

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Крамарев Никита, 6 класс,
МОУ Самаринская ООШ
Руководитель: Уракова Е.Д.

с. Самарино. 2011г.

Может ли

$$7+5=14?$$



Цель: Выяснить какие системы счисления существуют, какое применение находят различные системы счисления в практической деятельности.

Задачи:

- Изучить литературу по теме «Системы счисления»;
- узнать, что такое «Система счисления», какие бывают системы счисления;
- выяснить, как используются элементы различных систем счисления в наше время;
- выяснить, является ли десятичная система счисления единственной, широко используемой системой счисления;
- выяснить, чем может быть интересна тема «Системы счисления» ученикам 5 класса;
- представить результаты работы в виде реферата и презентации.

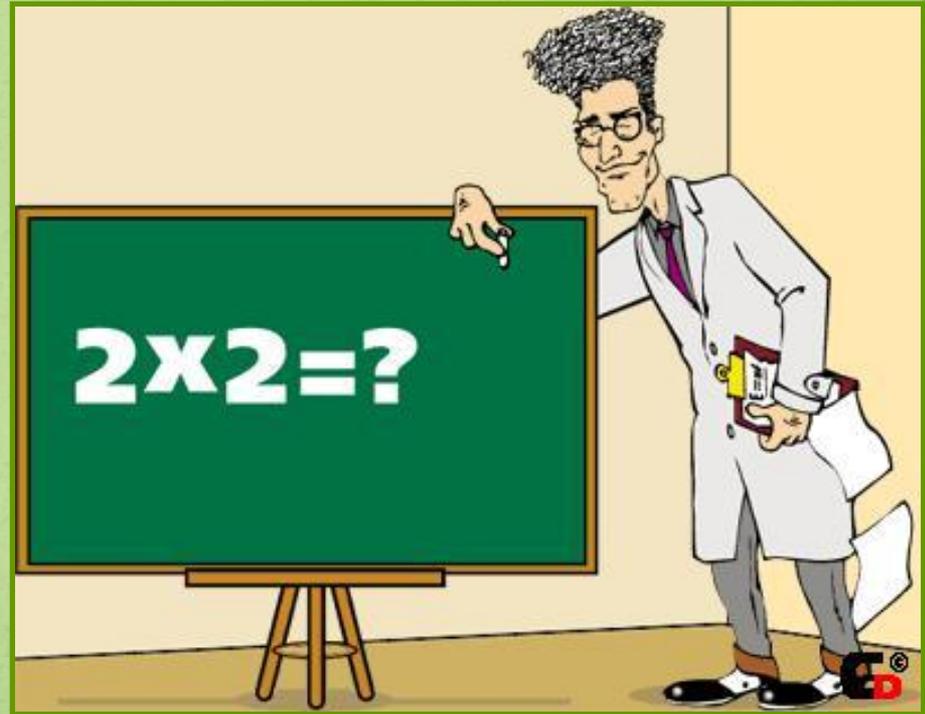


Древние системы счисления

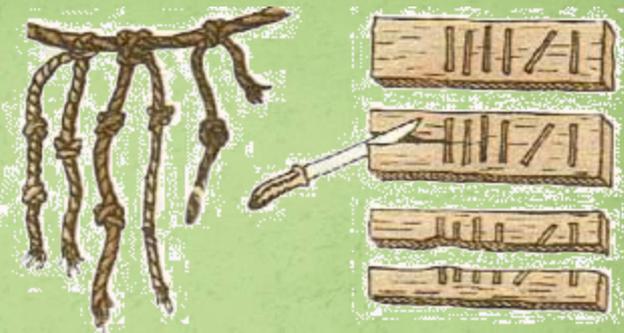
В обычной жизни мы привыкли пользоваться десятичной системой счисления. Эта система счисления является позиционной. В записи чисел в десятичной системе счисления значение каждой цифры

определяется не только ею самой, но и местом (позицией), на котором она стоит.

Кроме привычной нам десятичной системы счисления существуют и другие системы счисления, элементы которых используются и в наши дни, к ним относятся:



Унарная (единичная) - любое число образуется путем повторения одного знака, символизирующего единицу. Самая первая историческая система счисления была единичной или унарной (вспомните зарубки на дереве). Палочка, зарубка была тем самым почти единственным символом, с помощью которого записывались все числа.



Отголоски единичной системы счисления встречаются и сегодня (счетные палочки для обучения счету; полоски, нашитые на рукаве, означают на каком курсе учится курсант военного училища).

Древнекитайская

Данная система счета была основана на использовании счетной доски, на которой небольшие по размерам (чаще около 15 см) палочки помещались в соответствующие позиции, чтобы символизировать определенные разряды чисел. Палочки изготавливались из бамбука, а в 9 в. из литого железа. Носились палочки по 271 штуки в пачке. Действия сложения, вычитания, умножения и деления осуществлялись посредством перемещения палочек.

Преимущество такого способа подсчета состояло в том, что в любой момент палочки могли быть удалены со счетной доски.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы						┌	┌┌	┌┌┌	┌┌┌┌
Сотни						└	└└	└└└	└└└└
Десятки тысяч									
Десятки Тысячи	—	==	≡	≡≡	≡≡≡	└	└└	└└└	└└└└

Алфавитные системы счисления (например, славянский цифровой алфавит)

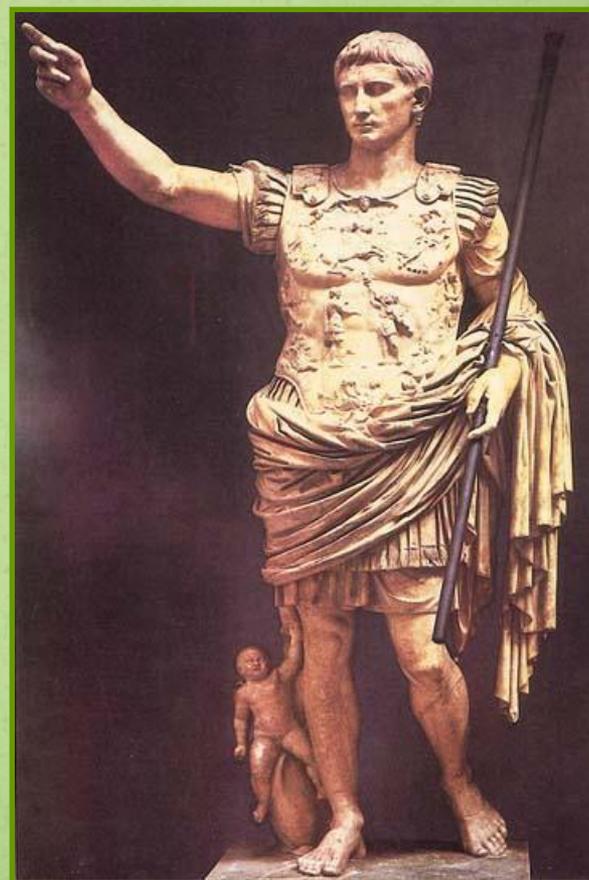
А	В	Г	Д	Е	З	И	Ф	
веди	веди	глаголь	добро	есть	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9
И	К	Л	М	Н	КСИ	О	П	Р
и	како	люди	мыслете	наш	кси	ом	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р	С	Т	У	Ф	Х	Пси	Ш	Ц
рцы	слово	твёрдо	ук	ферт	хер	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900



Римская нумерация

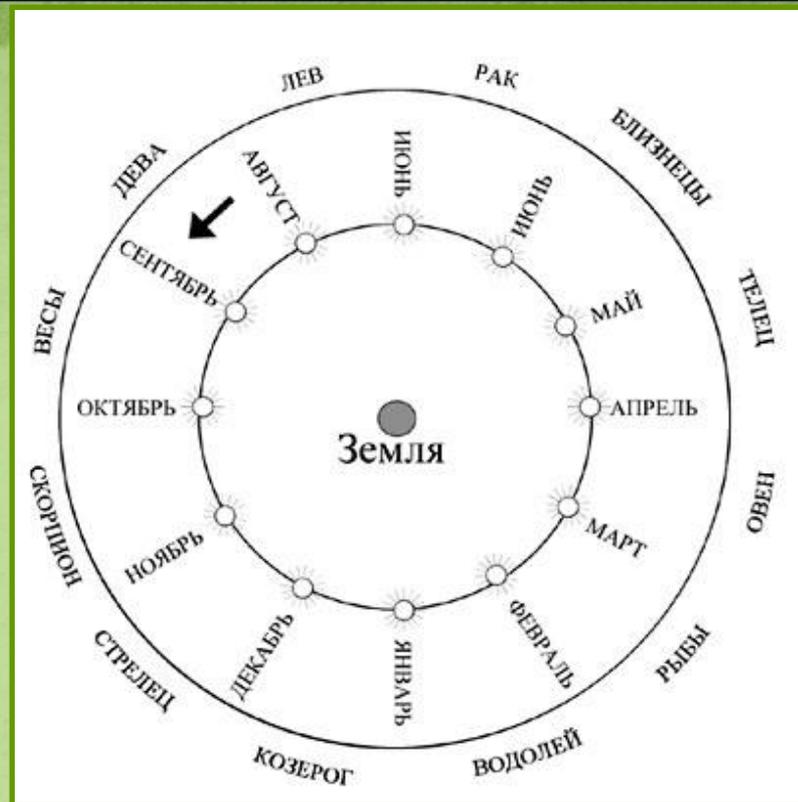
Римляне вместо цифр использовали всего 7 букв: I - 1, V - 5, X - 10, L - 50, C - 100, D - 500, M - 1000. А горизонтальная линия над цифрой увеличивала её значение в 1000 раз.

Римские цифры			
1	I	100	C
5	V	500	D
10	X	1000	M
50	L	2000	Z



Шестидесятеричная система счисления, использовалась в Древнем Вавилоне. Важную роль в этой системе играли и делители 60 - числа 6 и 12.

100	┆▶
200	┆┆▶
400	┆┆┆▶
500	┆┆┆▶
1000	◀┆▶
10000	◀◀▶



Возможно, эта система счисления взята не от человека, а от Солнца, по представлениям древних астрономов год состоял из $360 = 60 \cdot 6$ дней, т.е. за одни сутки Солнце сдвигалось относительно звезд на $1/360$ своего годового пути, т.е. на 1° . Число 60 лежит и в основе более мелких угловых единиц - минут и секунд. Кроме того, у нас до сих пор в часе 60 минут, а в минуте 60 секунд.

Использование элементов различных систем счисления в наши дни

Система счисления	Основание системы счисления	Применение
Унарная	1	Обозначение курса, обучение счету
Двоичная	2	Компьютеры
Восьмеричная	8	Компьютеры
Десятичная	10	Общеупотребительная
Двенадцатеричная	12	Наборы посуды, платков. Времясчисление
Шестнадцатеричная	16	Компьютеры
Двадцатеричная	20	1 франк = 20 су (франц. валюта)
Шестидесятеричная	60	Измерение углов. Времясчисление
Римская нумерация		Обозначение глав в книгах
Алфавитные системы		Нумерация пунктов в списках

Системы счисления анатомического происхождения



Унарная (единичная) система счисления



=



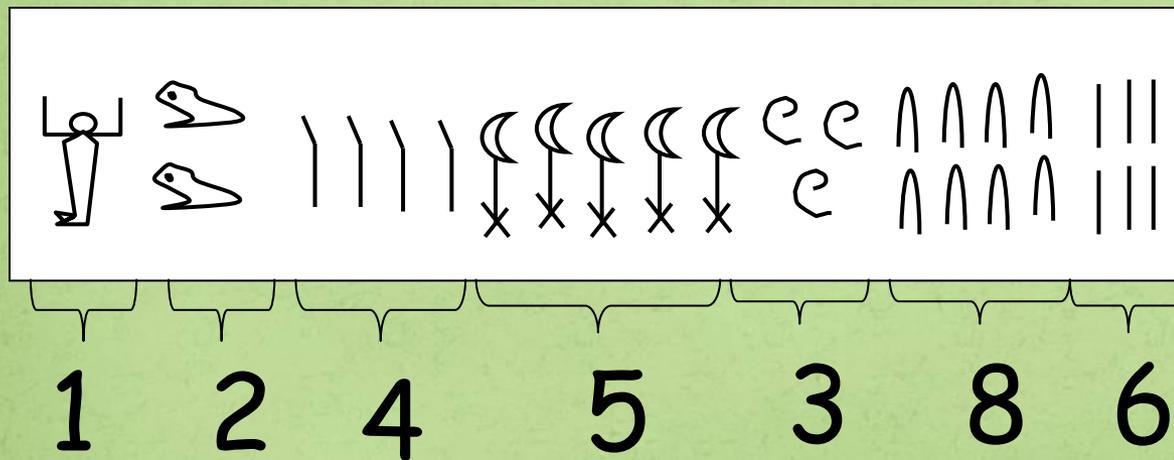
Пятеричная система счисления

У ряда африканских племен была распространена пятеричная система счисления. Долгое время пользовались пятеричной системой счисления и в Китае. Очевидна связь этой системы счисления со строением человеческой руки.



Древнеегипетская десятичная непозиционная система

Для обозначения ключевых чисел 1, 10, 100 и т.д. использовались специальные значки - иероглифы. Все остальные числа составлялись из этих ключевых при помощи операции сложения.



Система
счисления
Древнего
Египта является
десятичной, но
непозиционной.

Двенадцатеричная система счисления

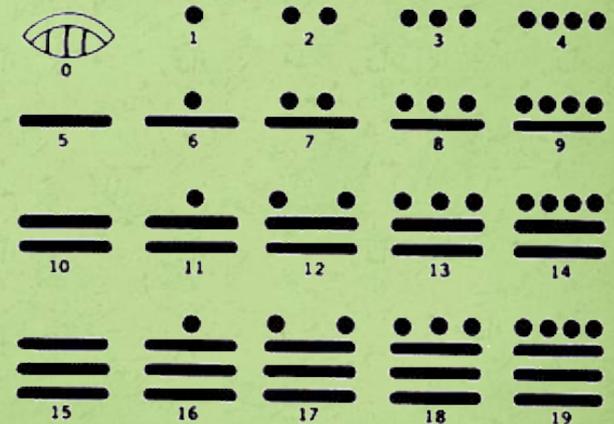
Вместо десятков применяли при счете дюжины, т.е. группы из двенадцати предметов. Происхождение её тоже связано со счётом на пальцах. Элементы двенадцатеричной системы счисления сохранилась в Англии в системе мер (1 фут = 12 дюймам) и в денежной системе (1 шиллинг = 12 пенсам). Нередко и мы сталкиваемся в быту с двенадцатеричной системой счисления: чайные и столовые сервизы на 12 персон, комплект носовых платков – 12 штук. В году 12 месяцев, сутки составляют $24 \text{ часа} = 12 * 2$.



Двадцатеричная система счисления



У ацтеков и майя была принята двадцатеричная система счисления. Также двадцатеричная система счисления была принята и у кельтов, населявших Западную Европу начиная со второго тысячелетия до нашей эры.

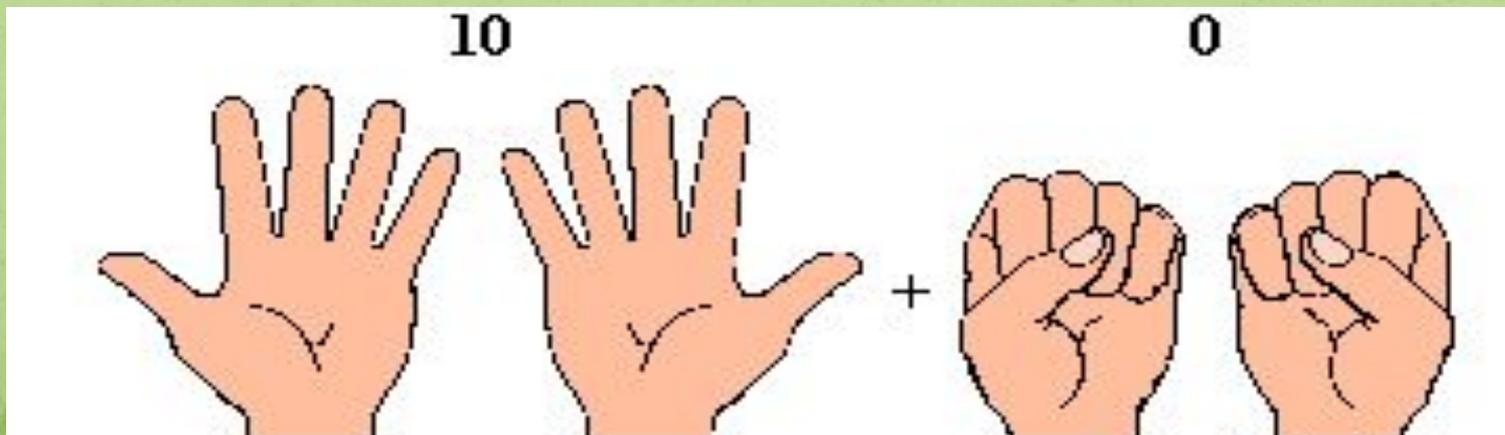


Основу для счёта в этой системе счисления составляли пальцы рук и ног. Некоторые следы двадцатеричной системы счисления кельтов сохранилось во французской денежной системе: основная денежная единица, франк, делится на 20 (1 франк = 20 су).

Современная десятичная система счисления

Язык чисел, как и любой другой, имеет свой алфавит. В том языке чисел, которым мы обычно пользуемся, алфавитом служат десять цифр - от 0 до 9. Это десятичная система счисления. Причина, по которой десятичная система счисления стала общепринятой, вовсе не математическая. Десять пальцев рук - вот аппарат для счета, которым человек пользуется с доисторических времен. Древнее изображение десятичных цифр не случайно: каждая цифра обозначает число по количеству углов в ней. Например, 0 - углов нет, 2 - два угла и т.д. Написание десятичных цифр претерпело существенные изменения. Форма, которой мы пользуемся, установилась в XVI веке.

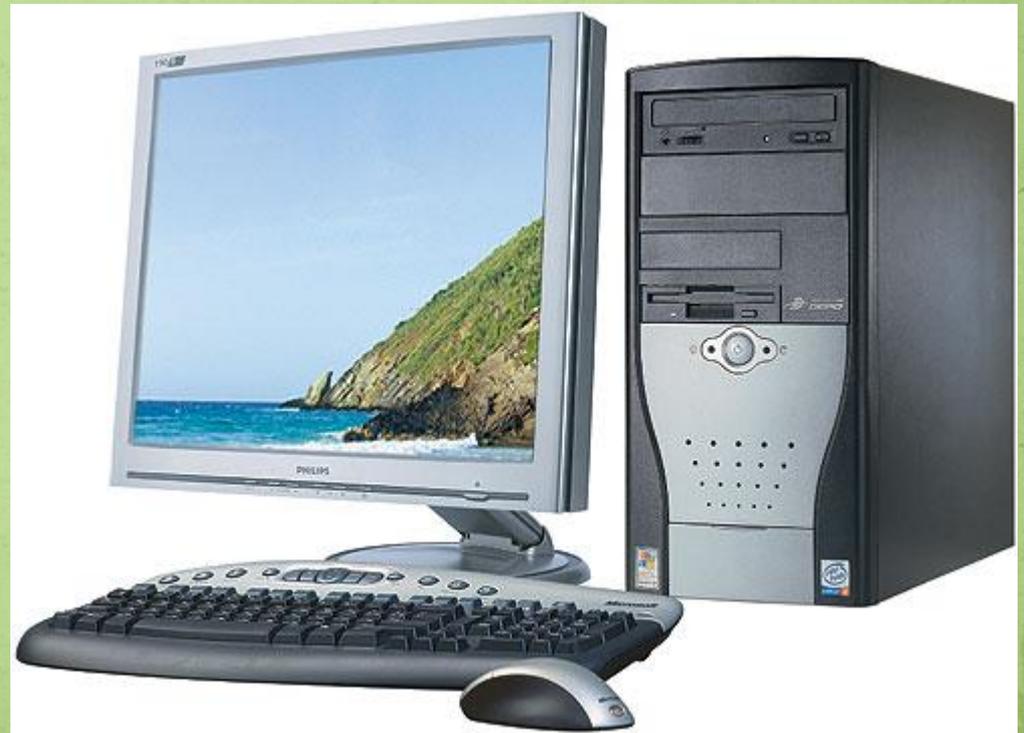
В записи десятичных чисел используются 10 цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Системы счисления с основаниями 2, 8, 16

Десятичная система счисления не единственно возможная. За основание системы счисления можно взять любое число. Например, в информатике пользуются двоичной системой счисления.

Использование двоичной системы счисления в качестве внутренней системы представления информации вызвано конструктивными особенностями элементов вычислительных машин, При создании компьютеров используется возможность осуществлять автоматическую обработку информации, реализуя только два состояния элементов компьютера «намагничено» и «не намагничено».



Для представления двоичных чисел вне компьютера используют более компактные по длине чисел восьмеричную (для записи кодов чисел и машинных команд) и шестнадцатеричную (для записи адреса команд) системы счисления. Основаниями этих систем счисления являются степени числа 2: в восьмеричной основание - $8=2^3$, в шестнадцатеричной основание - $16=2^4$.

В восьмеричной системе счисления для записи чисел используют 8 цифр 0, 1, 2,...7, а в шестнадцатеричной кроме 10 цифр используют буквы A, B, C, D, E, F.

Например, $12_{10}=C_{16}$, $18_{10}=12_{16}$, $1F_{16}=31_{10}$.

Десятичная	Двоичная	Шестнадцатеричная
0	00000000	0
1	00000001	1
2	00000010	2
3	00000011	3
4	00000100	4
5	00000101	5
6	00000110	6
7	00000111	7
8	00001000	8
9	00001001	9
10	00001010	A
11	00001011	B
12	00001100	C
13	00001101	D
14	00001110	E
15	00001111	F
16	00010000	10
32	00100000	20
64	01000000	40
100	01100100	64

Теперь мы можем ответить на вопрос «может ли $7+5=14$?»

Если считать в десятичной системе счисления, то ответ, конечно, будет отрицательным, а если предположить, что эти числа записаны в восьмеричной системе счисления, то - утвердительным.

$$7+5=14_8$$

Математические игры и фокусы



Алгоритм перевода из двоичной системы в десятичную прослеживается в методе **дихотомии** - методе половинного деления. Этот метод широко используется в математике, например, для решения сложных уравнений с помощью вычислительной техники. На принципе дихотомии основана олимпийская система выявления чемпиона. А школьники, увлеченные математикой, используют этот метод в математических играх. Многим известна игра «Угадай число». Вы загадываете число, а ваш приятель пытается его угадать. Потом наоборот. Тот, кто угадал число за меньшее число вопросов, тот выиграл. Используя метод дихотомии и верно поставленные вопросы, число в пределах 64 можно угадать не более, чем за 6 вопросов, а число, не превосходящее 128 - за 7 вопросов.

Существует другая игра - фокус, в которой для угадывания числа в пределах 64 потребуется ровно 3 вопроса:

- Какого цвета число в 1 таблице?
- Какого цвета число во 2 таблице?
- Какого цвета число в 3 таблице?

Для этой игры понадобятся 3 цветных таблицы с числами и шпиргалка.

Получив ответ на просьбу загадать число и ответы на 3 вопроса, ведущий с помощью шпиргалки легко угадывает число. Если вы ответили на вопросы, скажем так: «Синий, зеленый, красный», я складываю три числа 0, 12, 16, стоящих на пересечении столбцов и строк, соответствующих названным цветам в соответствующих таблицах. Получаем число 28.

Секрет этого фокуса.

С раннего детства мы привыкли записывать числа в десятичной системе счисления. Например, последовательность цифр 1987 мы расшифровываем как $1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$. Счет ведется десятками, десять единиц одного разряда является единицей следующего разряда. Если же за основание системы счисления взять число 4, а не 10, понадобится всего 4 цифры: 0, 1, 2 и 3. Заменяем для наглядности цифры буквами. Можно, например, использовать буквы: С — для нуля, К — для 1, Ч — для 2 и З — для 3. Число 28 запишется в четверичной системе счисления как $1 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = 130_4$. А в буквенной записи оно запишется, как КЗС.

Если прочесть эту запись «справа-налево», получится «синий — зеленый — красный». Это сочетание цветов мы и называли, когда, задумав число 28, сообщали его цвета в таблицах А, Б, В.

Взглянем еще раз на таблицы. В таблице А цвета чисел периодически чередуются через четыре. Таким образом, у синих чисел в четверичной записи стоит на конце число 0, у красных — 1, у черных — 2, у зеленых — 3. Цвета чисел в таблице Б точно таким способом определяют вторую цифру в четверичной записи числа, а в таблице В — третью цифру. То же самое говорит и «шпаргалка», с помощью которой мы определяли число по его цветам в таблицах.

Как показать фокус

Попросите приятеля загадать число и ответить на вопросы о цвете этого числа в таблицах.

Допустим, вы получили такие ответы: В таблице А это число зеленого цвета, в таблице Б- синего, в таблице В - черного. (Щелкните мышью последовательно на все таблицы)

По номеру и цвету таблицы определяем числа в шпаргалке. (Щелкните мышью на выделенные числа в таблицах).

Находим сумму чисел, выделенных в шпаргалке: $3+0+32=35$.

Загаданное число - 35.



шпаргалка	таблица	синий	красный	черный	зеленый
	1	0	1	2	3
2	0	4	8	12	
3	0	16	32	48	

Такой же принцип, но с опорой на двоичную систему счисления имеет и другой математический фокус - «Угадай фигуру».



В этом фокусе ведущий предлагает загадать фигуру и сообщить, в каких столбцах таблицы она записана. С помощью шпаргалки ведущий угадывает задуманную фигуру.

Как показать фокус

Попросите друга загадать слово из списка «Математические термины» и ответить на вопрос о том, в каких таблицах 1-4 это слово записано.

Допустим, вы получили такие ответы: таблицы 1, 2, 4. (Щелкните мышью последовательно на все таблицы)

По номеру таблицы определяем числа в шпаргалке. Находим сумму чисел, выделенных в шпаргалке: $1+2+8=11$. Число 11 - номер слова в списке.

Загаданное слово - конус.

Математические термины

1. Куб	9. Квадрат
2. Шар	10. Учебник
3. Окружность	11. Конус
4. Угол	12. Транспортёр
5. Линейка	13. Ромб
6. Циркуль	14. Пирамида
7. Цилиндр	15. Трапеция
8. Треугольник	

Таблица 1	Таблица 2	Таблица 3	Таблица 4
Куб	Шар	Угол	Треугольник
Ромб	Окружность	Линейка	Трапеция
Трапеция	Цилиндр	Циркуль	Ромб
Конус	Циркуль	Ромб	Пирамида
Окружность	Трапеция	Транспортёр	Транспортёр
Линейка	Пирамида	Трапеция	Квадрат
Цилиндр	Конус	Пирамида	Учебник
Квадрат	Учебник	Цилиндр	Конус

шпаргалка

Таблица 1	Таблица 2	Таблица 3	Таблица 4
1	2	4	8

Вывод

Изучив литературу по теме «Системы счисления», я узнал, что в древности люди пользовались различными системами счисления, позиционными и непозиционными. Многие системы счисления имеют анатомическое происхождение. Элементы некоторых систем счисления имеют практическое применение в наши дни. Общеупотребительной системой счисления стала десятичная система счисления. Но и другие системы счисления имеют практическое применение, например системы счисления с основаниями 2, 8, 16. Правила, связанные с системами счисления помогают в практической деятельности человека, например, метод дихотомии позволяет определить количество игр на Олимпиаде. А ученикам 6 класса системы счисления помогают показать математику с другой стороны - математика может быть еще и средством развлечения.

Литература

1. Аванта +. Энциклопедия для детей. Т. 22. Информатика.-М.: Аванта+, 2004
2. Аванта +. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика.-М.: Аванта+, 2004
3. В.С. Кессельман. Занимательная математика. М.:АСТ: Астрель, 2008.
4. «Квант» №9, 1987
5. «Квант» №6, 1976
http://kvant.mirror1.mccme.ru/1976/06/o_dvoichnoj_sisteme_schisleniy.htm
6. «Квант» №8, 1975 http://kvant.mirror1.mccme.ru/1975/08/o_sistemah_schisleniya.htm
7. <http://www.prosv-ipk.ru/Enc.ashx?item=472731>
8. <http://science.rsuh.ru/eremeev/china/052.htm>
9. <http://www.internet-school.ru>

