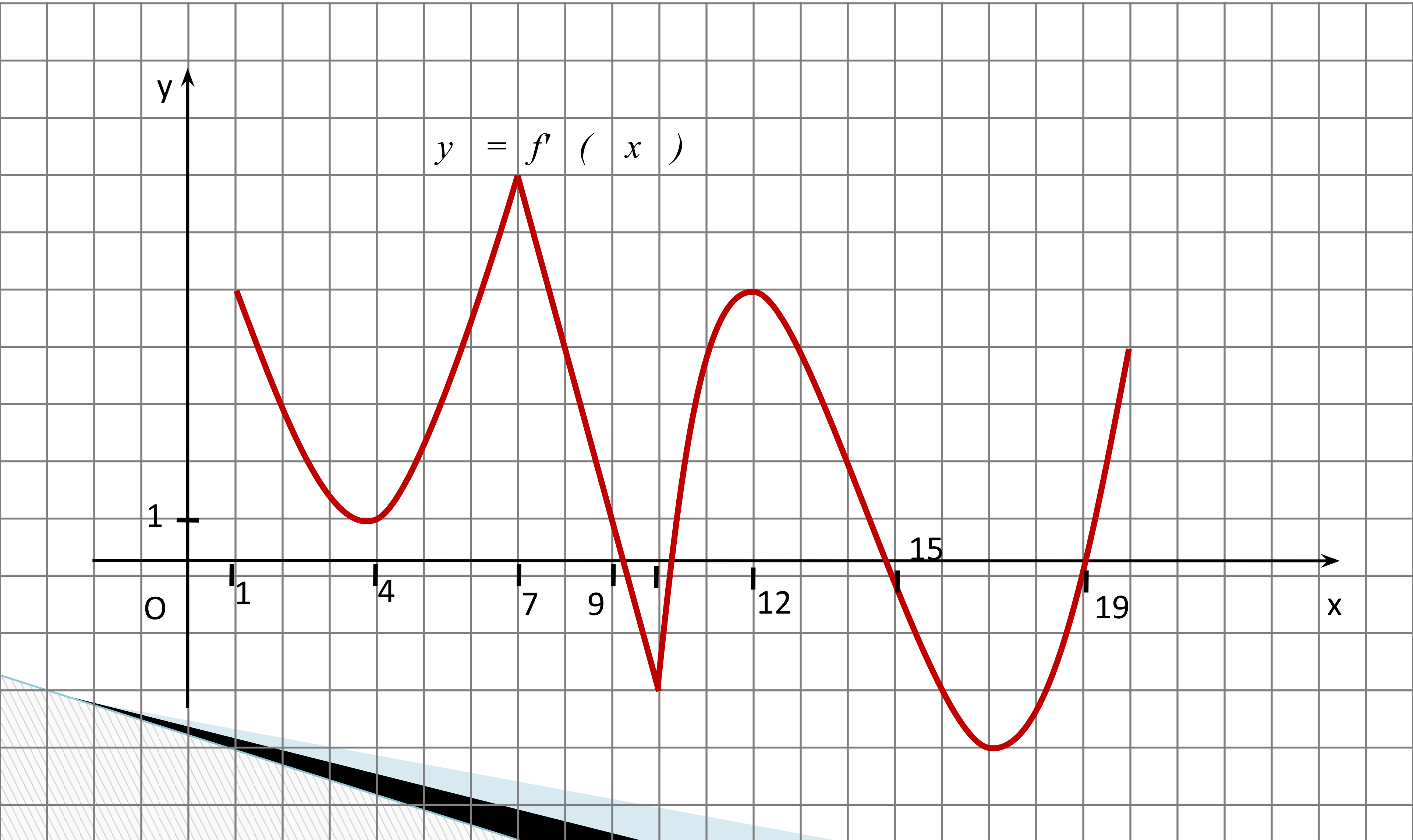
Решить неравенство

1) $-5x + 1 > 0;$

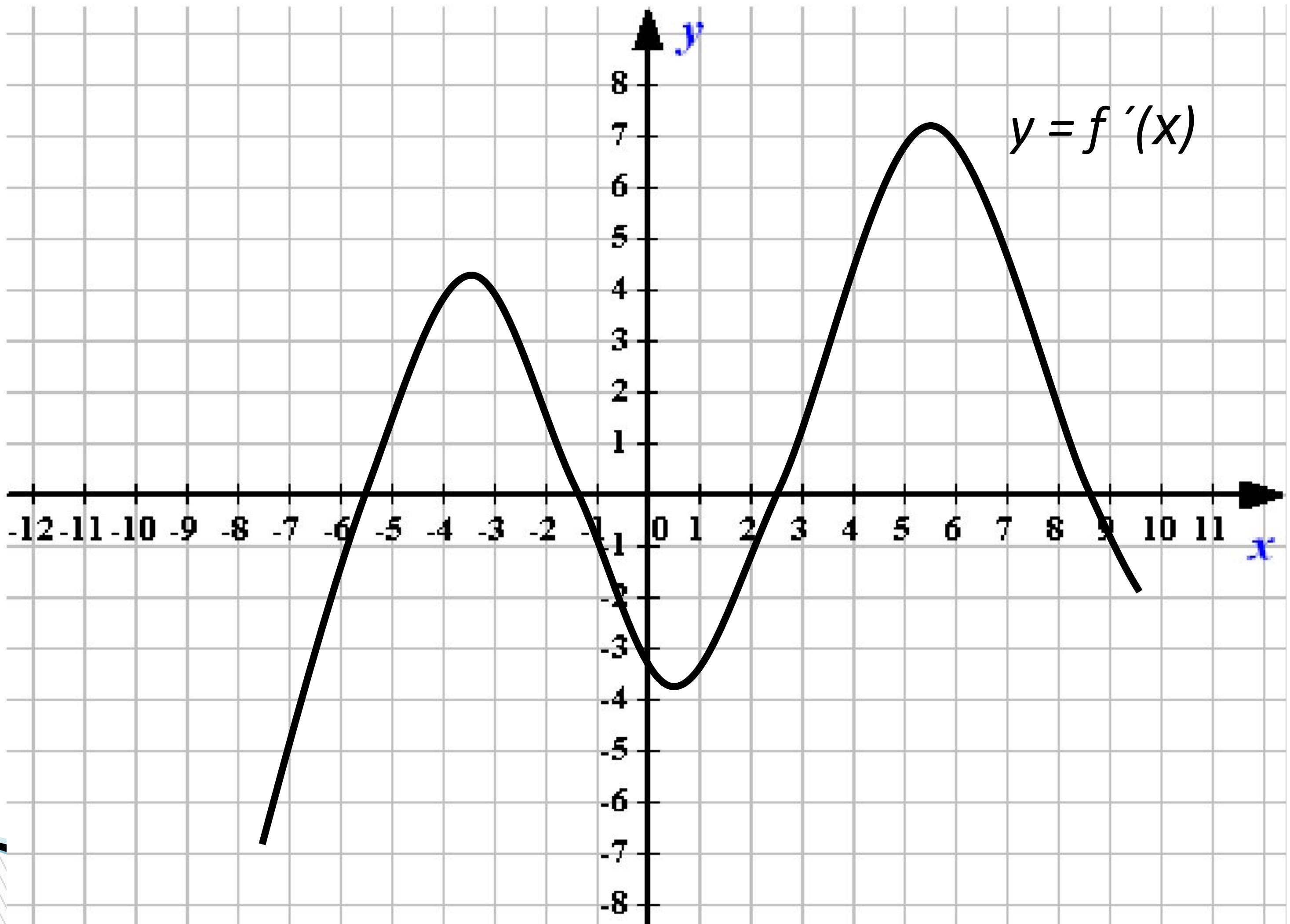
2) $x^2 + 2x - 3 < 0;$

3) $(x + 2)e^x < 0.$

По графику функции определите, на каких промежутках производная функции положительна, на каких - отрицательна?

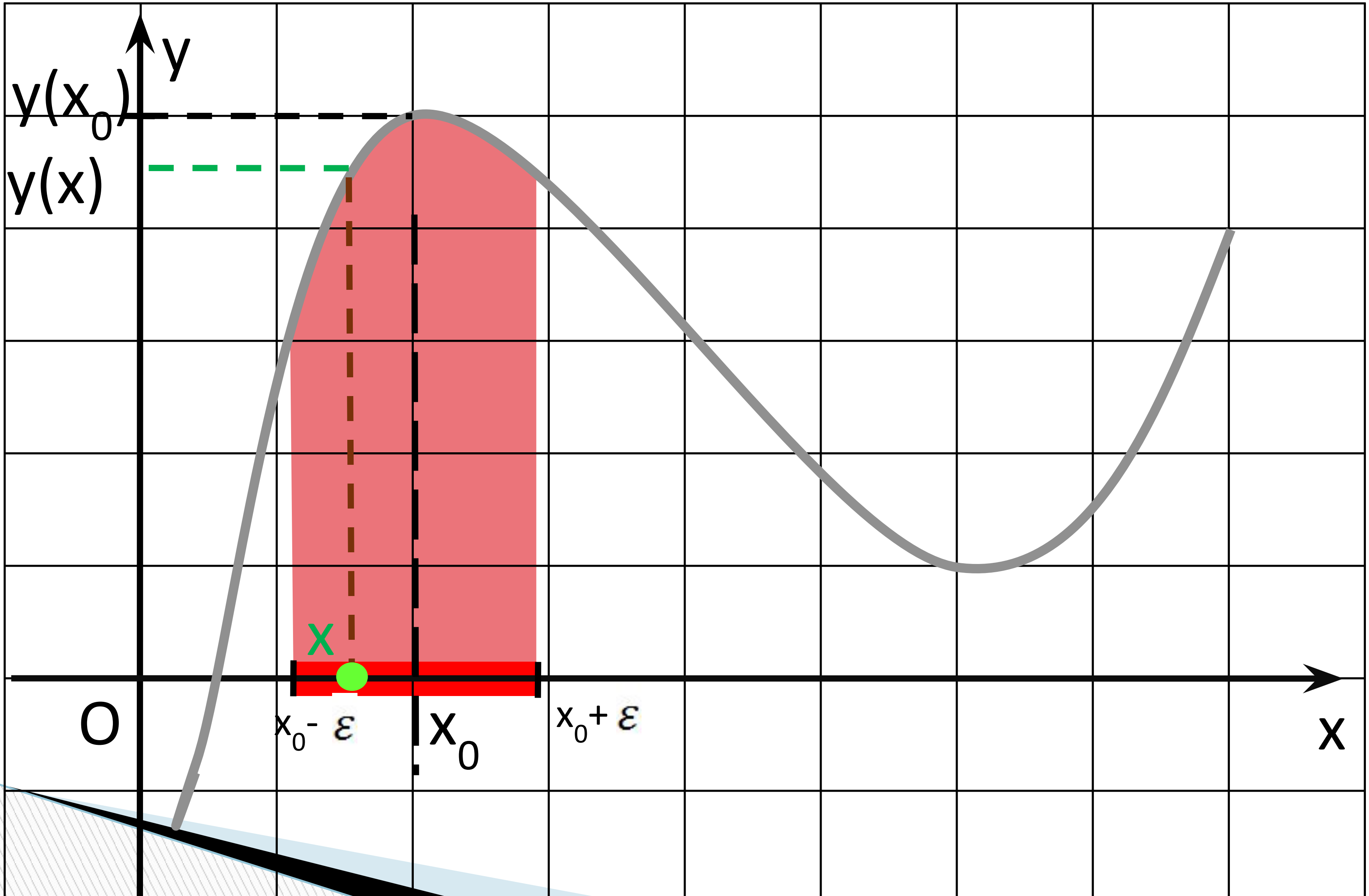


По графику производной функции определите, на каких промежутках функция возрастает, на каких убывает.



Точка максимума

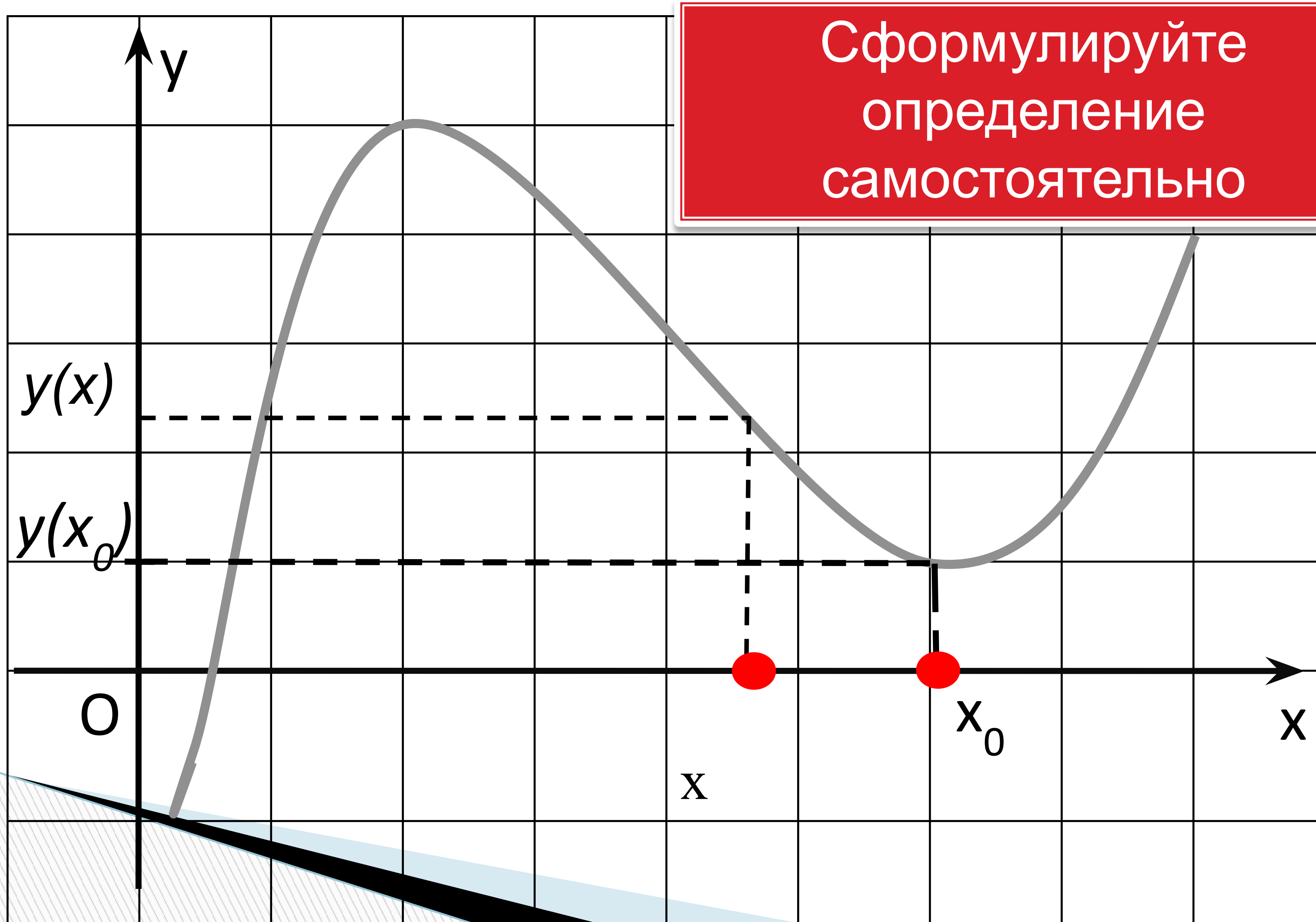
$$\boxed{y(x) < y(x_0)}$$



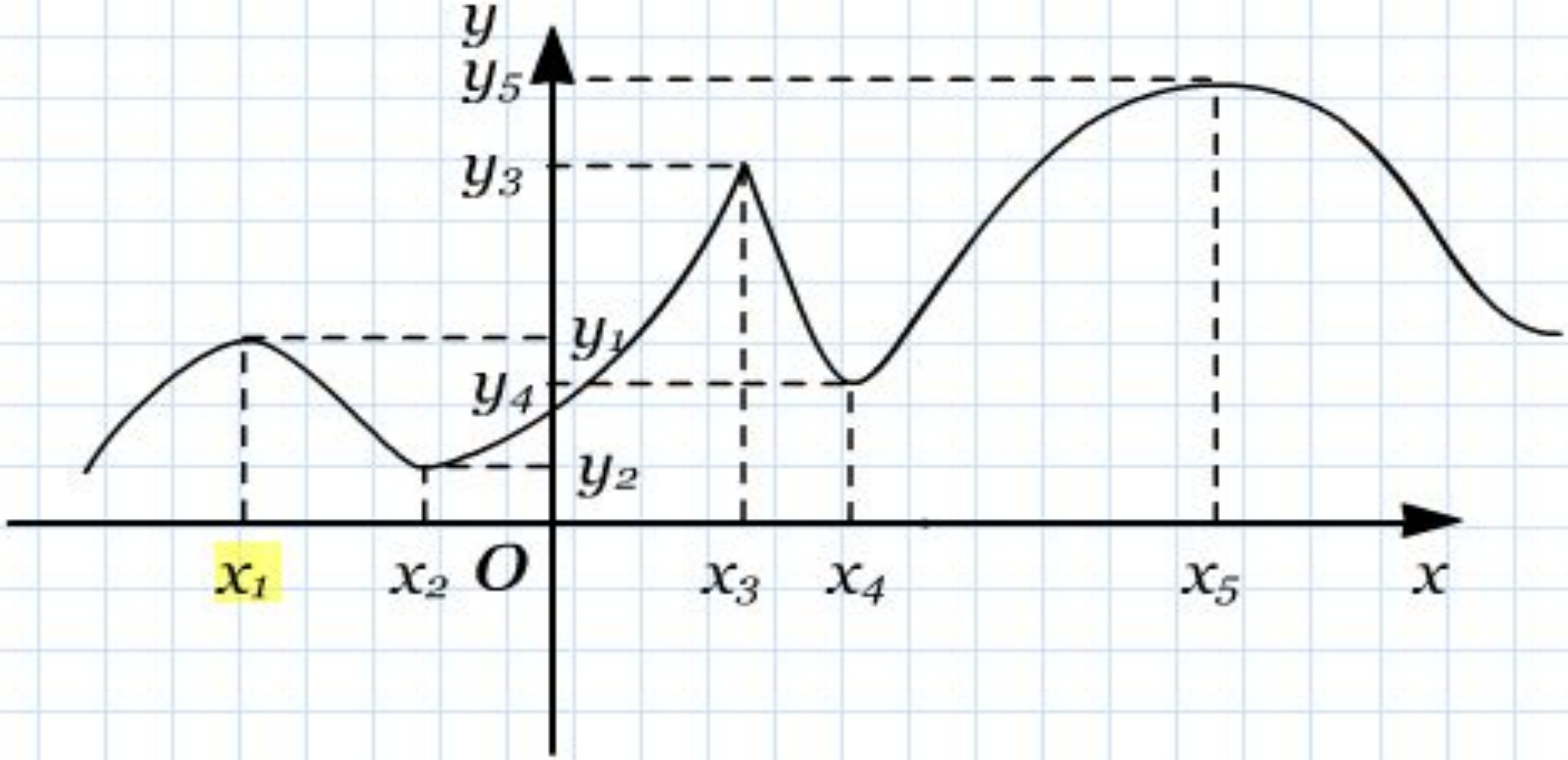
Точка минимума

$$y(x) > y(x_0)$$

Сформулируйте определение самостоятельно



Точки максимума и минимума называются **точками экстремума** функции



x_1, x_3, x_5–точки максимума

y_1, y_3, y_5 –максимумы

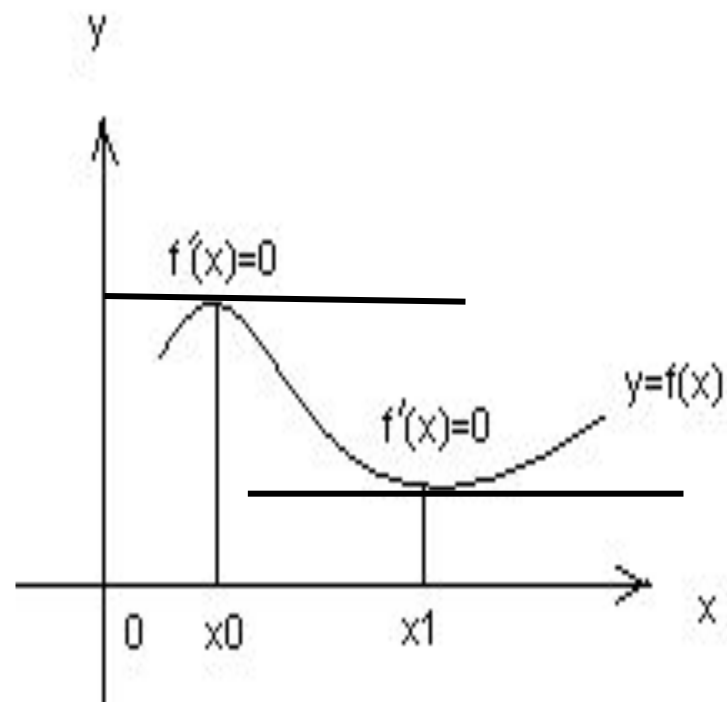
x_2, x_4–точки минимума

y_2, y_4–минимум

Теорема Ферма.

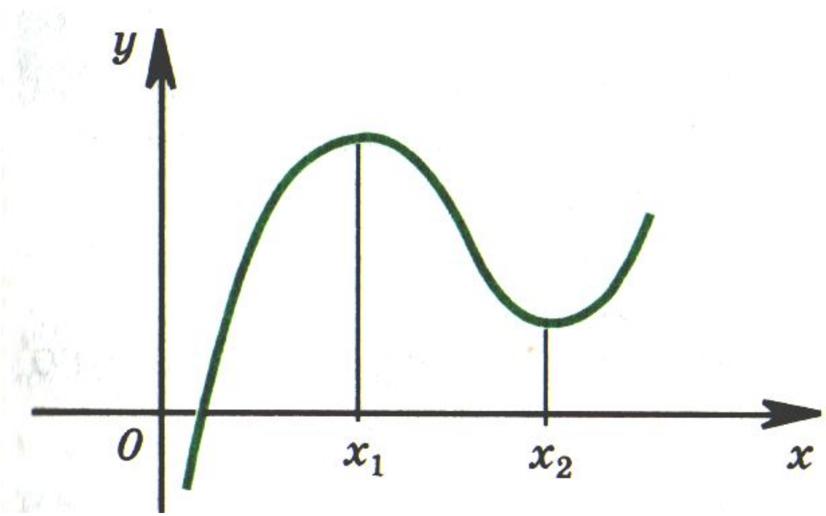
- Если x_0 – точка экстремума дифференцируемой функции f(x), то $f'(x_0)=0$.

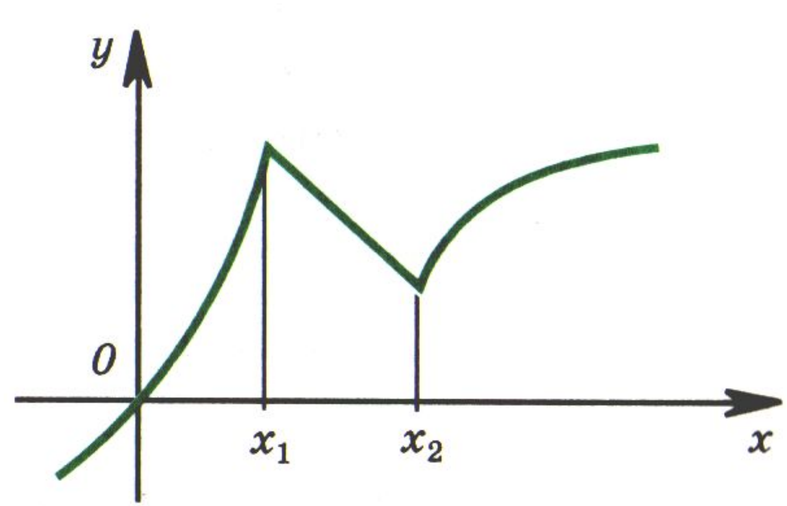
Теорема Ферма имеет наглядный геометрический смысл: касательная к графику функции y =f(x) в точке (x_0; f(x_0)), где x_0 – точка экстремума функции y=f(x), параллельна оси абсцисс, и поэтому ее угловой коэффициент $f'(x)$ равен нулю.



Критические точки

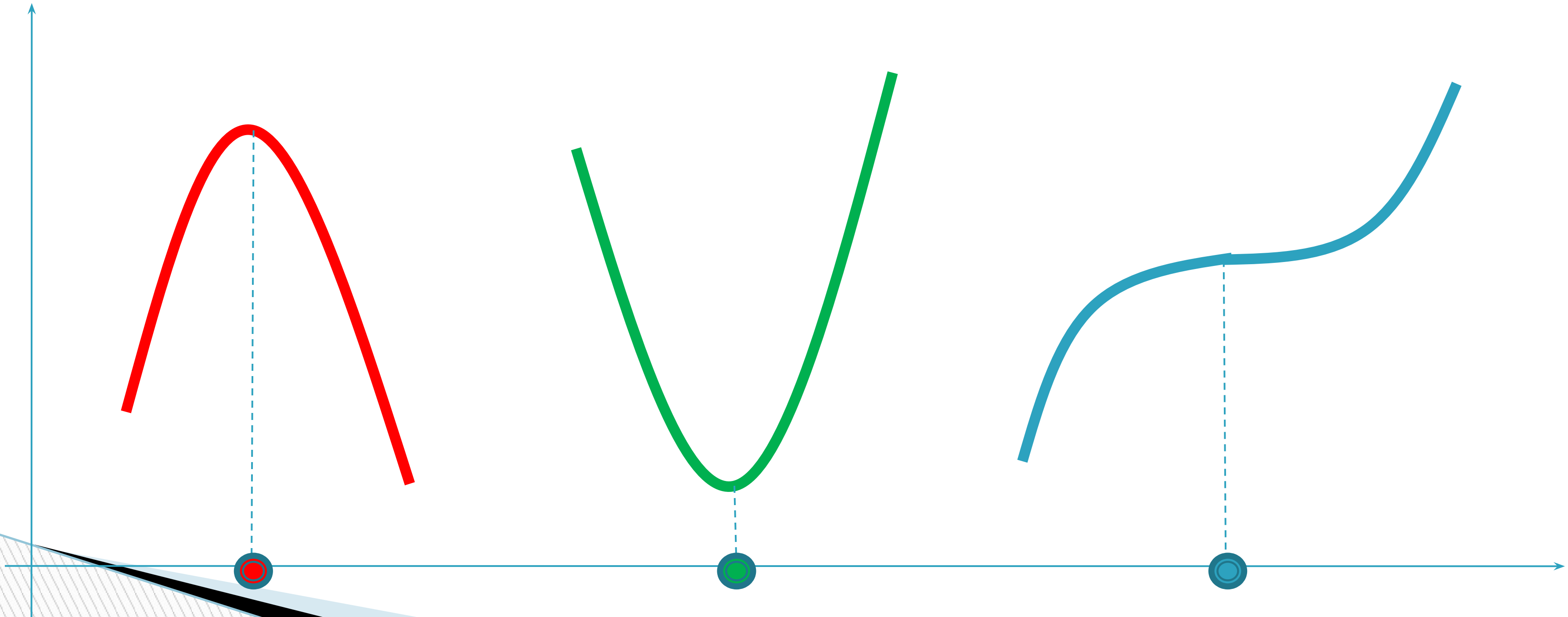
Внутренние точки области определения функции, в которых ее производная равна нулю или не существует, называются **критическими точками**.

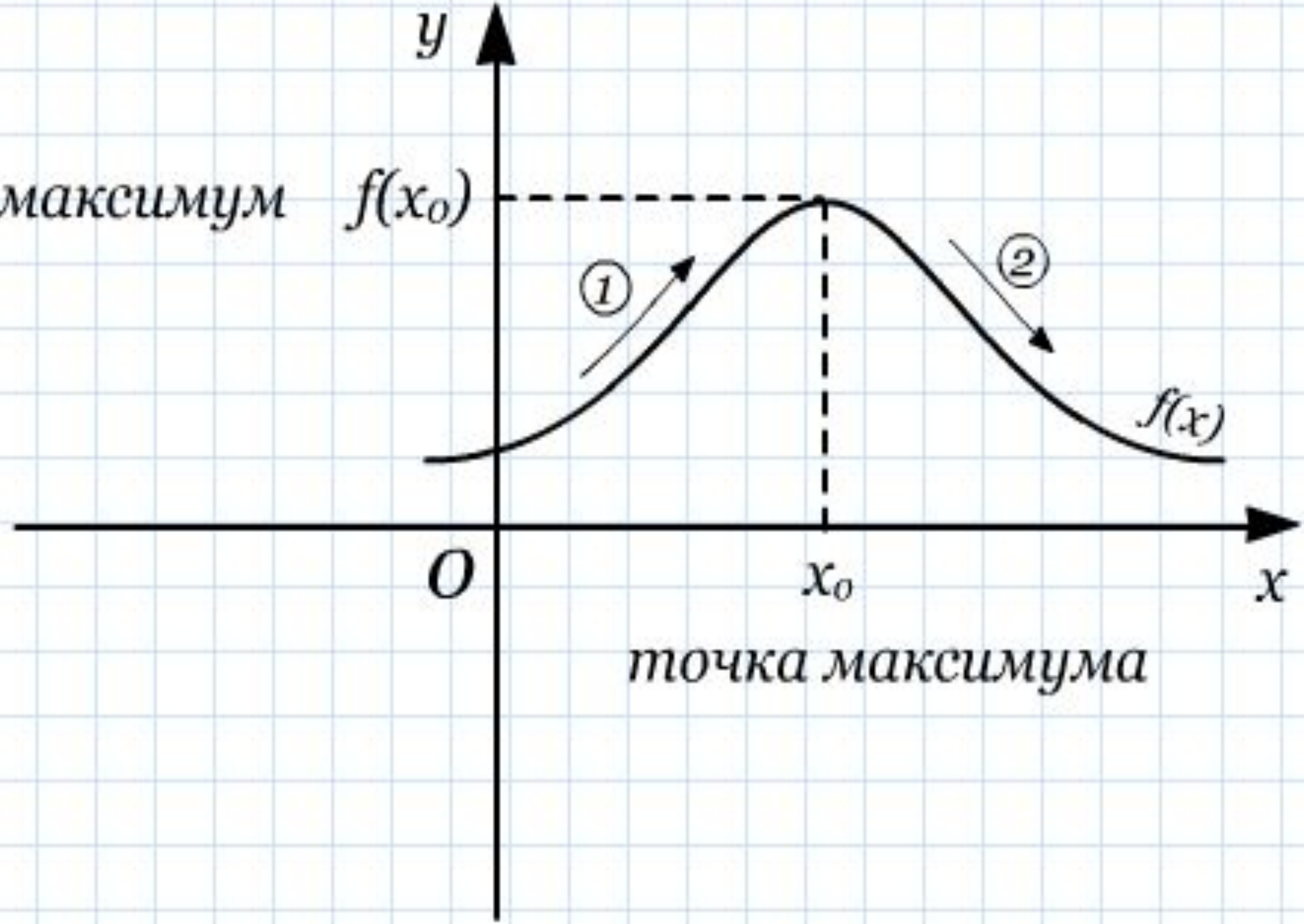




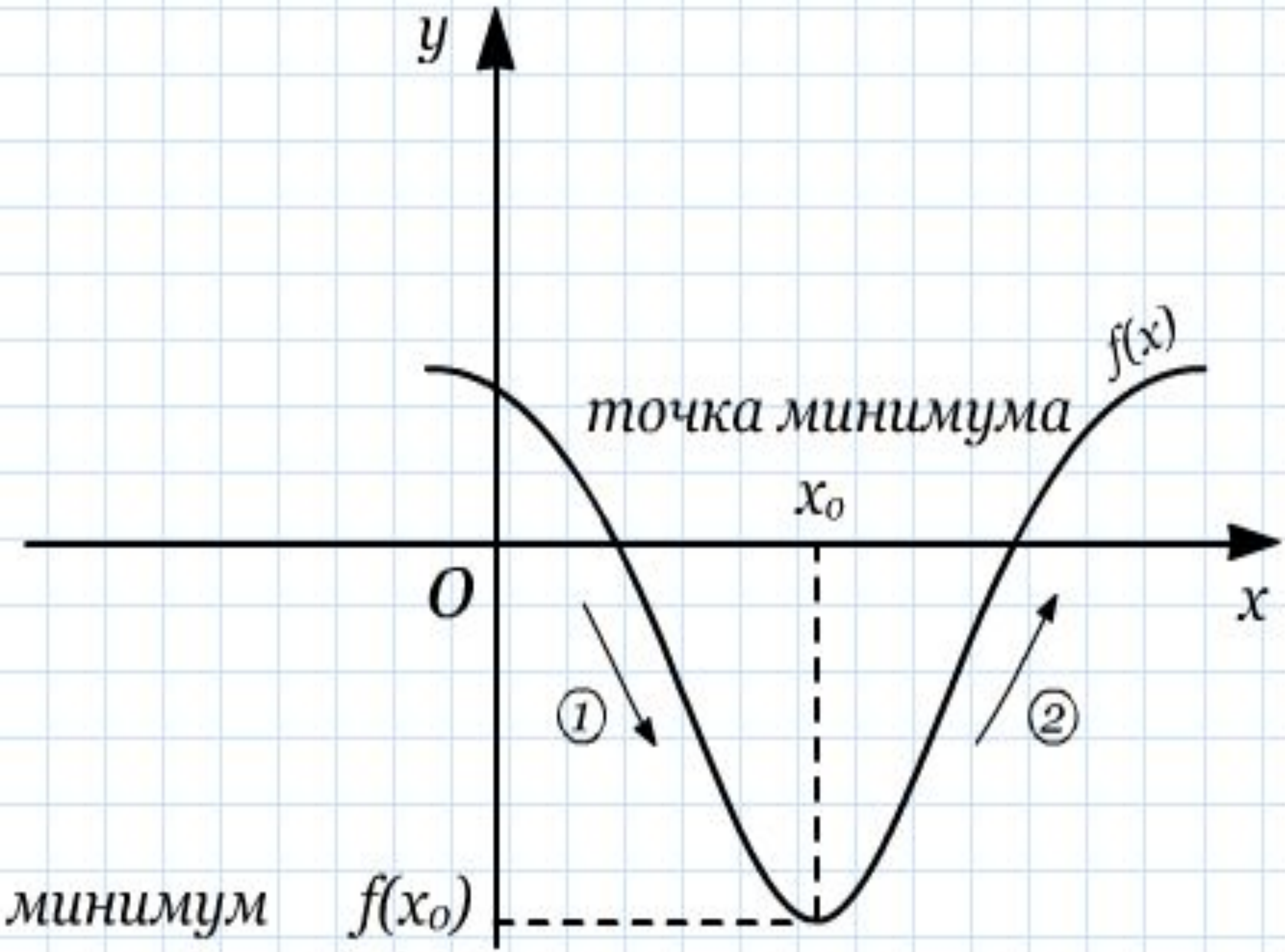
Для того, чтобы точка была точкой экстремума функции <u>необходимо</u>, чтобы эта точка была критической точкой данной функции

Но это условие не является <u>достаточным</u>

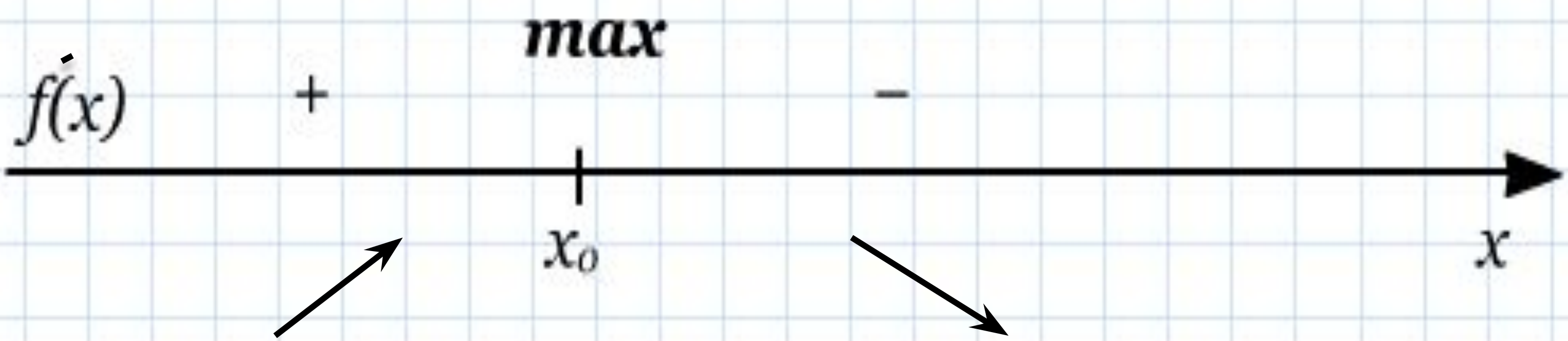




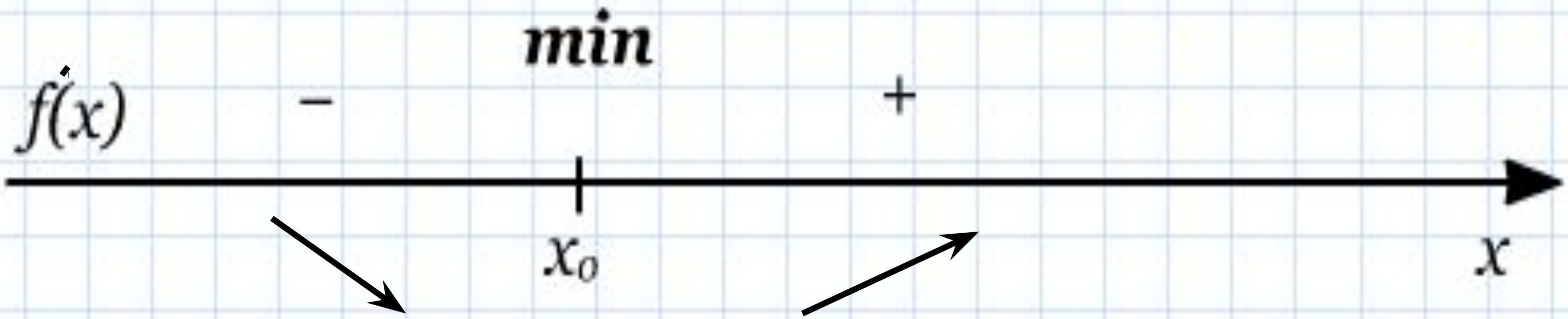
y
максимум
f(x₀)
①
②
f(x)
O
x₀
x
точка максимума


y
f(x)
точка минимума
x₀
O
x
①
②
минимум
f(x₀)

Признак максимума функции:



Признак минимума функции:



Необходимое и достаточное условие экстремума.

Для того , чтобы точка x_0 была точкой экстремума функции $f(x)$:

необходимо , чтобы x_0 была **критической** точкой функции;

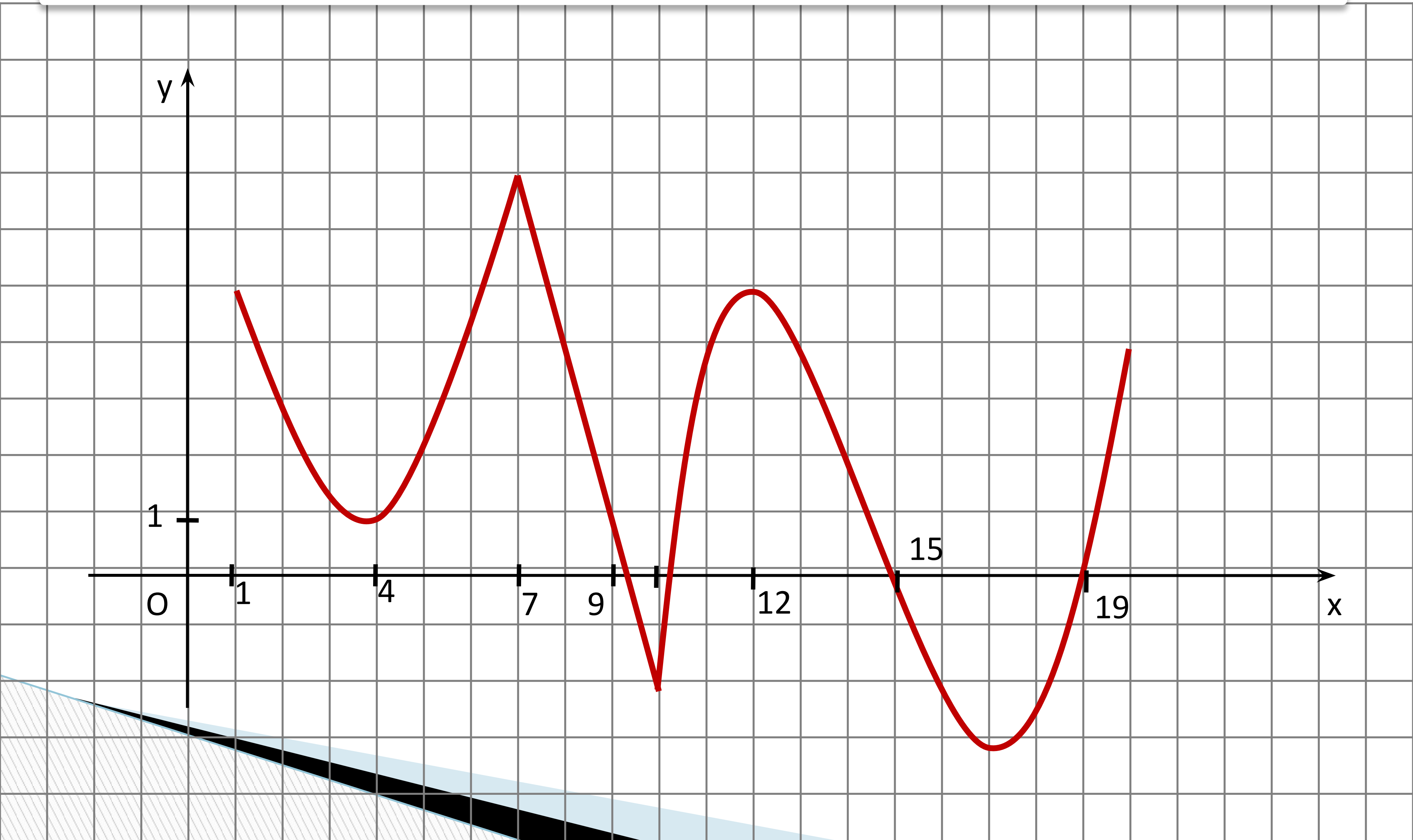
достаточно, чтобы при переходе через критическую точку x_0 *производная меняла знак.*

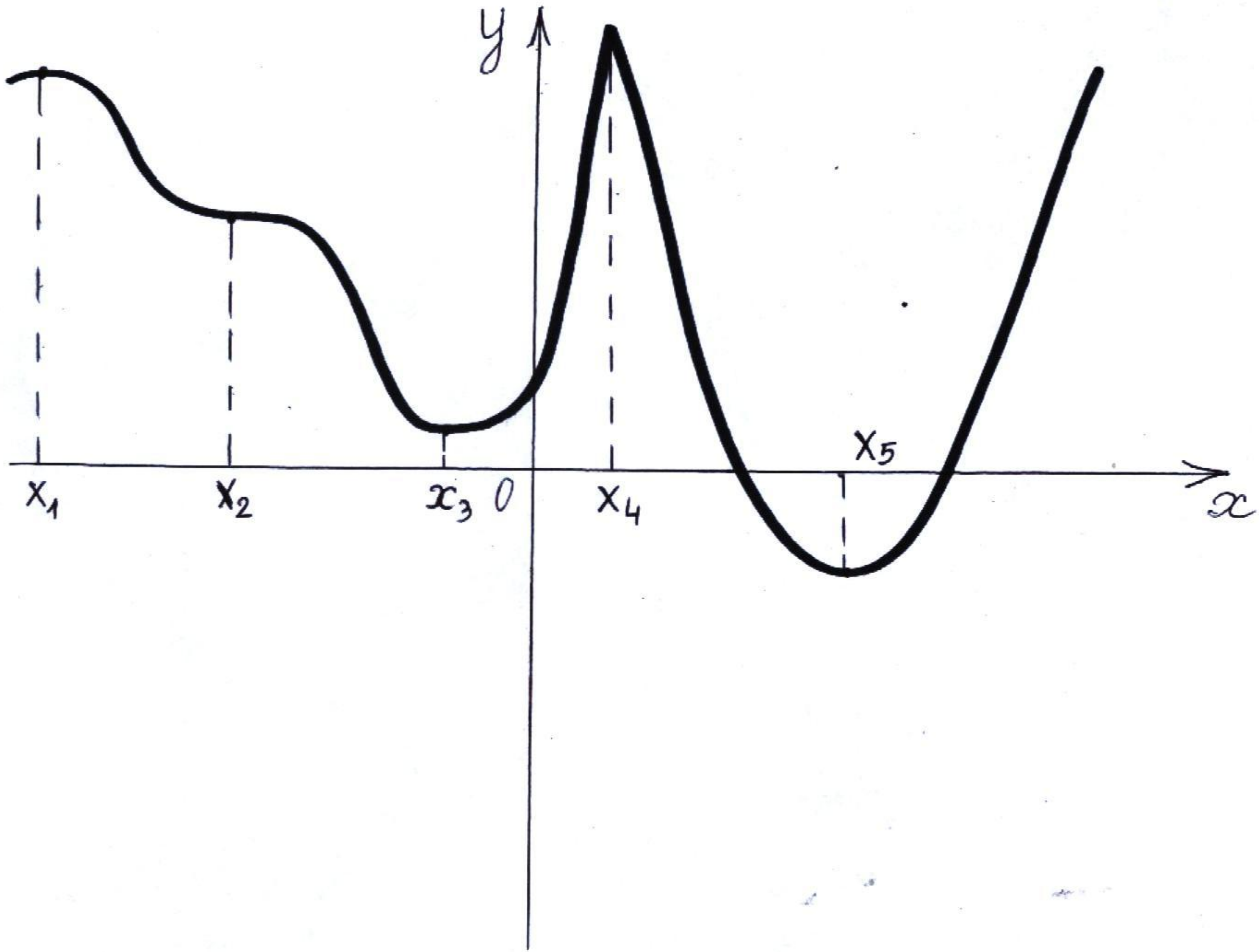
Алгоритм нахождения точек экстремума:

1. Найти производную функции.
2. Решить уравнение f ´(x)=0, и найти тем самым стационарные точки.
3. Методом интервалов установить промежутки знакопостоянства производной.
4. Если при переходе через точку x_0:

- - производная не меняет знак, то x_0 – точка перегиба;
- - производная меняет знак с «+» на «-», то x_0 точка максимума;
- - производная меняет знак с «-» на «+», то x_0 точка минимума.

Найти по графику функции точки, с определениями которых вы только, что познакомились.




y
x
0
x1
x2
x3
x4
x5

Рассмотрим задание 1:

Найти точки экстремума функции $f(x)=9x-3$.

Решение:

1) Найдем производную функции:

$f'(x)=9$

2) Найдем стационарные точки:

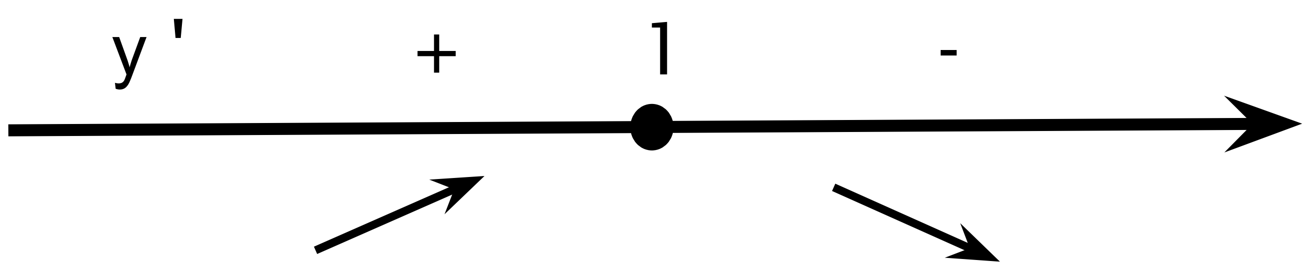
Стационарных точек нет.

3) Данная функция линейная и возрастает на всей числовой оси, поэтому точек экстремума функция не имеет.

Ответ: функция $f(x)=9x-3$ не имеет точек экстремума.

Задание №2

Найдём точки экстремума функции $y = x^2 - 2x - 1$

1. $X \in R$
2. $y' = 2x - 2$
3. Точек, в которых производная не существует нет;
4. $y' = 0$ при $x = 1$
5. 

Решение задач

- № 5.6 (а) решение у доски
- № 5.7 (в)решение у доски с комментарием
- №5.10 (а) самостоятельно

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. п. 5.1, выучить определения и алгоритм нахождения точек экстремума., №5.8 (б,г), №5.6 (б,г)
2. Решение В8 (сборник ЕГЭ 3000 задач) №1685, №1743, №1752, №1942 - устно