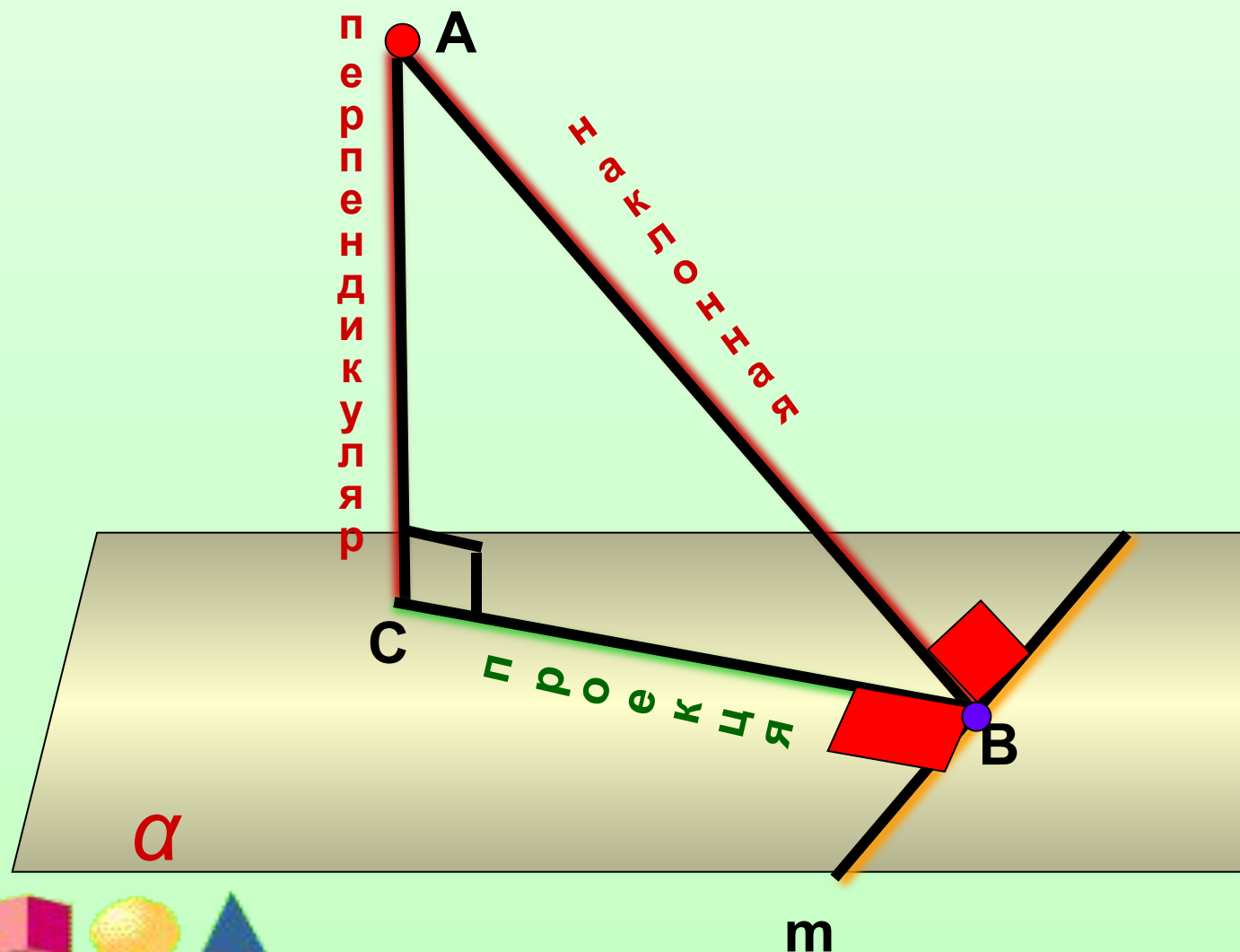




Теорема о ТРЕХ перпендикулярах



Сенникова Н. В.
учитель
математики

Учебник Л. С.
Атанасян и др.
«Геометрия 10-11»

г. Москва



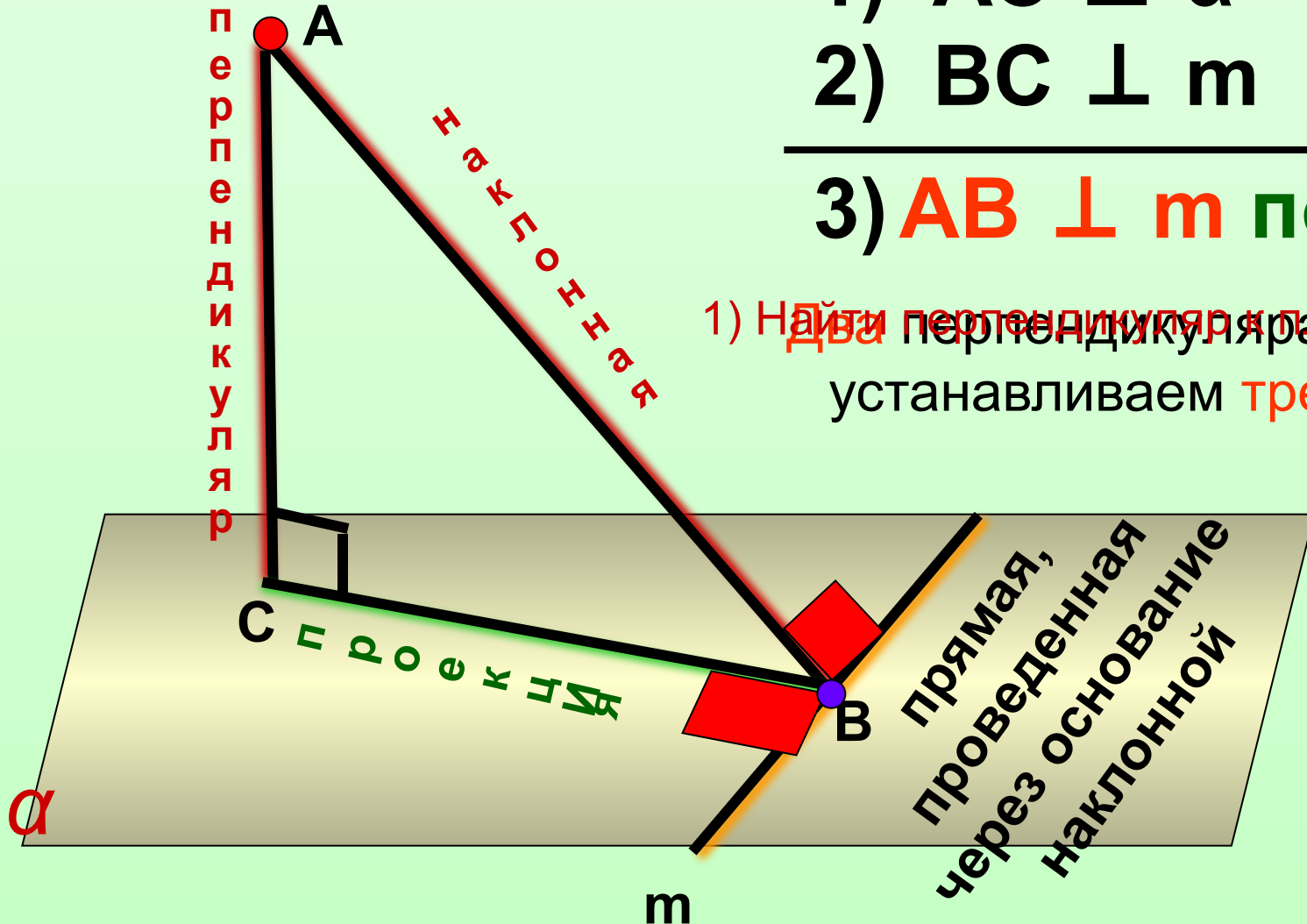
Теорема о трех перпендикулярах: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

1) $AC \perp \alpha$

2) $BC \perp m$

3) $AB \perp m$ по ТТП

1) Найти перпендикуляр к плоскости
Два перпендикуляра есть
устанавливаем третий



Теорема обратная теореме о трех перпендикулярах:

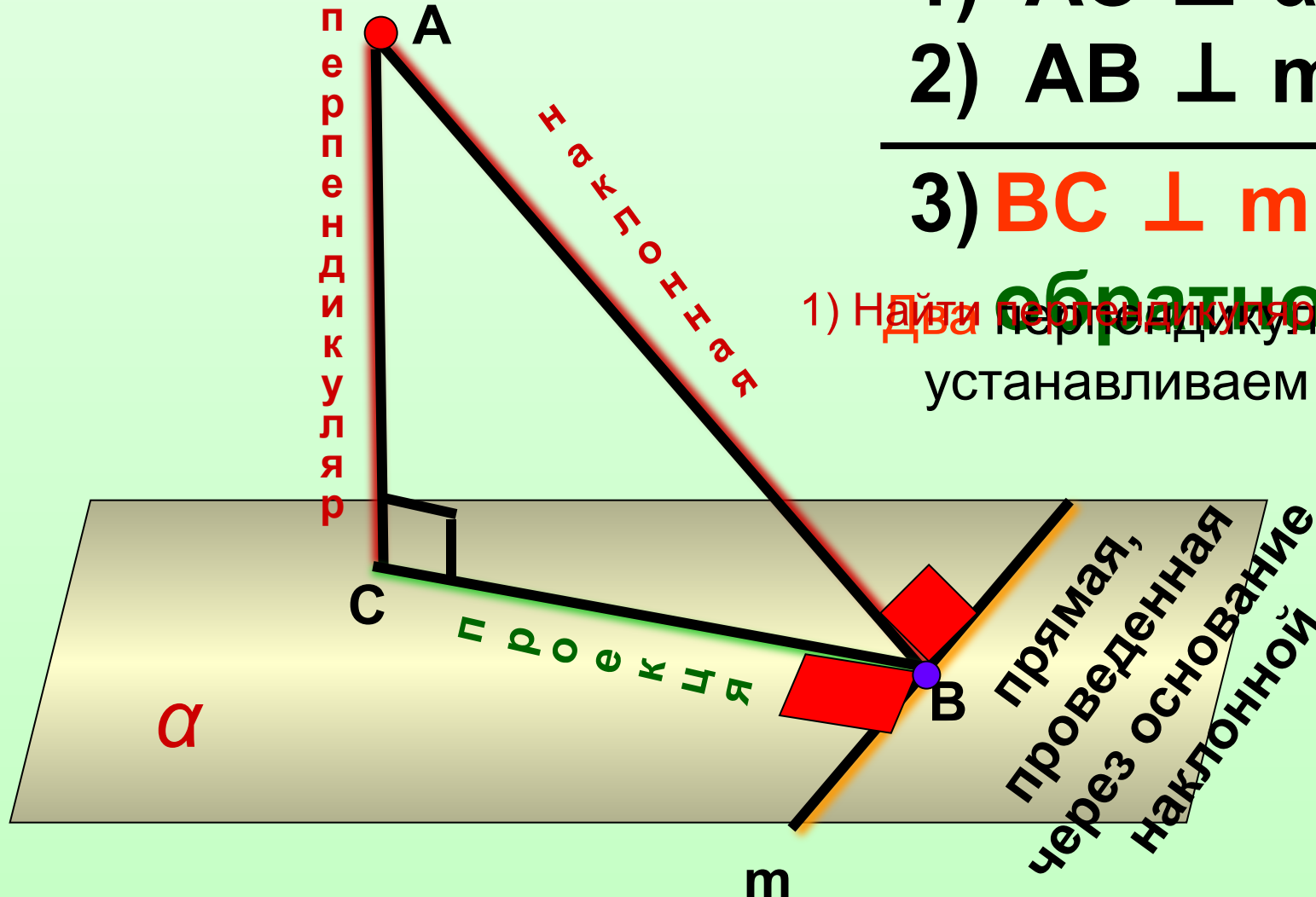
Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

$$1) AC \perp \alpha$$

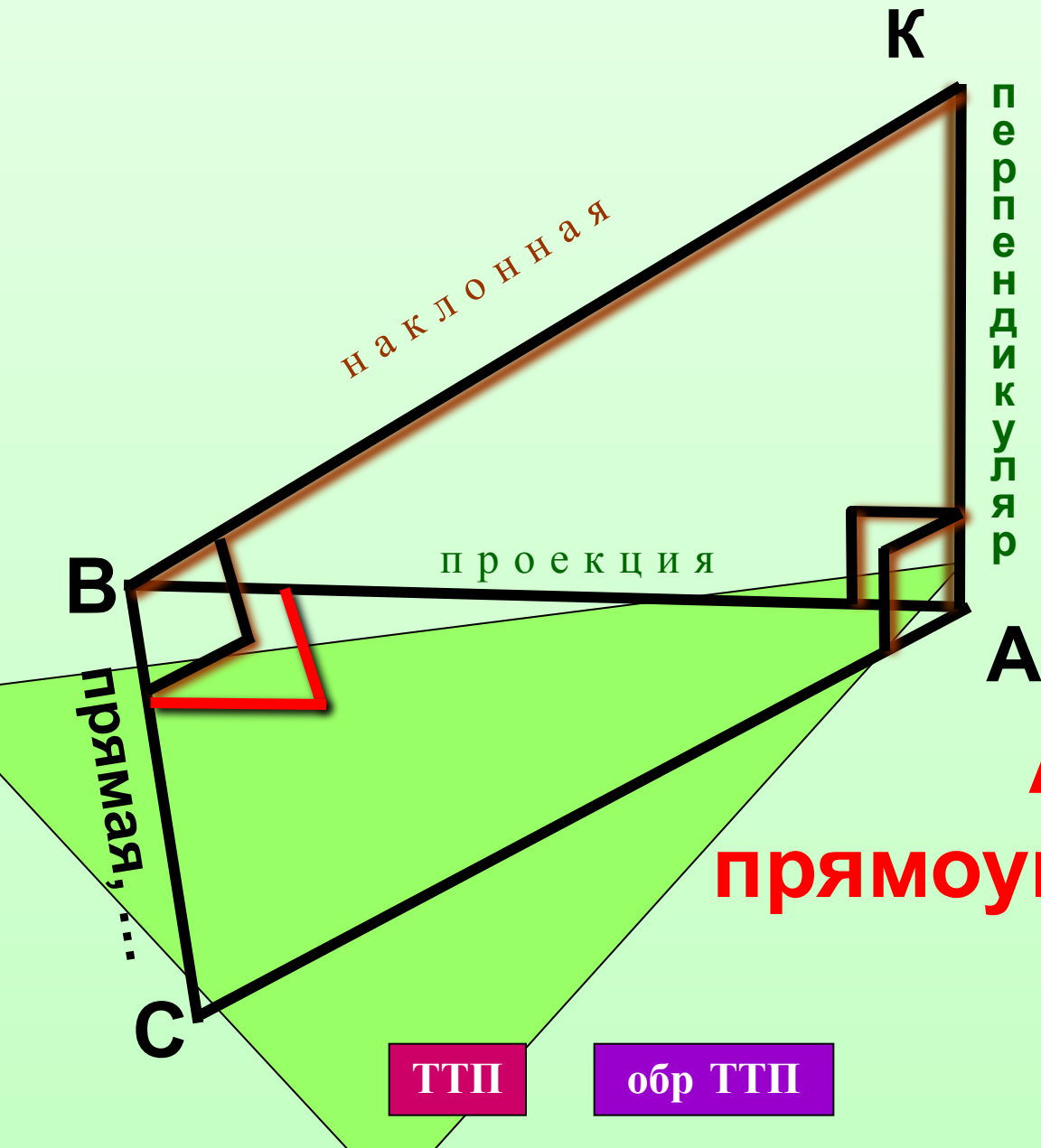
$$2) AB \perp m$$

$$3) BC \perp m \text{ по ТМ}$$

1) Найти перпендикуляр к плоскости
два перпендикуляра есть
устанавливаем третий



ЗАДАЧА. Отрезок АК перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$ и $KB \perp BC$. Докажите, что $\triangle ABC$ - прямоугольный.



1) $AK \perp (ABC)$
по ...

2) $KB \perp BC$
по ...

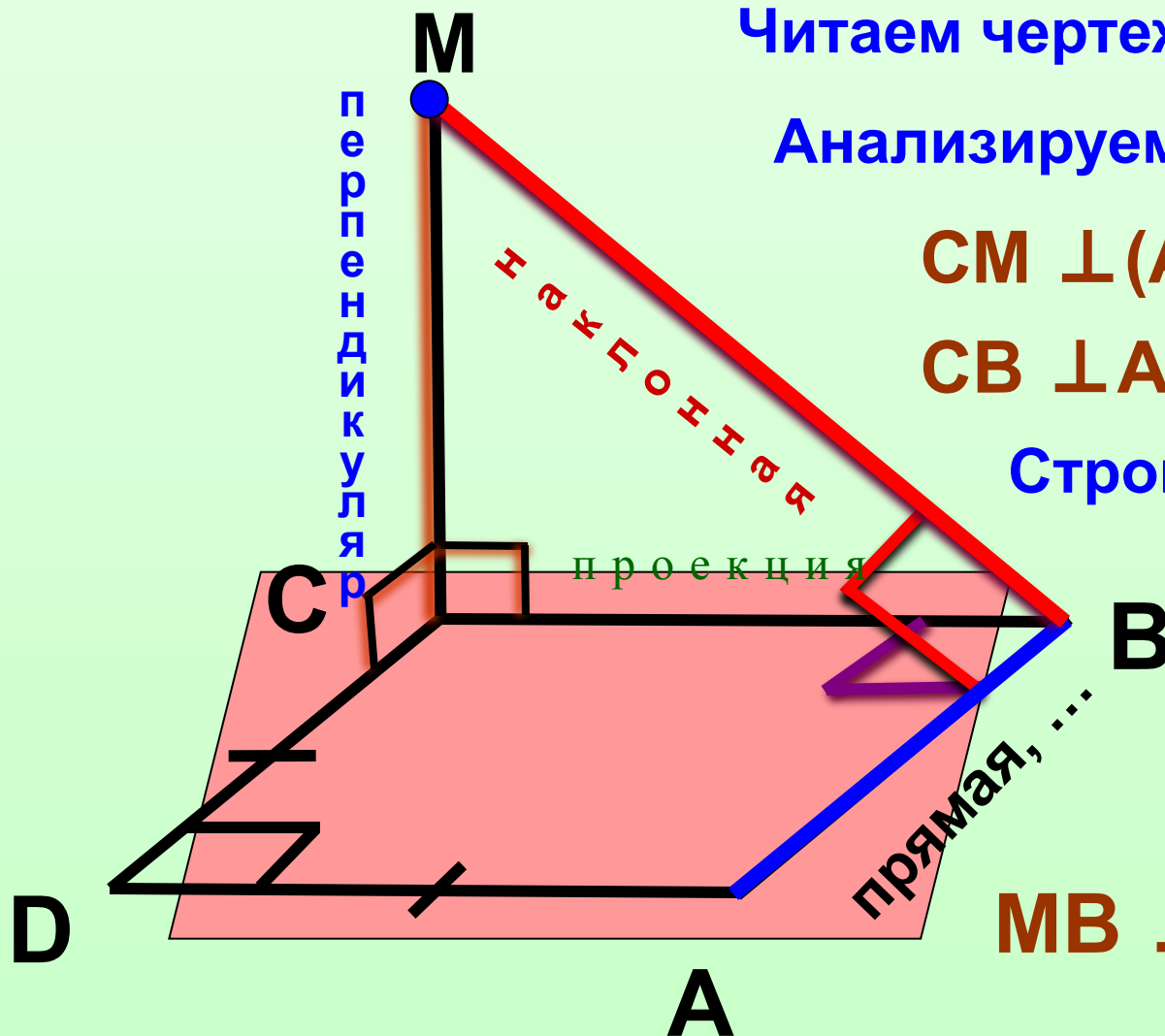
3) $AB \perp BC$ по
т. обр. ТТП

**$\triangle ABC$ –
прямоугольный, ч.т.д.**

TTП

обр ТТП

Изобразите отрезок, длина которого равна расстоянию от т. М до выделенной прямой. Ответ обоснуйте.



Читаем чертеж!

Анализируем дано!

$CM \perp (ABC)$ по ...

$CV \perp AB$ по ...

Строим расстояние!

Делаем вывод!

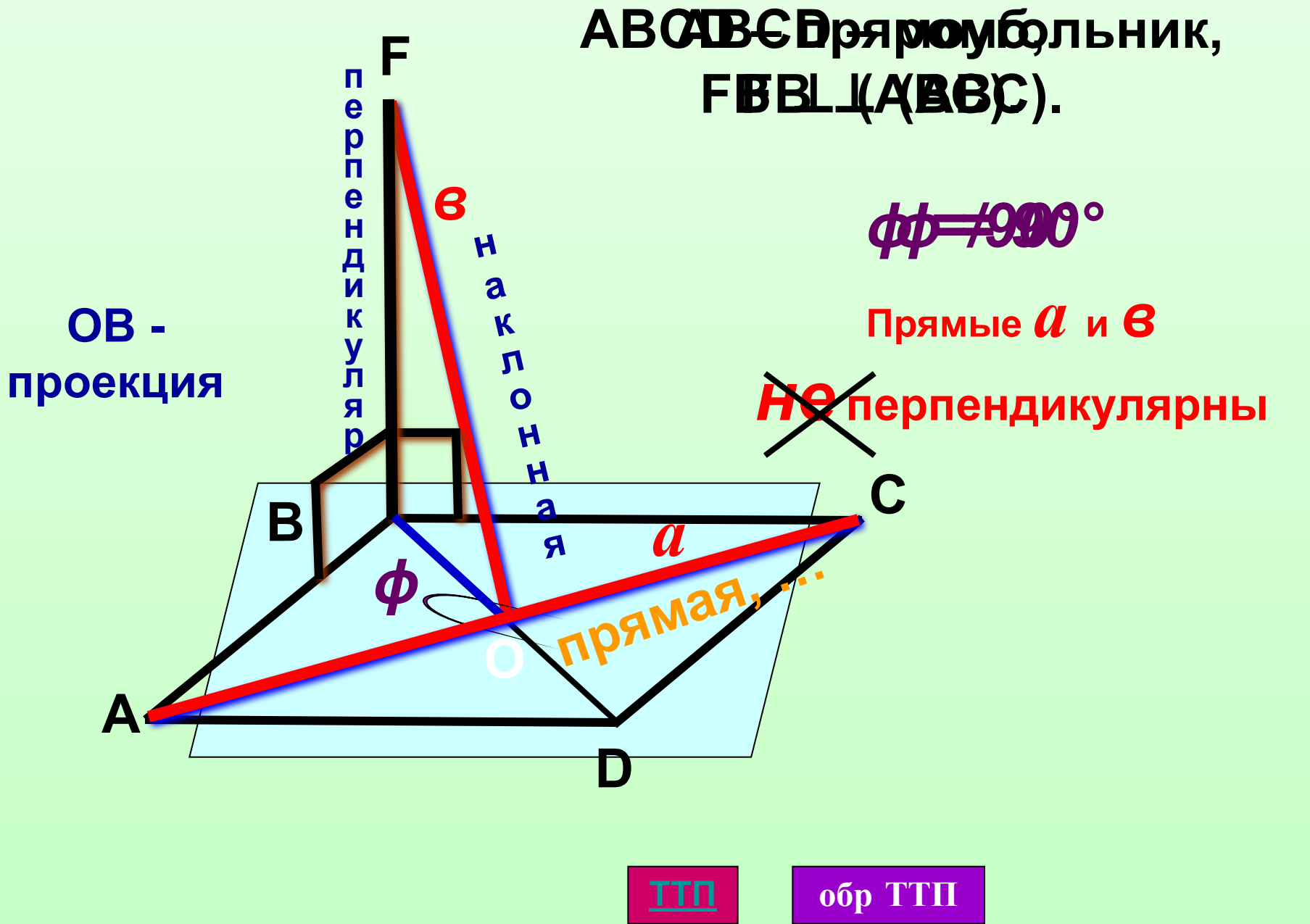
$MV \perp AB$ по ТТП

MV – искомое расстояние

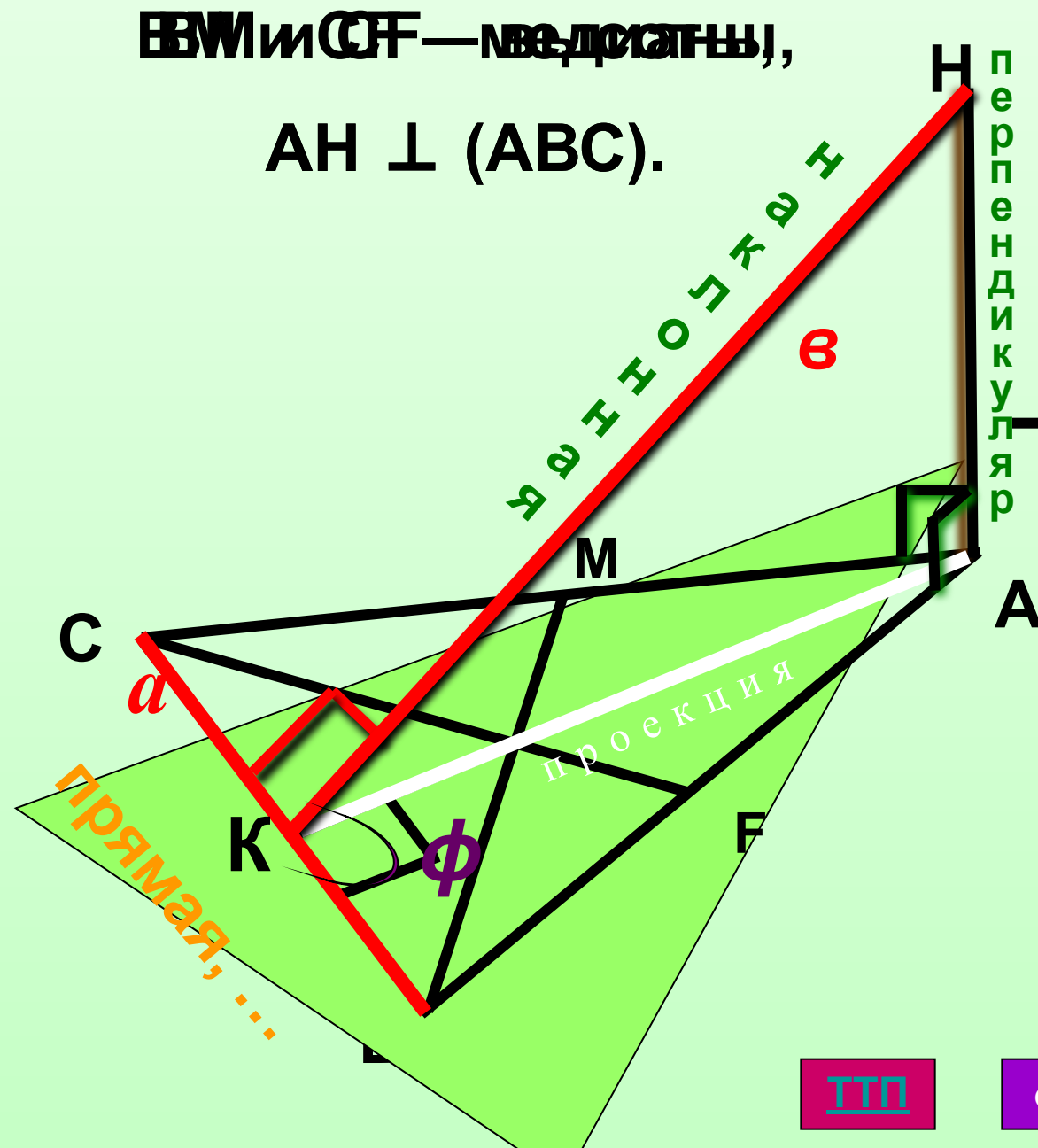
ТТП

обр ТТП

Перпендикулярны ли прямые a и b ? Ответ обоснуйте.



Перпендикулярны ли прямые a и b ? Ответ обоснуйте.



$AN \perp (ABC)$.

$AN \perp (ABC)$

по ...

$AK \perp CB$

по ...

$NK \perp CB$ по
ТПП

$\phi \neq 90^\circ$

Прямые a и b

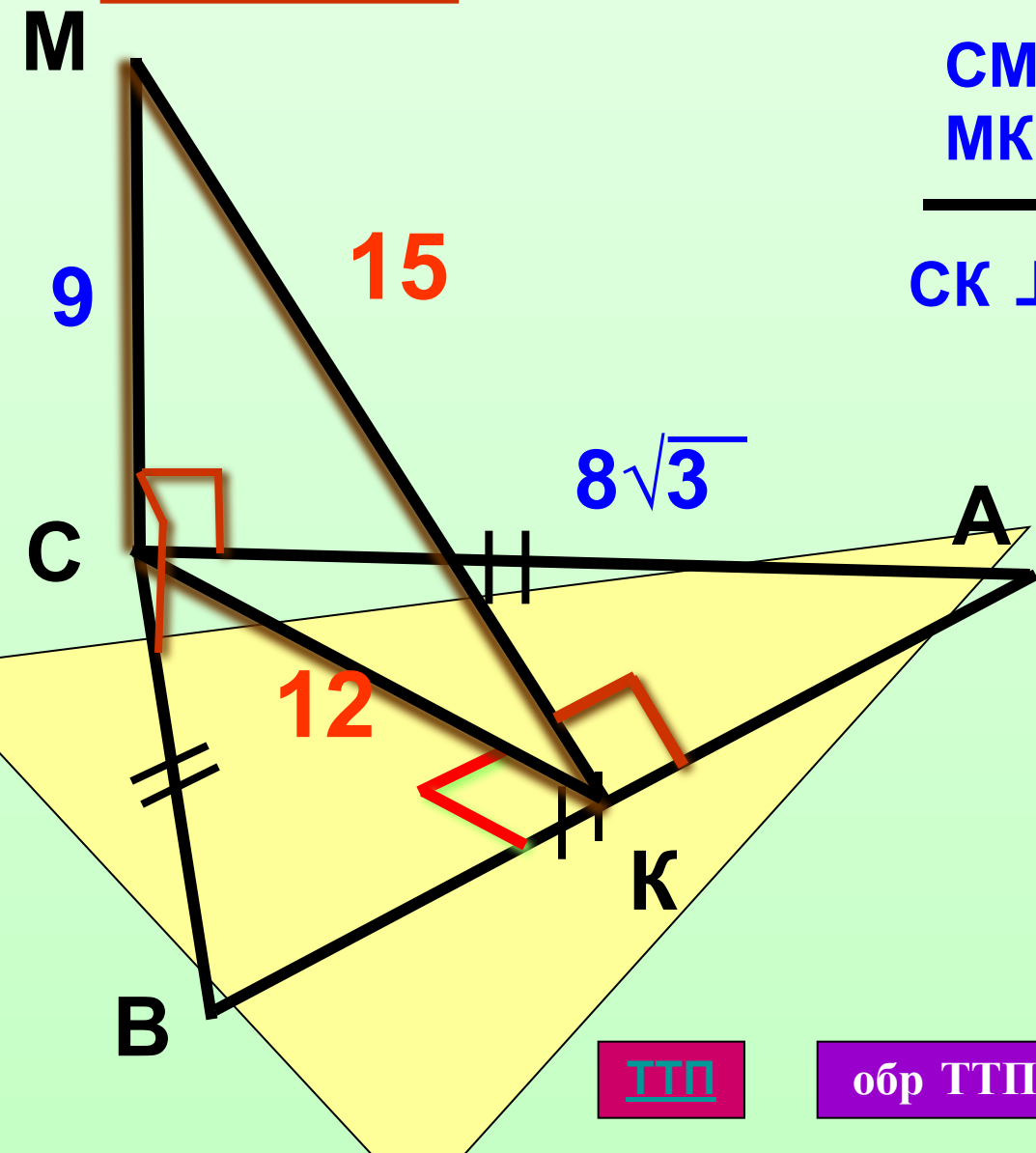
~~но~~

перпендикулярны

ТПП

обр ТПП

ЗАДАЧА. Отрезок CM перпендикулярен плоскости правильного $\triangle ABC$, со стороной $8\sqrt{3}$. Найдите расстояние от точки M до прямой AB , если $MC = 9$.



$CM \perp (ABC)$ по ...

$MK \perp AB$ по построению

$CK \perp AB$ **Вывод!** обр. ТТП

т.к. $\triangle ABC$ – правильный, то $CK = \dots$

$\Rightarrow$ из $\triangle MCK$ ($\angle C = 90^\circ$)
по т. Пифагора

$$CM = 9 = 3 \cdot 3$$

$$CK = 12 = 3 \cdot 4$$

$$MK = 3 \cdot 5 = 15$$

ТТП

обр ТТП

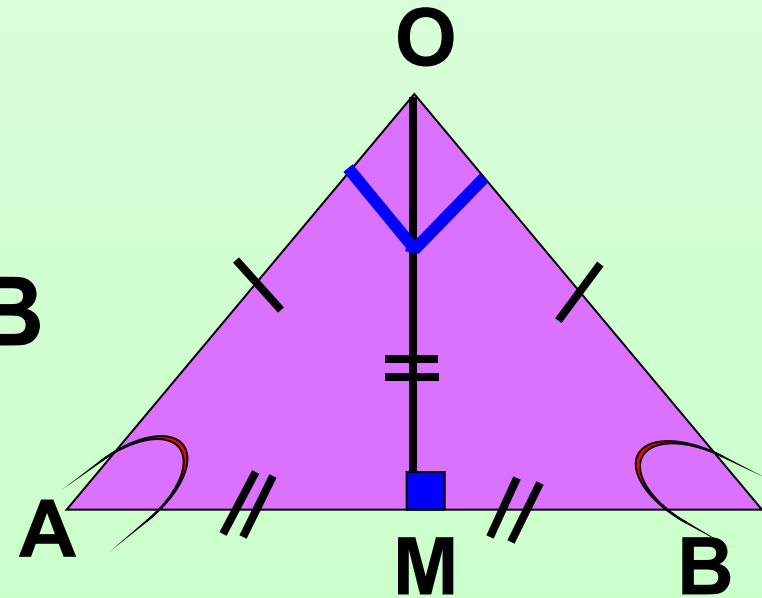
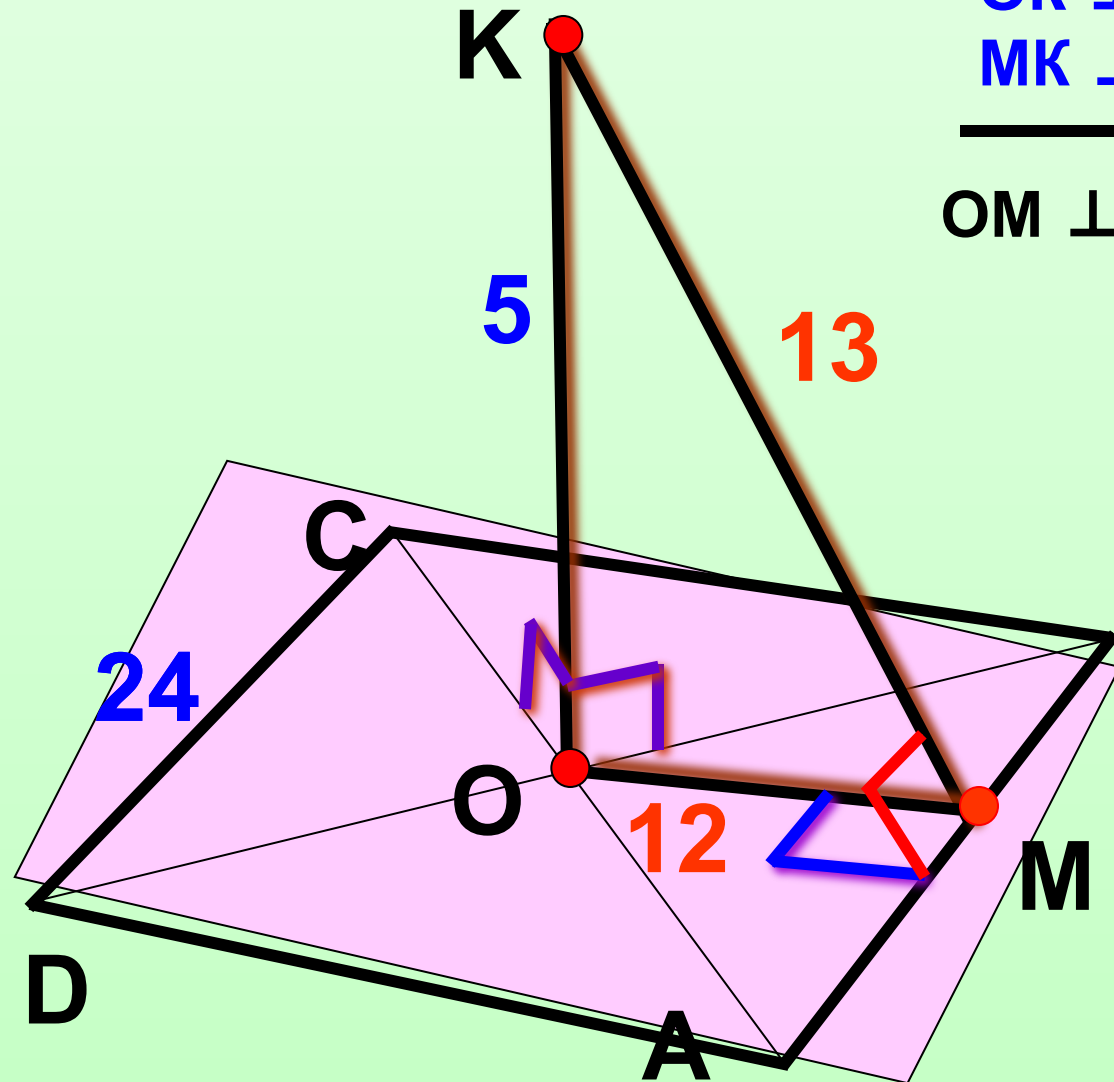
ЗАДАЧА. К центру квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр ОК, равный 5. Найдите расстояние от точки К до стороны квадрата, если она равна 24.

$OK \perp (ABCD)$ по ...

$MK \perp AB$ по построению

Вывод!

$OM \perp AB$ по т. обр. ТТП



ЗАДАЧА. Отрезок BM перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$, где $\angle C = 90^\circ$, $AB = 17$, $AC = 8$. Найдите расстояние от точки M до прямой AC , если $MB = 20$.

Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 17$,
 $AC = 8$, $BM \perp (ABC)$.

Найти: Расстояние от т. M до AC .

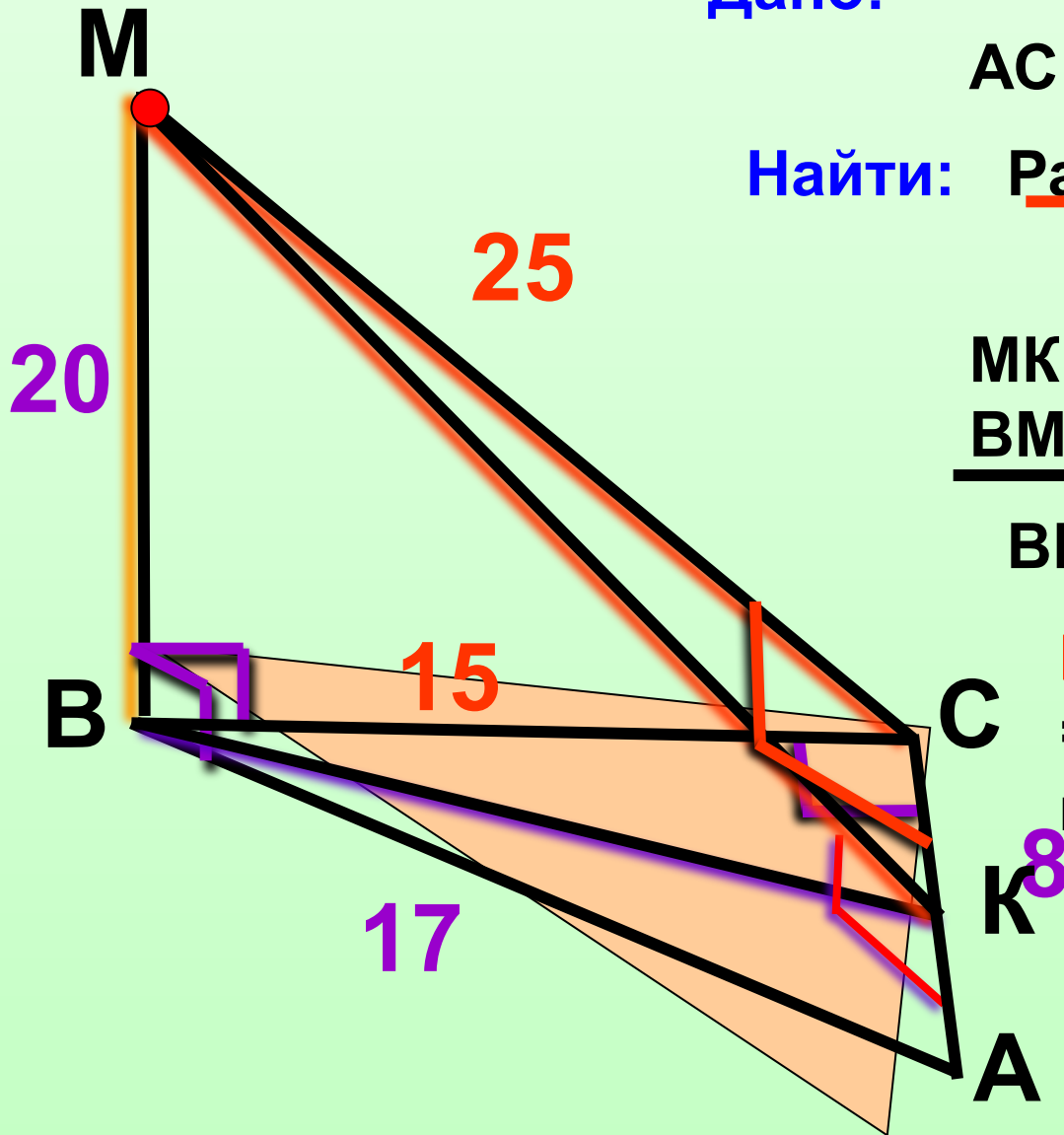
Решение:

$MK \perp AC$ по построению
 $BM \perp (ABC)$ по ...

$BK \perp AC$ по свойству ТТП

НО $BC \perp AC$, что ...
 $\Rightarrow$ т. K совпадает с т. C и
искомое расстояние MC

**ЗАКОНЧИТЬ
САМОСТОЯТЕЛЬНО**



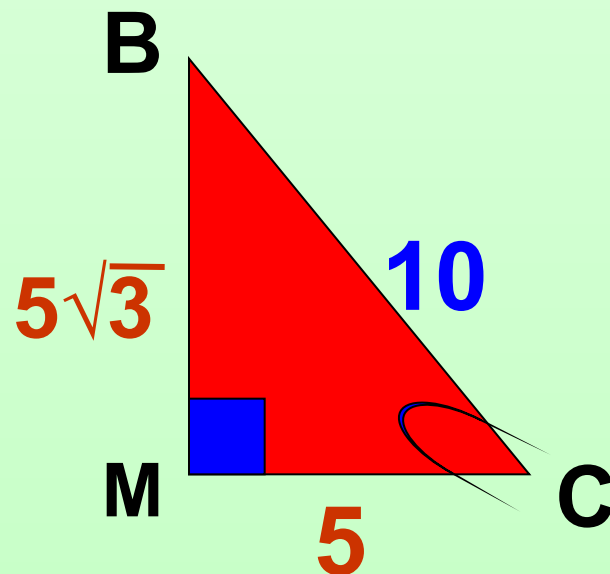
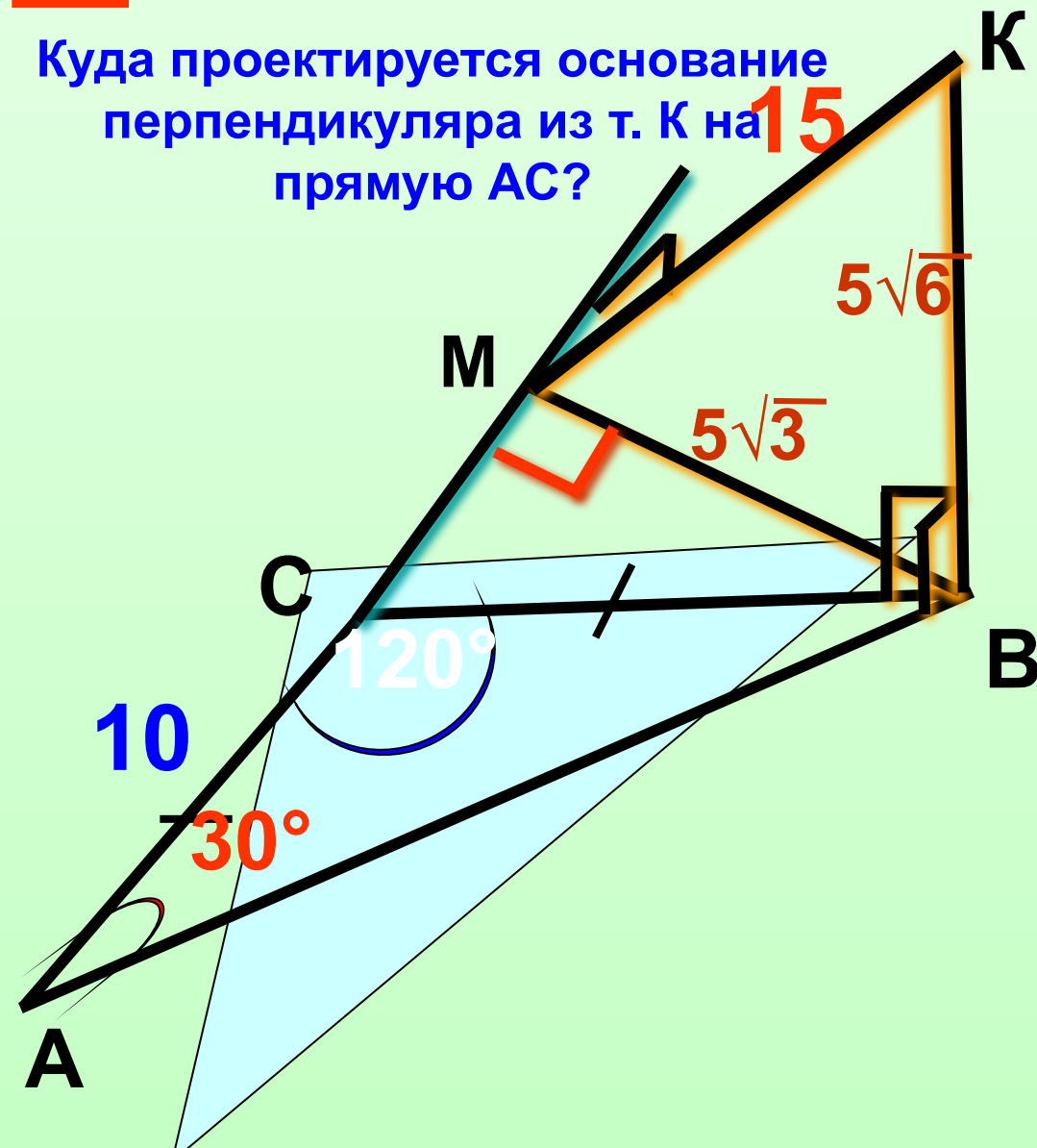
ЗАДАЧА. в $\triangle ABC$, $AC = CB = 10$, $\angle A = 30^\circ$, $BK \perp$ -
 перпендикуляр к плоскости треугольника и равен $5\sqrt{6}$.
 Найдите расстояние от точки K до AC .

Куда проектируется основание
 перпендикуляра из т. K на
 прямую AC ?

$BK \perp (ABC)$ по ...

$KM \perp AC$ по ...

$BM \perp AC$ по подобию $\triangle BMC$ и $\triangle ABC$



ЗАДАЧА. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30° . Точка М удалена от плоскости трапеции на расстояние равное $2\sqrt{3}$, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки М до сторон трапеции.

$\Rightarrow$ т.М проектируется в центр
вписанной в трапецию окружности



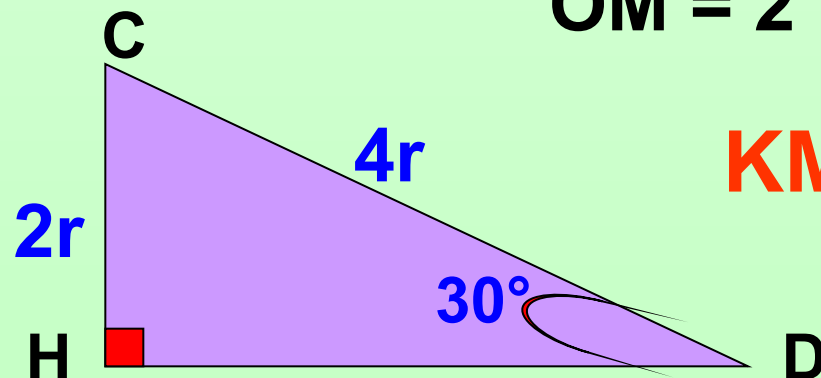
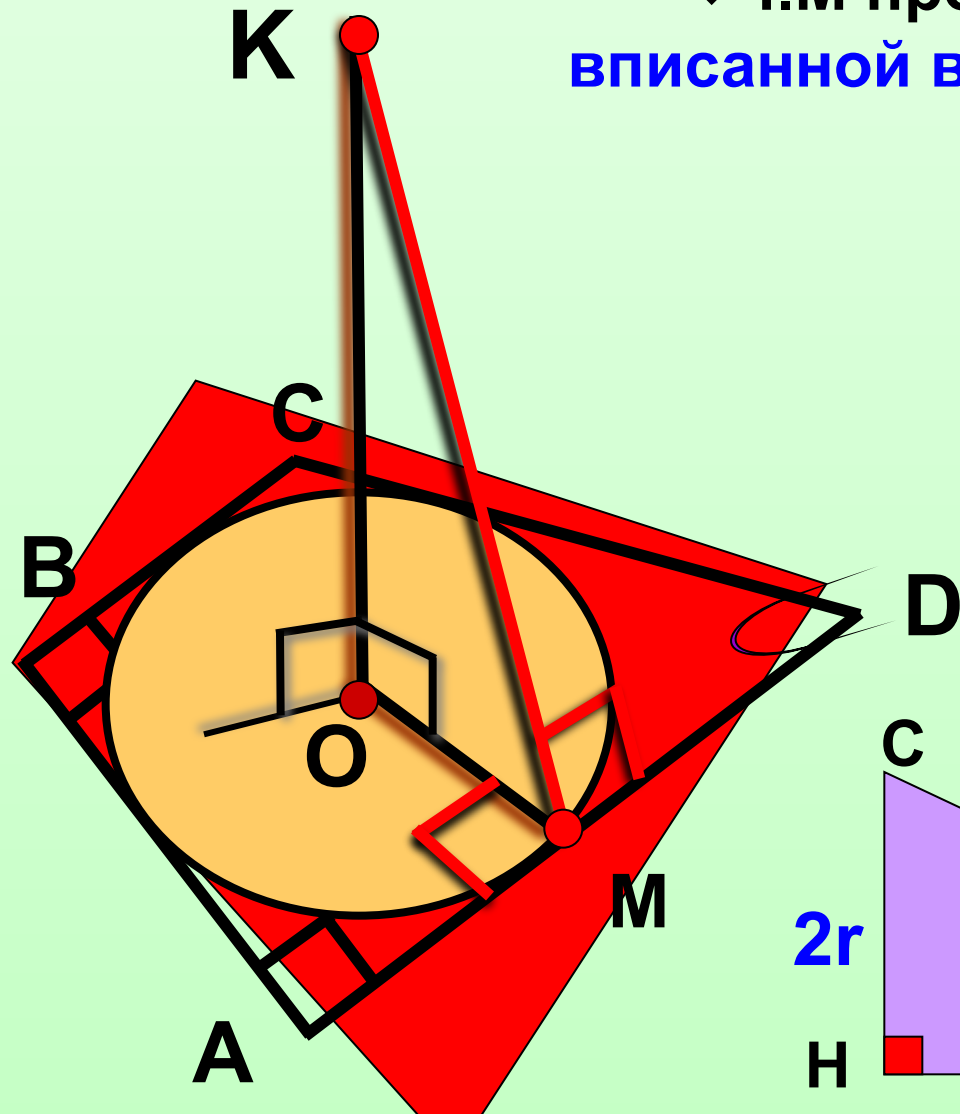
$OK \perp (ABC)$ по ...

$OM \perp AD$ по ...

Вывод!
 $BM \perp AC$ по ТТП

$$OM = 2$$

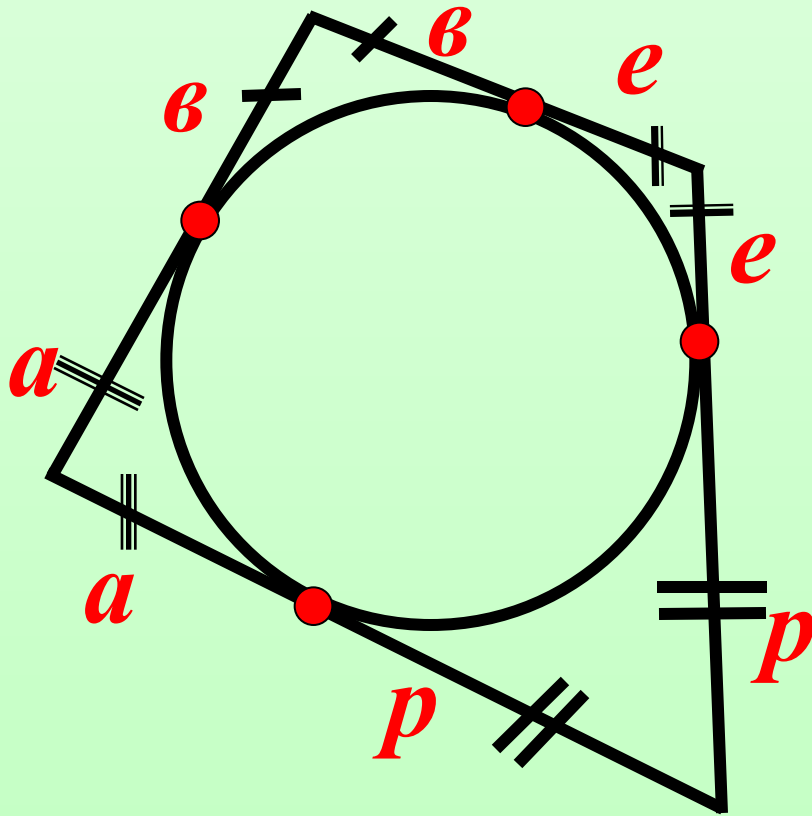
$$KM = 4$$



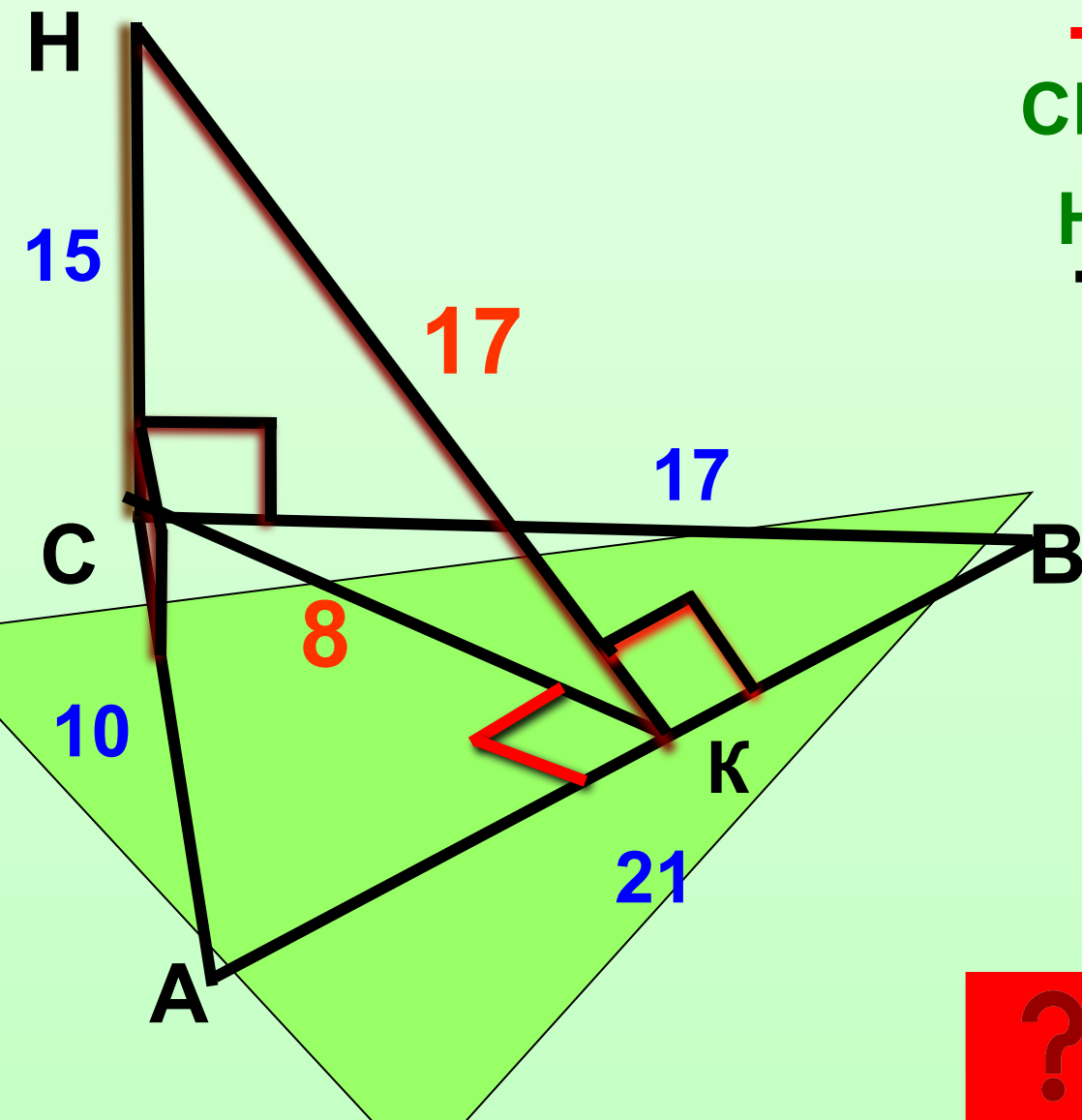
ЗАДАЧА. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 6. Острый угол равен 30° . Точка М удалена от плоскости трапеции на расстояние равное $2\sqrt{3}$, и находится на равном расстоянии от ее сторон. Найдите расстояние от точки М до сторон трапеции.

$\Rightarrow$ т.М проектируется в центр
вписанной в трапецию окружности

$$v + e + p + a = v + e + p + a$$



ЗАДАЧА. Отрезок CH перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$, где, $AB = 21$, $AC = 10$, $BC = 17$. Найдите расстояние от точки H до прямой AB , если $CH = 15$. Изобразите перпендикуляр из точки H к прямой AB .



$CH \perp (ABC)$ по ...

$HK \perp AB$ по ...

$CK \perp AB$ по ТТП

$CK = ?$

т.к. $AB = 21$ –
большая сторона,
то т. $K \in AB$, где K
лежит между
точками A и B

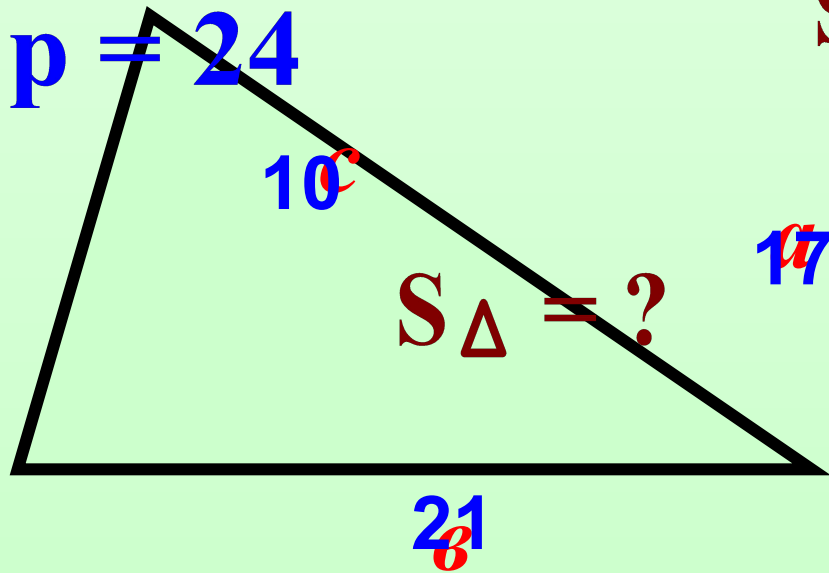
?



По известным сторонам треугольника найдите высоту.

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} h_b b$$

$$h_b = \frac{2S_{\Delta}}{b}$$



$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{24 \cdot 3 \cdot 14 \cdot 7}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 7}$$

$$S_{\Delta} = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$$

$$h_b = \frac{2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7}{21}$$

$$h_b = 8$$



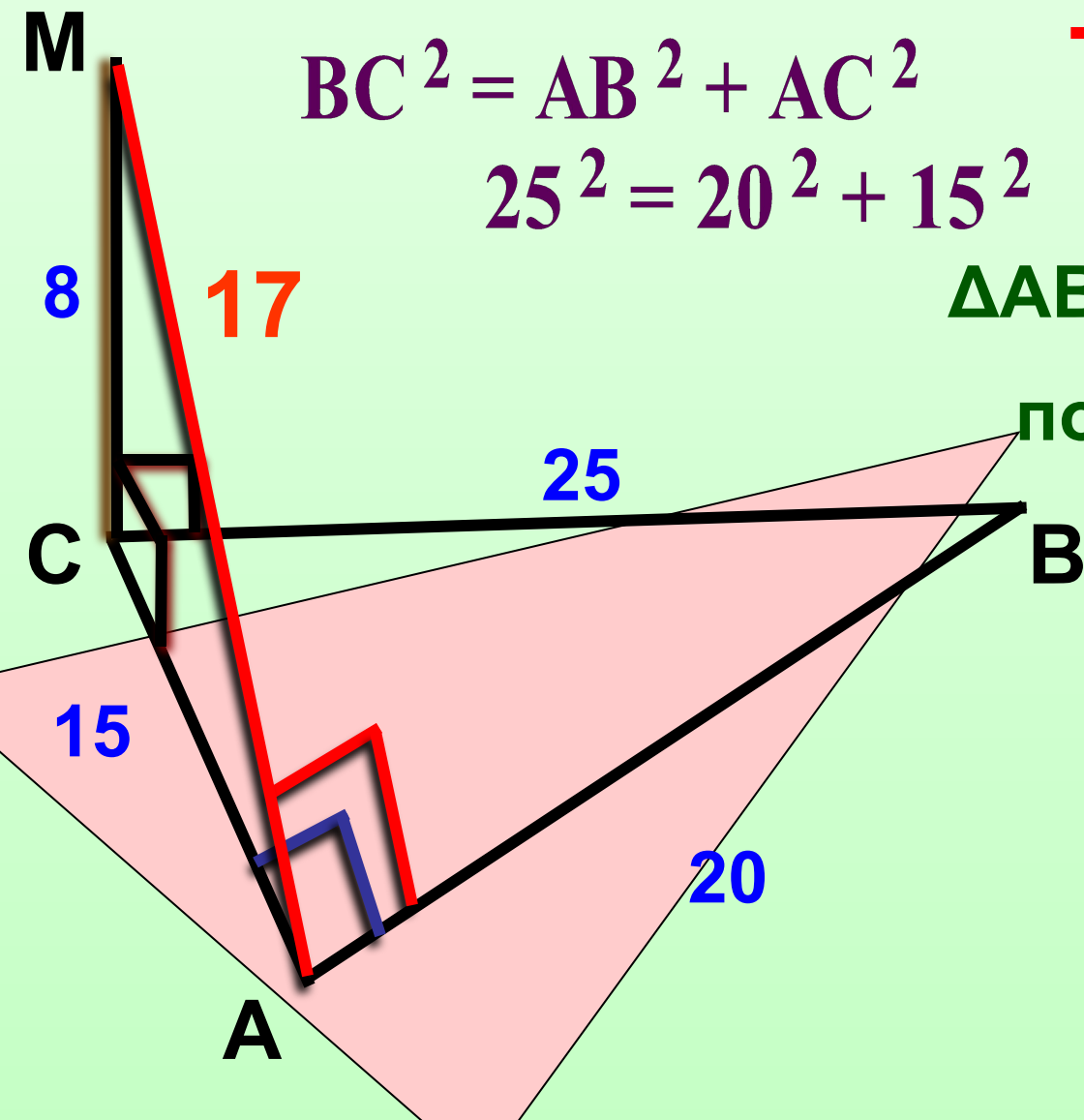
ЗАДАЧА. Отрезок CM перпендикулярен плоскости $\triangle ABC$, где, $AB = 20$, $AC = 15$, $BC = 25$. Найдите расстояние от точки М до прямой АВ, если $CM = 8$. Изобразите перпендикуляр из точки М к прямой АВ.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$
$$25^2 = 20^2 + 15^2$$

$\triangle ABC$ – прямоугольный
по т. обр. Пифагора

$CM \perp (ABC)$ по ...
 $AC \perp AB$ по ...

$AM \perp AB$ по ТТП



Список литературы:

1. Атанасян Л. С. и др Геометрия. Учебник для 10-11 классов - М.: Просвещение, 2005.
2. Ершова А. П., Голобородько В. В. Математика. Самостоятельные и контрольные работы. Геометрия. 10 класс - М: Илекса, 2003.
3. Саакян С. М., Бутузов В. Ф. Изучение геометрии. В 10-11 классах - М.: Просвещение, 2001.
4. Зив Б. Г. Дидактические материалы по геометрии для 10 класса - М.: Просвещение, 1995
5. Чудовский А. Н., Сомова Л. А. Проверь свои знания по геометрии - М: просвещение, 1985