

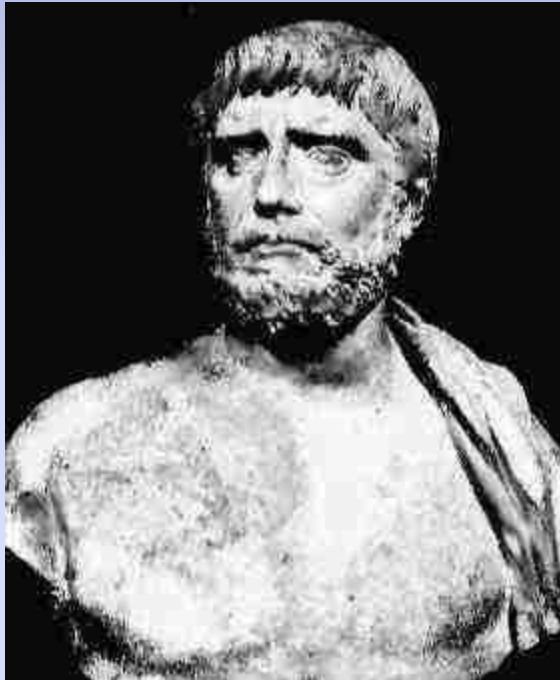
Урок на тему: Теорема Фалеса

Автор: Дятченко Татьяна Юрьевна
Учитель математики ГОУ СОШ № 15

Цель и задача урока

- **Цель** данного урока знакомство с жизнедеятельностью философа и мыслителя Фалеса и его теоремой; развитие «геометрического зрения», расширение кругозора в плане знакомства с историей развития математики.
- **Задачи:**
 - продемонстрировать возможности применения теоремы Фалеса в различных геометрических задачах
 - расширить представления о сферах применения полученных математических знаний;
 - познакомиться с историческими сведениями об ученом Фалесе, о развитии математических знаний и их применениях

Фалес



Фалес из Милета - первый древнегреческий мыслитель. По-видимому, он жил в 640-546 годах до н.э. Он первый применил доказательство теорем и ввел их в обиход математики. Основатель милетской школы. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

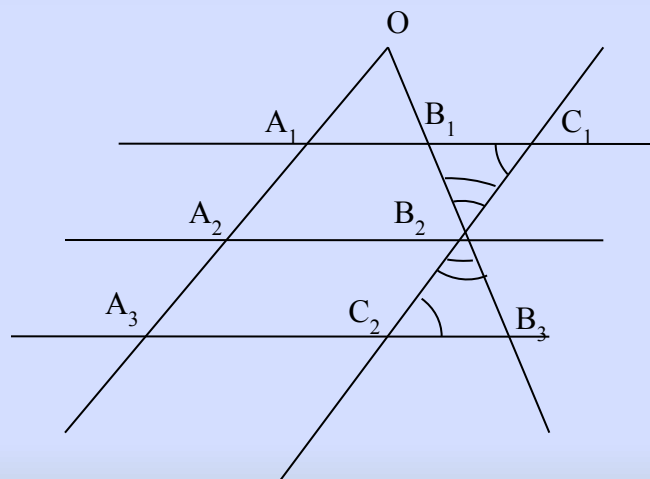
Фалес считается родоначальником античной и, как следствие, европейской философии и науки. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

Важнейшей заслугой Фалеса в области математики должно быть перенесенное им из Египта в Грецию первых начал теоретической элементарной геометрии. Эвдем, по свидетельству Прокла, приписывает Фалесу открытие следующих геометрических предложений:

- Вертикальные углы равны.
- Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
- Треугольник определяется стороной и прилежащими к ней двумя углами.
- Диаметр делит круг на две равные части.

Теорема Фалеса

Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне

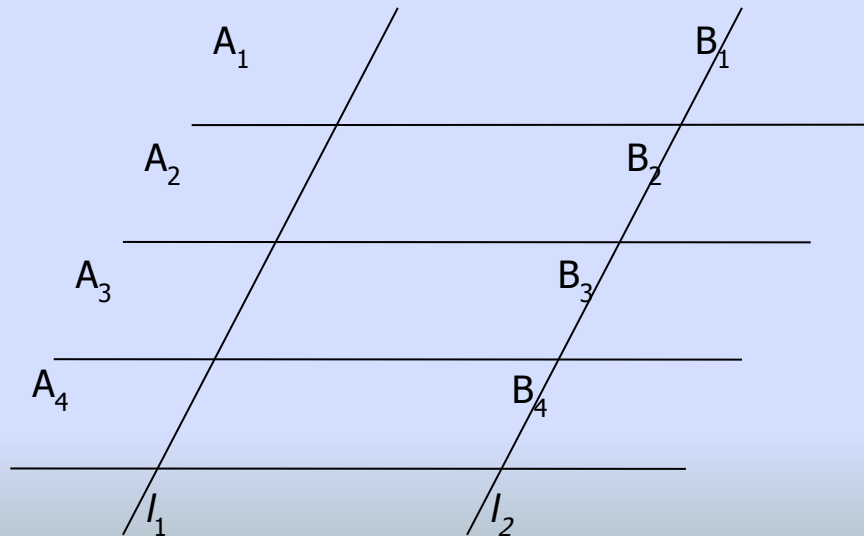


Доказательство:

Пусть A_3OB_3 – заданный угол, а A_1B_1 , A_2B_2 , и A_3B_3 – попарно параллельные прямые и $A_1A_2 = A_2A_3$. Докажем, что $B_1B_2 = B_2B_3$. Проведем через точку B_2 прямую C_1C_2 параллельную прямой A_1A_3 . По лемме $A_1A_2 = C_1B_2$, $A_2A_3 = B_2C_2$ и с учетом условия теоремы $C_1B_2 = B_2C_2$. Кроме того, $\angle B_1C_1B_2 = \angle B_2C_2B_3$ – как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых A_1B_1 , A_3B_3 и секущей C_1C_2 , а $\angle B_1B_2C_1 = \angle C_2B_2B_3$ как вертикальные. По второму признаку равенства треугольников $\triangle B_1C_1B_2 = \triangle B_3C_2B_2$. Отсюда $B_1B_2 = B_2B_3$. Теорема доказана.

Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



Доказательство:

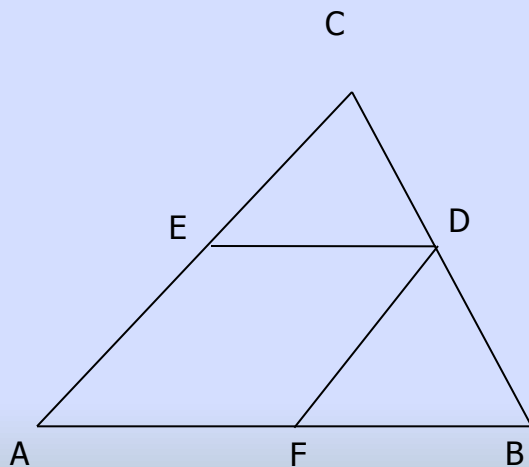
Пусть на прямой l_1 отложены равные отрезки A_1A_2 , A_2A_3 , A_3A_4 и через их концы проведены параллельные прямые, которые пересекают прямую l_2 в точках B_1 , B_2 , B_3 , B_4 как рисунке 4. Требуется доказать, что отрезки B_1B_2 , B_2B_3 , B_3B_4 равны друг другу. Докажем, что $B_1B_2 = B_2B_3$.

Рассмотрим случай, когда прямые l_1 и l_2 параллельны. Тогда $A_1A_2 = B_1B_2$ и $A_2A_3 = B_2B_3$ как противоположные стороны параллелограммов $A_1B_1B_2A_2$ и $A_2B_2B_3A_3$. Так как $A_1A_2 = A_2A_3$, то и $B_1B_2 = B_2B_3$. Теорема доказана.

Применение теоремы Фалеса к решению задач

Средняя линия треугольника

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине.

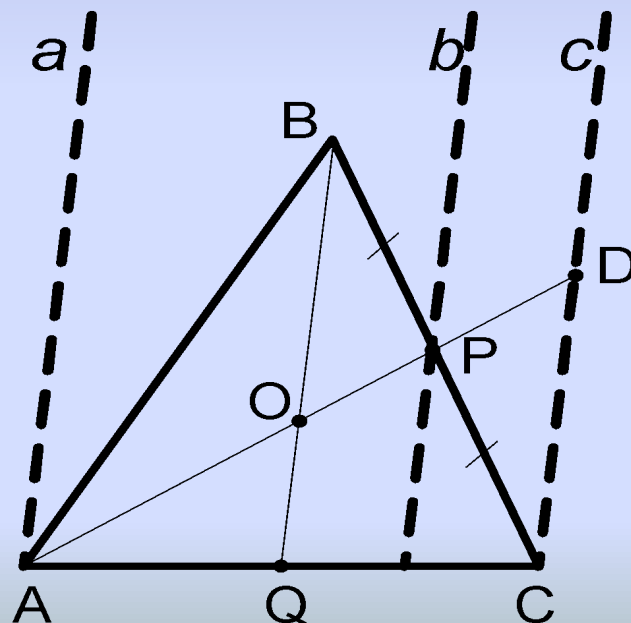


Доказательство:

Пусть отрезок DE – средняя линия в треугольнике ABC , т.е. $AE = EC$, $CD = BD$. Проведем через точку D прямую a , параллельную стороне AB . По теореме Фалеса прямая a пересекает сторону AC в ее середине и, следовательно, содержит среднюю линию DE . Значит, средняя линия DE параллельна стороне AB . Проведем среднюю линию DF . Она параллельна стороне AC . Тогда по лемме отрезок ED равен отрезку AF и равен половине отрезка AB . Теорема доказана.

Задача 1

Дан треугольник ABC . На стороне BC взята точка P так, что $BP=PC$, а на стороне AC взята точка Q такая, что $AQ : QC = 5 : 3$. Найдите отношение $AO : OP$, если точка O – точка пересечения прямых AP и BQ .



Решение:

Проведем прямые параллельные BQ через точки A , P и C . Точка D – это точка пересечения прямых AP и c .

По теореме Фалеса параллельные прямые BQ , b и c , которые отсекают равные отрезки BP и PC , отсекают равные отрезки OP и PD на прямой AD .

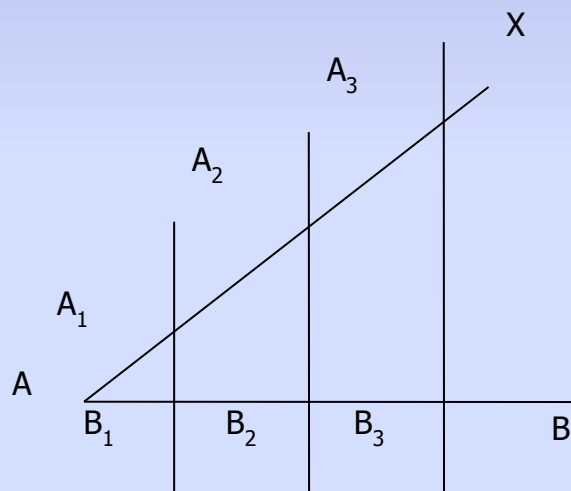
По теореме Фалеса параллельные прямые a , BQ и c , которые отсекают на прямой AC отрезки в соотношении $5 : 3$, отсекают и на прямой AD отрезки в соотношении $5 : 3$.

То есть $AQ : QC = 5:3$ и $AO : OD = 5:3$, а отрезок $OD = 2OP$. Следовательно, $AO : OP = 10:3$.

Ответ: $10 : 3$.

Задача 2

Разделите отрезок AB при помощи циркуля и линейки на n равных частей.

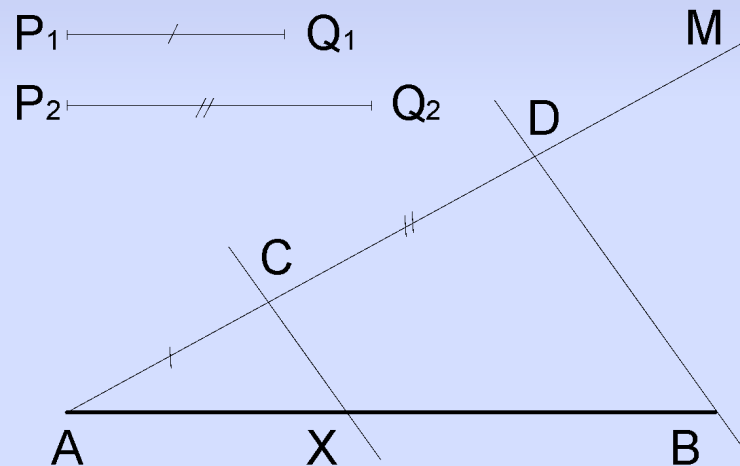


Решение:

Проведем луч AX , не лежащий на прямой AB , и на нем от точки A отложим последовательно n равных отрезков $AA_1, A_1A_2, \dots, A_{n-1}A_n$, т.е. на столько равных отрезков, на сколько равных частей нужно разделить данный отрезок AB . Проведем прямую A_nB (точка A_n — конец последнего отрезка) и построим прямые, проходящие через точки $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ и параллельные прямой A_nB . Эти прямые пересекают отрезок AB в точках $B_1, B_2, \dots, B_{n-1}$, которые по теореме Фалеса делят отрезок AB на n равных частей.

Задача 3

Разделите данный отрезок AB на два отрезка AX и XB , пропорциональные данным отрезкам P_1Q_1 и P_2Q_2 .



Решение:

Проведем какой-нибудь луч AM , не лежащий на прямой AB , и на этом луче отложим последовательно отрезки AC и CD , равные отрезкам P_1Q_1 и P_2Q_2 . Затем проведем прямую BD и прямую, проходящую через точку C параллельно прямой BD . Она по теореме Фалеса пересечет отрезок AB в искомой точке X .

Заключение:

В представленной работе рассмотрена теорема величайшего математика – ученого – мыслителя Фалеса, задачи, в решении которых применяется различные варианты этой теоремы.

Решение геометрических задач различными способами является исследовательской частью данного урока и дает возможность сравнить разные способы решения и проанализировать их появление.