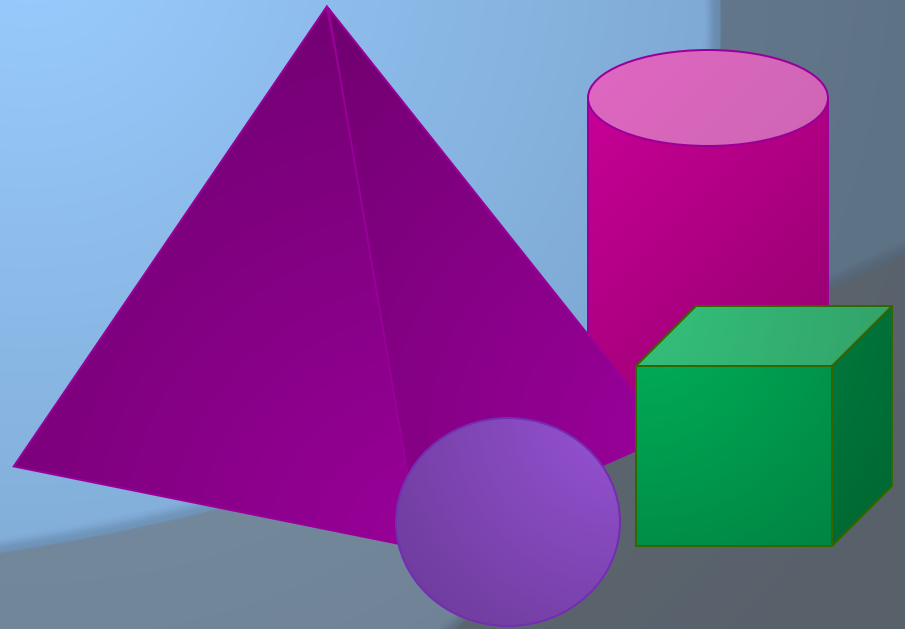


Педальный треугольник.



Опорные знания



1. Центр описанной около треугольника окружности лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
2. Точка пересечения высот –
ортоцентр.
3. Соединяя основания высот треугольника получим –
ортотреугольник.

Опорные знания



4. Теорема синусов : «Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.»
5. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

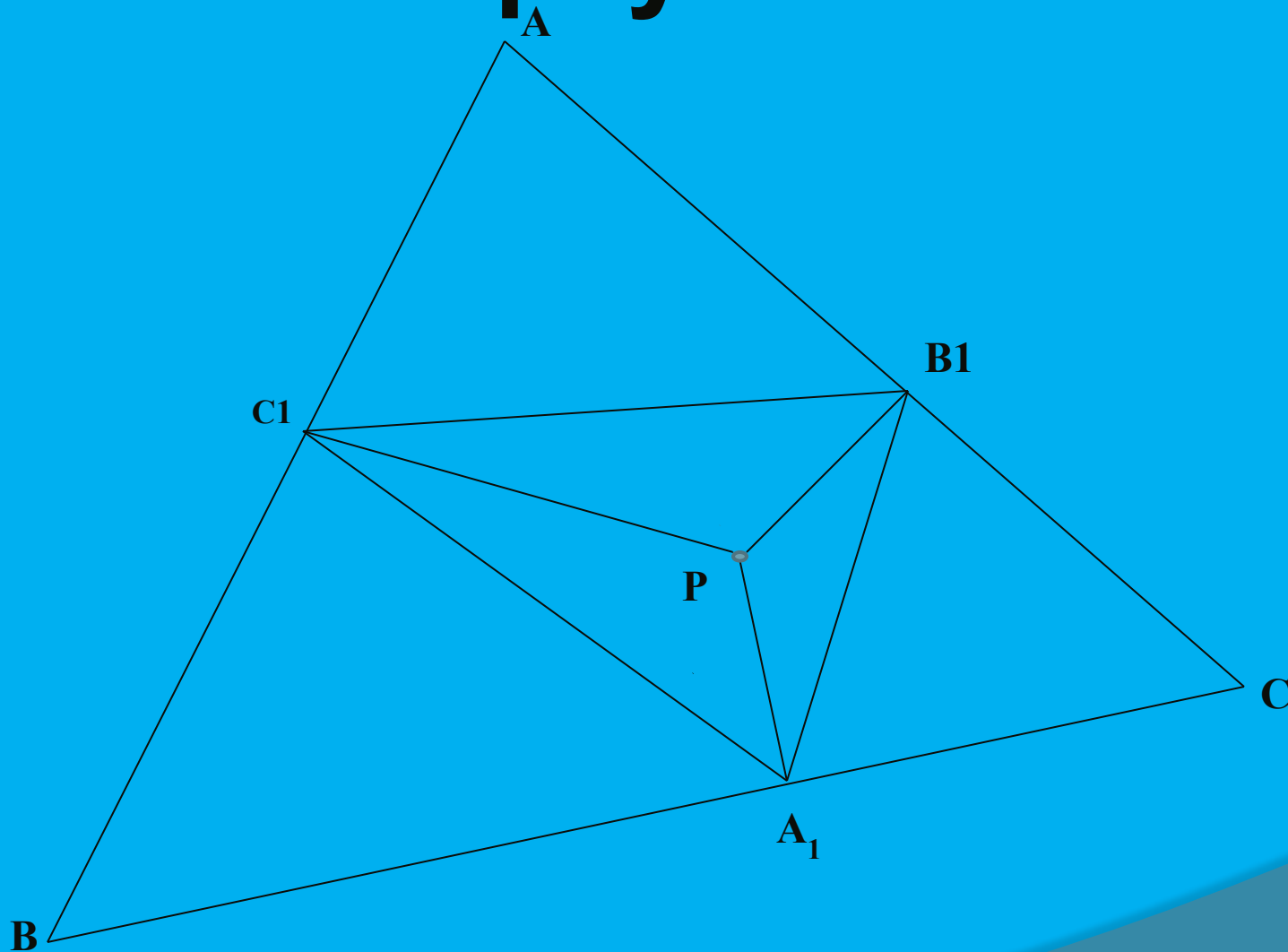
Педальный треугольник



1. Рассмотрим произвольный треугольник ABC .
2. Выберем любую точку P внутри нашего треугольника.
3. Опустим перпендикуляры из точки P на стороны AB, BC, AC .
4. Получаем PC_1, PB_1, PA_1
5. Треугольник $C_1B_1A_1$ вершинами которого являются основания этих перпендикуляров, называется **Педальным треугольником** треугольника ABC для «педальной» точки P .



Педальный треугольник



Эвристическая беседа



1. Рассмотрим произвольный треугольник ABC и углы

$\angle C_1P$ и $\angle B_1P$. Чему они равняются?

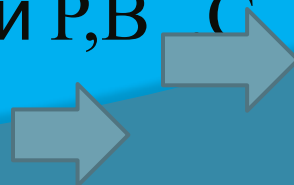
2. На какой отрезок опираются данные углы?

3. Исходя из этого, какую теорему вы вспоминаете?

4. Чем является AP ?

5. Можно ли описать около треугольника AB_1C_1 окружность?

6. Будут лежать точки P, B_1, C_1 на этой окружности?



Эвристическая беседа



7. Рассмотрим произвольный треугольник AB_1C_1 . Какая существует зависимость между углами и сторонами этого треугольника?

8. Как записать данную теорему?

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

9. Примените теорему к треугольнику AB_1C_1 .

$$\frac{B_1C_1}{\sin A} = \frac{B_1A}{\sin C_1} = \frac{C_1A}{\sin B_1}$$



Эвристическая беседа



10. Можно ли записать подобные равенства для треугольников A_1C_1B и A_1B_1C ?

$$\frac{C_1A_1}{\sin B} = \frac{A_1B}{\sin C_1} = \frac{C_1B}{\sin A_1}$$

$$\frac{B_1A_1}{\sin C} = \frac{B_1C}{\sin A_1} = \frac{A_1C}{\sin B_1} = 2R$$



Эвристическая беседа



11. Так как мы не знаем чему равны синусы углов, то выразим их из основной теоремы синусов:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2R \rightarrow \sin B = \frac{b}{2R}$$

$$\frac{c}{\sin C} = 2R \rightarrow \sin C = \frac{c}{2R}$$

Эвристическая беседа



12. Следовательно получаем:

$$B_1C_1 = \frac{aAP}{2R}$$

$$C_1A_1 = \frac{bBP}{2R}$$

$$A_1B_1 = \frac{cCP}{2R}$$

Эвристическая беседа



13. Если нам даны следующие условия:

1. Дан произвольный треугольник.
2. Расстояние от педальной точки до вершин треугольника равны x, y, z .



Теорема: «Если расстояние от педальной точки до вершин треугольника равны x, y, z , то длины сторон педального треугольника

$$\frac{ax}{2R}; \frac{by}{2R}; \frac{cz}{2R}$$

План.



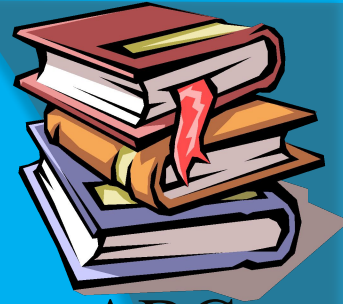
1. $PC_1B_1 \in \omega$ с диаметром AP .

$$2. B_1C_1 = AP \frac{a}{2R} = \frac{a \cdot AP}{2R}$$

$$C_1A_1 = \frac{b \cdot BP}{2R}$$

$$A_1B_1 = \frac{c \cdot CP}{2R}$$

Доказательство.



Рассмотрим произвольный треугольник ABC
треугольник AB_1C_1 .

$$\angle AC_1B = \angle AB_1P = 90^\circ$$

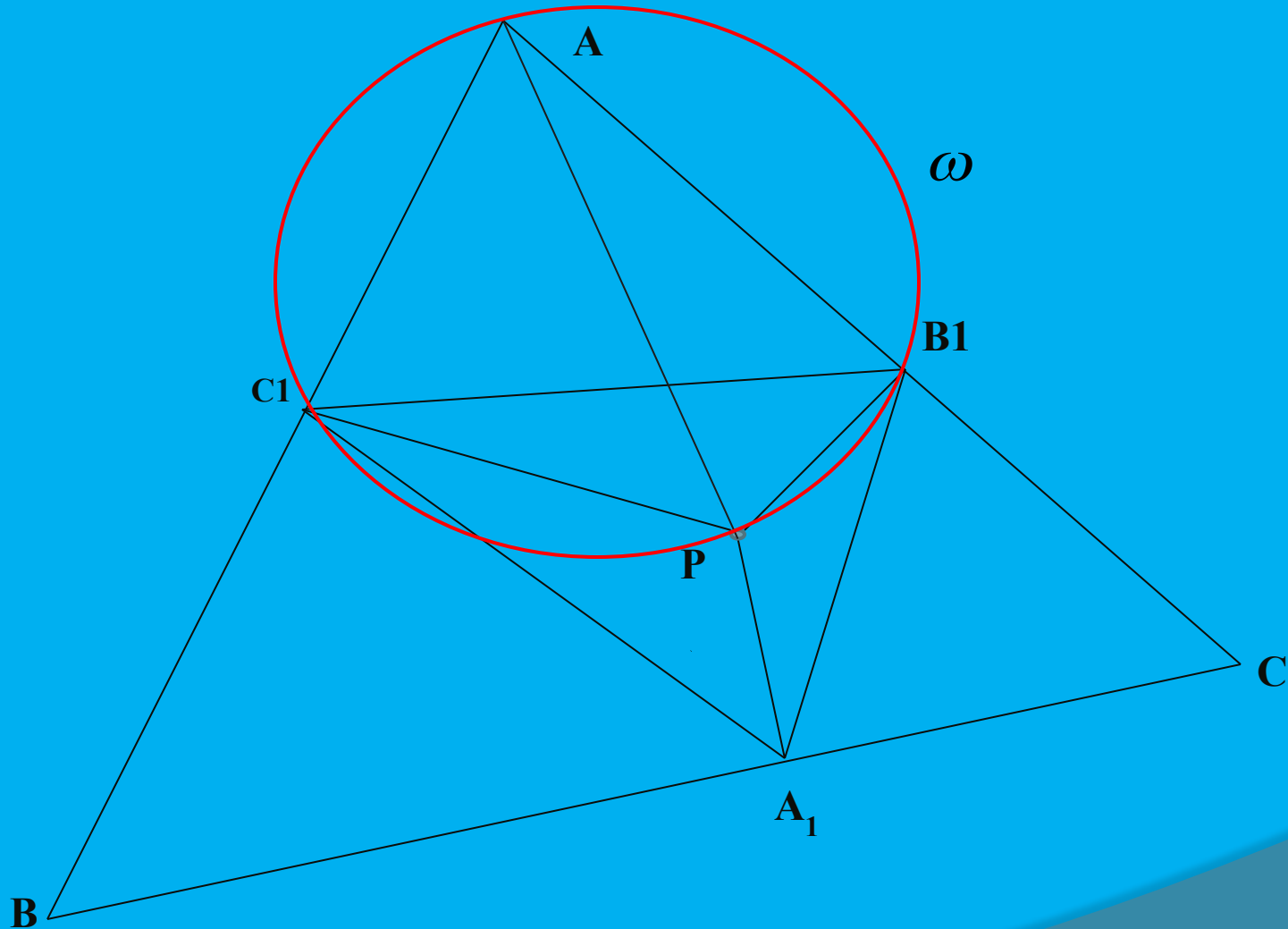
По теореме об угле опирающемся на диаметр
окружности следует, что P, C_1, B_1 окружности

• ω

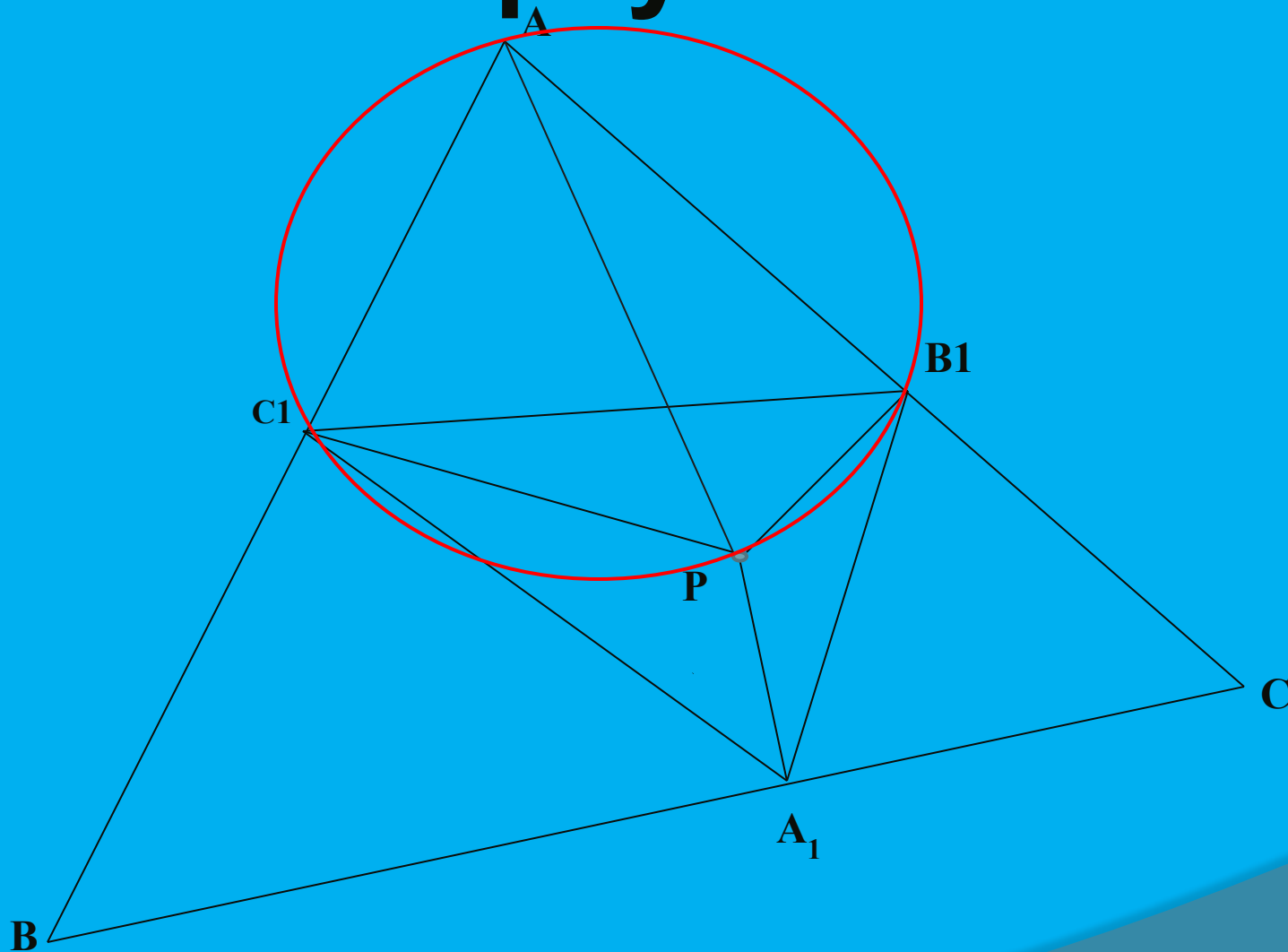
Где ω - описанная окружность около
треугольника AC_1B_1 .



Педальный треугольник



Педальный треугольник



Педальный треугольник

