



# Теорема КОСИНУСОВ

# Цель —

- сформулировать теорему косинусов через решение задач,
- научиться использовать ее при решении задач, в том числе практического характера.

# Устная работа

1. Какой угол называется: а) острым; б) прямым; в) тупым?

а)  $0^\circ < \angle A < 90^\circ$

б)  $\angle A = 90^\circ$

в)  $90^\circ < \angle A < 180^\circ$

2. Как связаны между собой катеты и гипотенуза  
прямоугольного треугольника?

Теоремой Пифагора

3. Что называется тригонометрическими функциями острого  
угла?

Отношение двух сторон треугольника

4. Как выражается синус угла через его косинус и, наоборот, косинус  
через синус?

через основное тригонометрическое тождество

5. Может ли: а) синус; б) косинус; в) тангенс; г) котангенс угла  
равняться 2?

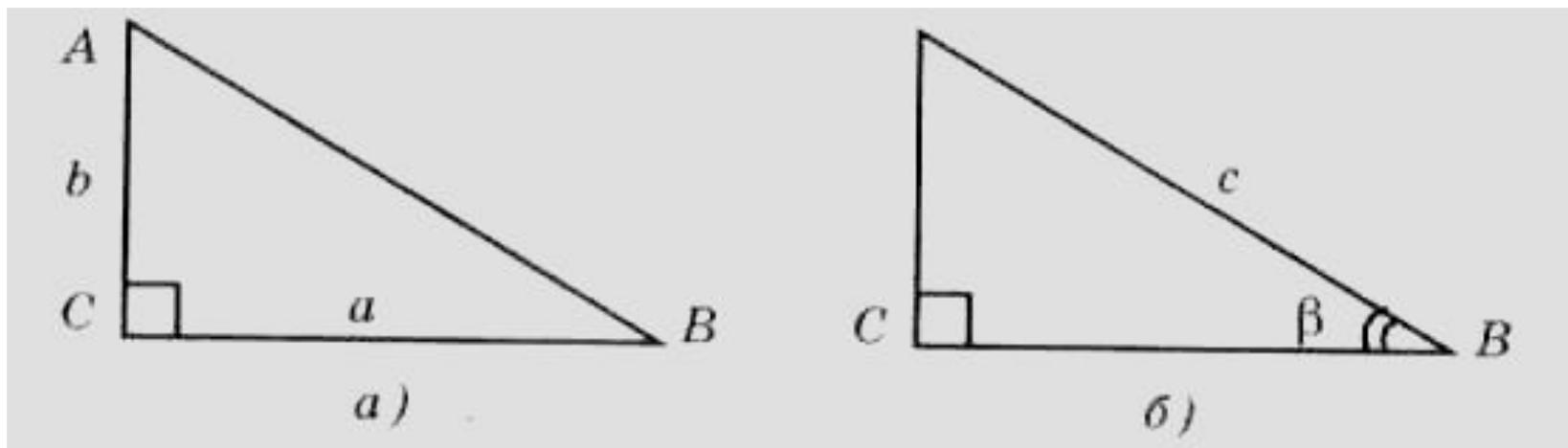
Синус и косинус – нет, а тангенс и котангенс – да

6. Может ли: а) синус; б) косинус; в) тангенс; г) котангенс угла быть  
отрицательным?

а) нет; б), в), г) да.

## Устная работа

Найдите неизвестные элементы (углы и стороны) прямоугольного треугольника по известным элементам, указанным на рисунке (а, б).



$$a) \quad AB = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \operatorname{tg} A = \frac{a}{b}, \quad \angle B = 90^\circ - \angle A$$

$$б) \quad \angle A = 90^\circ - \beta, \quad AC = c \cdot \sin \beta, \quad BC = c \cdot \cos \beta$$

- 1) По каким элементам прямоугольного треугольника можно найти его остальные элементы (углы и стороны)?
- 2) Сколько основных элементов определяют прямоугольный треугольник?
- 3) Сколько нужно знать элементов, и каких в произвольном треугольнике, чтобы найти остальные? Сделайте предположение.

Ответ: 1) гипотенузу – по двум катетам или по углу и известному катету, 2) катет – по гипотенузе и второму катету или углу и второму катету, 3) острый угол – по двум сторонам;

Ответ: прямой угол, катеты и гипотенуза

# Задача

«Пусть дан треугольник  $ABC$ , у которого стороны  $AC = b$ ,  $BC = a$  и известен  $C$ .  
Найдите сторону  $AB$ .

Остроугольный треугольник

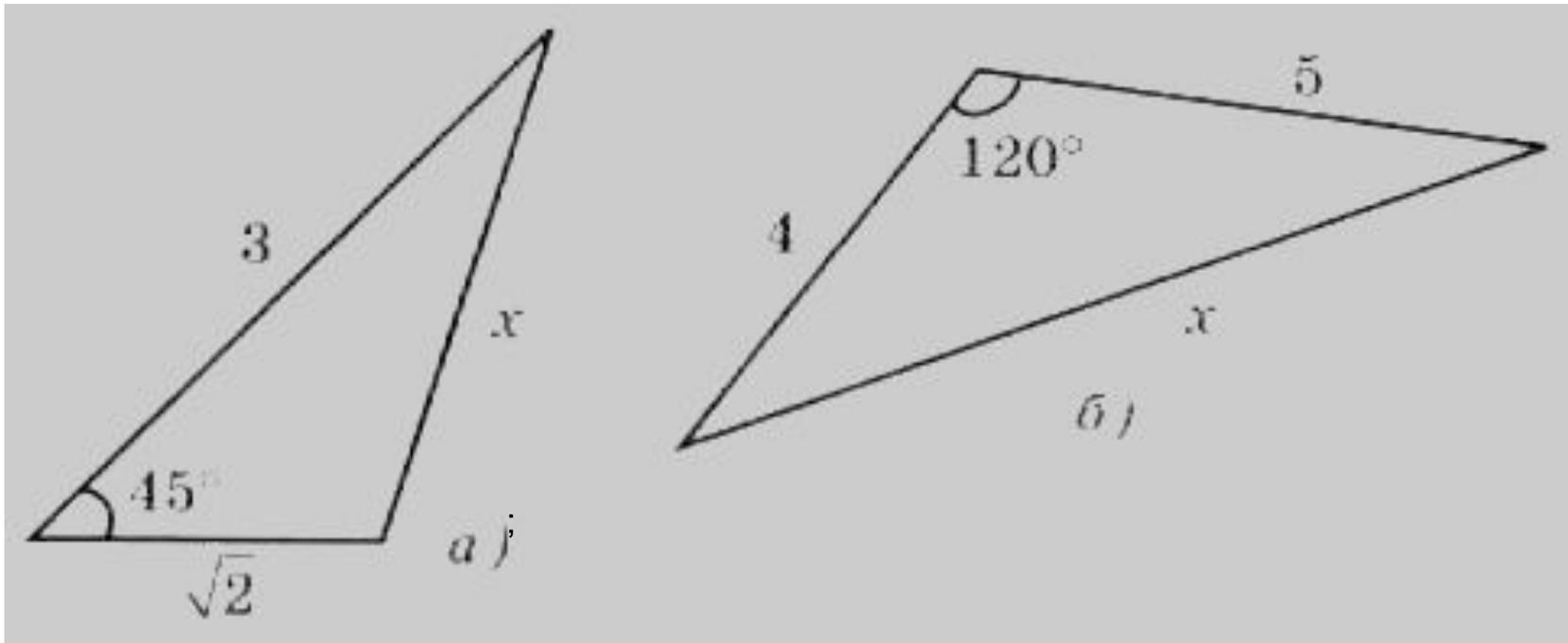
Тупоугольный треугольник

Прямоугольный треугольник

## Теорема. (Теорема косинусов.)

- Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

## Задачи по готовым чертежам



$$\text{a) } x^2 = (\sqrt{2})^2 + 3^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 45^\circ = 2 + 9 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \quad x = \sqrt{5}$$

$$\text{б) } x^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 16 + 25 - 40 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 41 + 20 = 61 \quad x = \sqrt{61}$$

№3 (в учебнике, устно)

При каких значениях угла  $A$  квадрат стороны треугольника, лежащей против этого угла: а) меньше суммы квадратов двух других сторон; б) равен сумме квадратов двух других сторон; в) больше суммы квадратов двух других сторон?

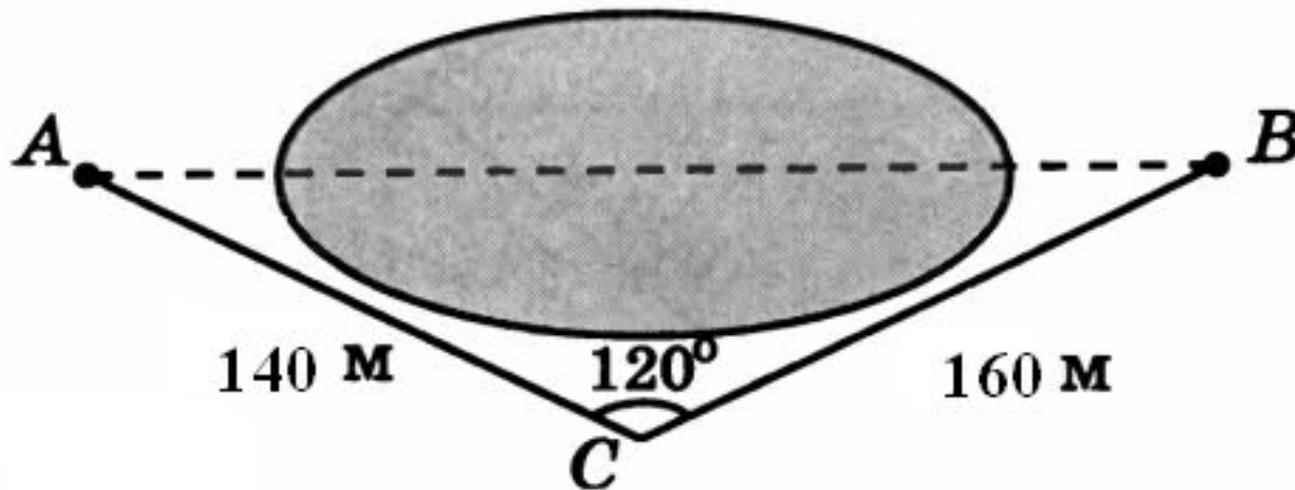
а)  $\angle A < 90^\circ$

б)  $\angle A = 90^\circ$

в)  $\angle A > 90^\circ$

## Задача

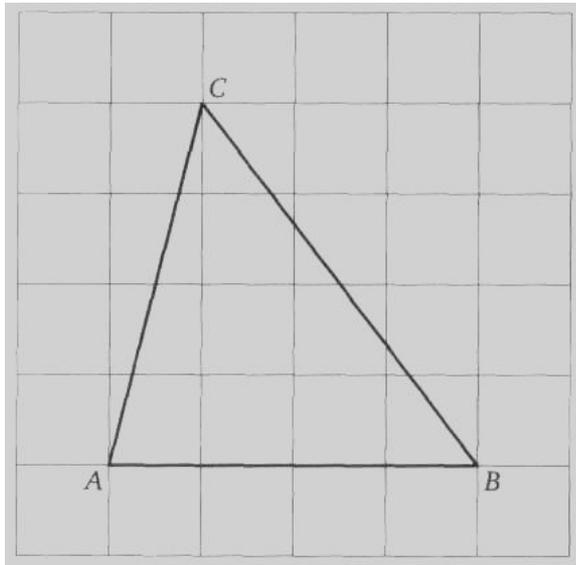
Используя данные, указанные на рисунке, найдите расстояние между населенными пунктами А и В, расположенными на разных берегах озера.



Ответ: 260 м.

# Решение задач на клеточной бумаге

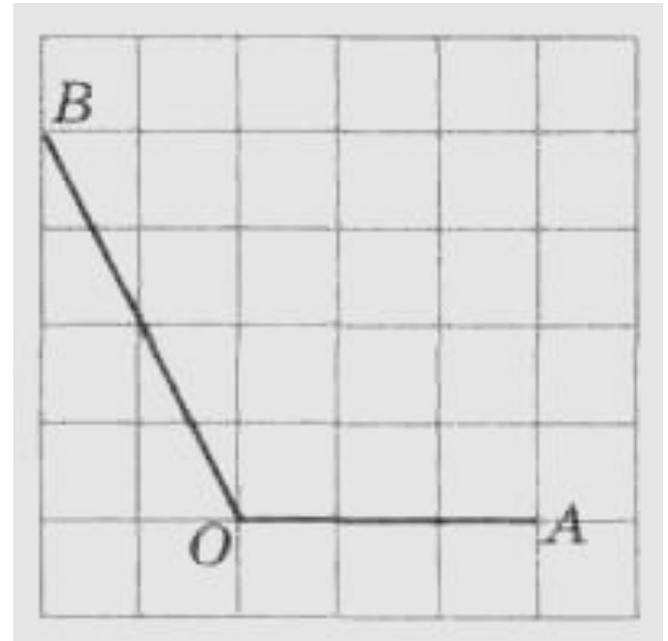
Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс угла  $A$  треугольника  $ABC$ .



Ответ:  $\sin A = \frac{4\sqrt{17}}{17}$ ;

$\cos A = \frac{\sqrt{17}}{17}$ ;  $\operatorname{tg} A = 4$ ;  $\operatorname{ctg} A = \frac{1}{4}$

Найдите тригонометрические функции угла  $AOB$



Ответ:  $\sin O = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ;

$\cos O = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ ;  $\operatorname{tg} O = -2$ ;  $\operatorname{ctg} O = -\frac{1}{2}$



Что нового вы узнали сегодня на уроке?

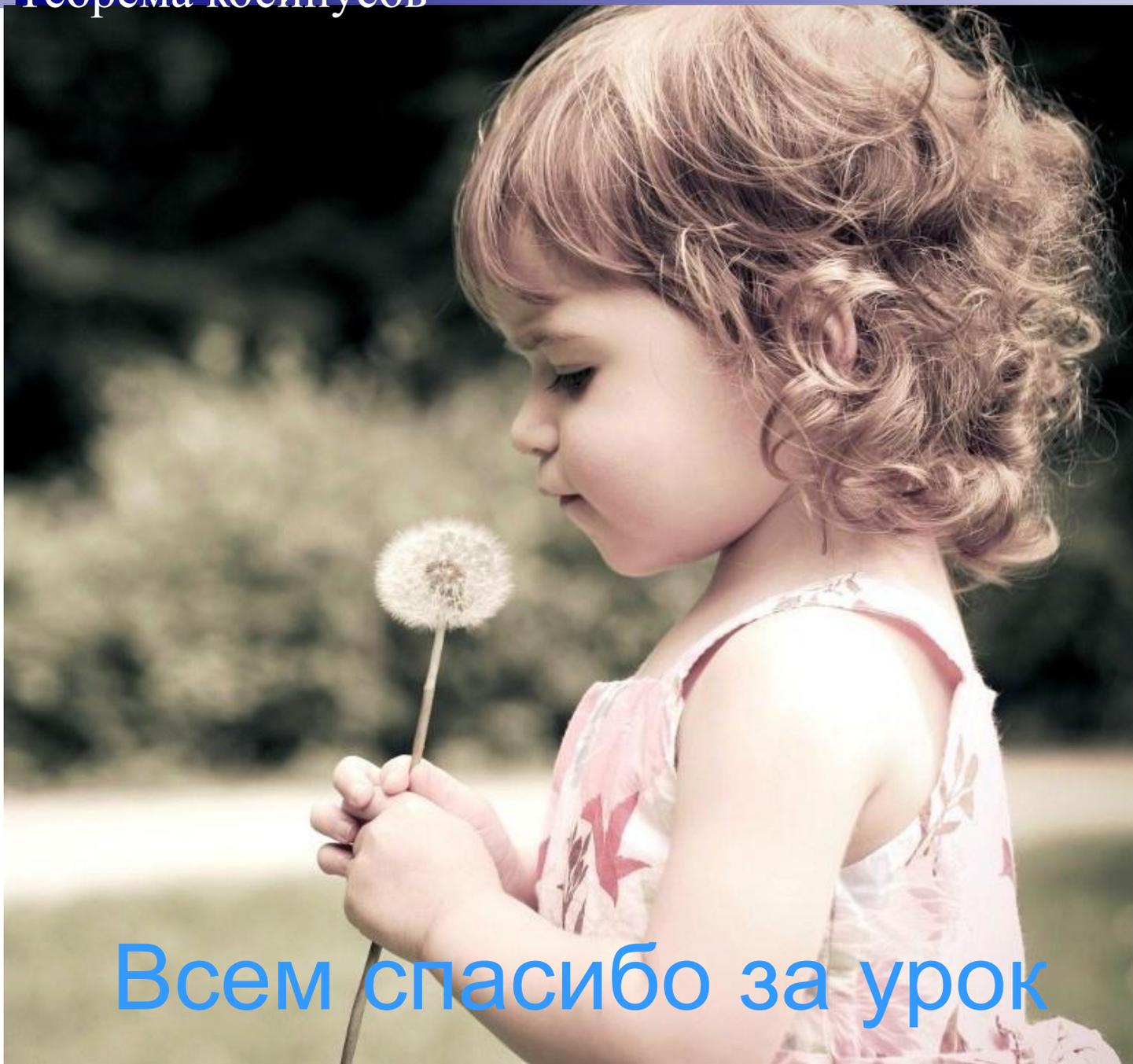
С чем познакомились?

Сформулируйте теорему косинусов?

Помогла ли она вам при решении задач?

## Задание на дом

- §53, выучить теорему, уметь доказывать ее,
- решить задачи №1, 2(а), 7, 14 на стр. 212 – 213



Всем спасибо за урок