Урок на тему:

# Теорема Фалеса

Автор: Дятченко Татьяна Юрьевна
Учитель математики ГОУ СОШ № 15

# Цель и задача урока

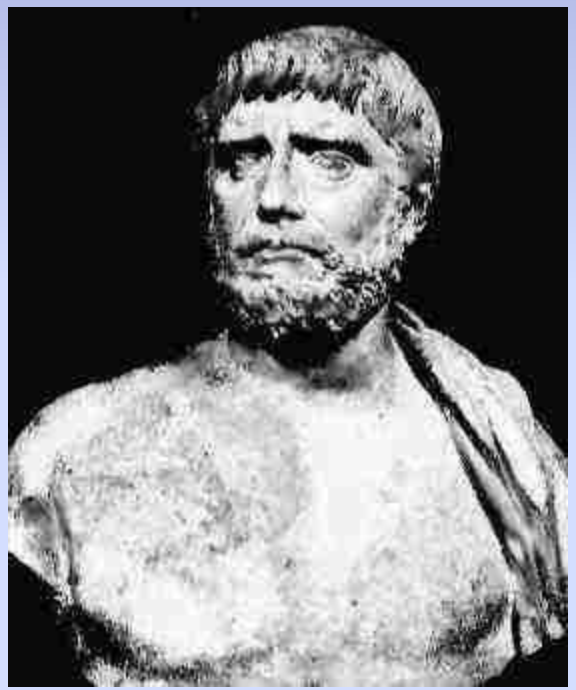
- **Цель** данного урока  знакомство с  жизнедеятельностью философа и мыслителя Фалеса и его теоремой; развитие «геометрического зрения», расширение кругозора в плане знакомства с историей развития математики.
- **Задачи**:

  - продемонстрировать возможности применения теоремы Фалеса в различных геометрических задачах

  - расширить представления о сферах применения полученных математических знаний;

  - познакомиться с историческими сведениями об ученом Фалесе, о развитии математических знаний и их применениях

# Фалес



Фалес из Милета - первый древнегреческий мыслитель. По-видимому, он жил в 640-546 годах до н.э. Он первый применил доказательство теорем и ввел их в обиход математики. Основатель милетской школы. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

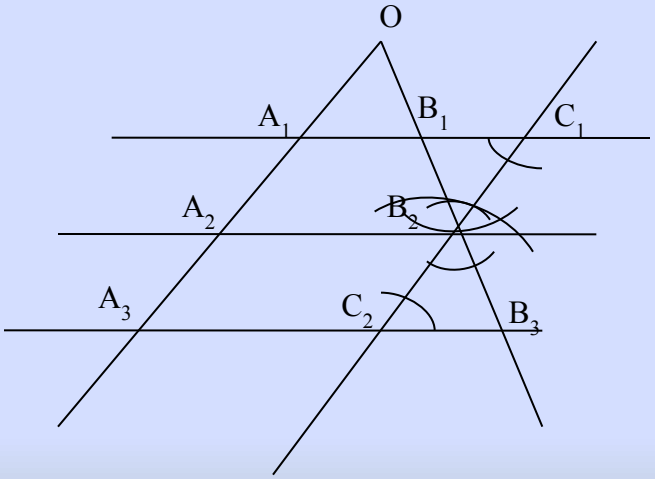
Фалес считается родоначальником античной и, как следствие, европейской философии и науки. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

Важнейшей заслугой Фалеса в области математики должно быть перенесенное им из Египта в Грецию первых начал теоретической элементарной геометрии. Эвдем, по свидетельству Прокла, приписывает Фалесу открытие следующих геометрических предложений:

- Вертикальные углы равны.
- Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
- Треугольник определяется стороной и прилежащими к ней двумя углами.
- Диаметр делит круг на две равные части.

# Теорема Фалеса

Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне

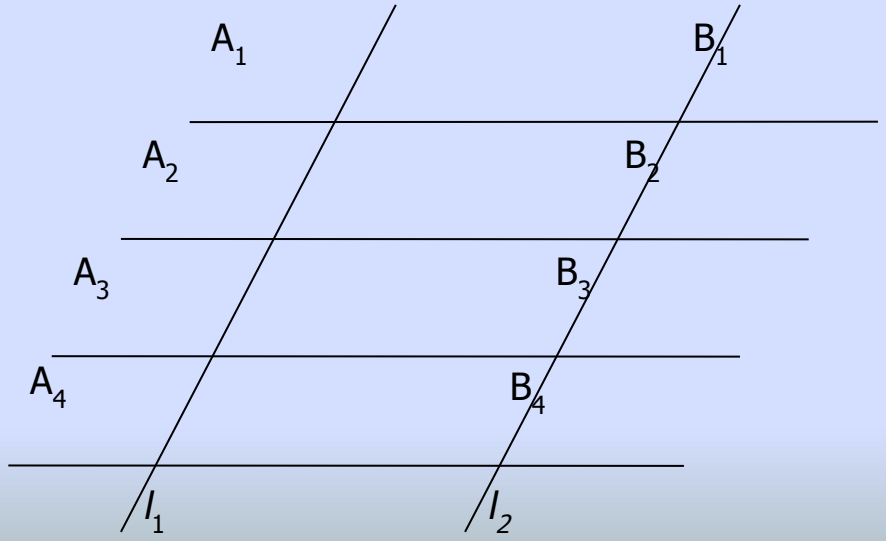


# Доказательство:

Пусть $A_3OB_3$ – заданный угол, а $A_1B_1$, $A_2B_2$, и $A_3B_3$– попарно параллельные прямые и $A_1A_2=A_2A_3$. Докажем, что $B_1B_2=B_2B_3$. Проведем через точку $B_2$ прямую $C_1C_2$ параллельную прямой $A_1A_3$. По лемме $A_1A_2 = C_1B_2$, $A_2A_3 = B_2C_2$ и с учетом условия теоремы $C_1B_2 = B_2C_2$. Кроме того, $\angle B_1C_1B_2 = \angle B_2C_2B_3$З– как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых $A_1B_1$, $A_3B_3$ и секущей $C_1C_2$ , а $\angle B_1B_2C_1 = \angle C_2B_2B_3$ как вертикальные. По второму признаку равенства треугольников $\Delta B_1C_1B_2 = \Delta B_3C_2B_2$. Отсюда $B_1B_2 = B_2B_3$. Теорема доказана.

# Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



# Доказательство:

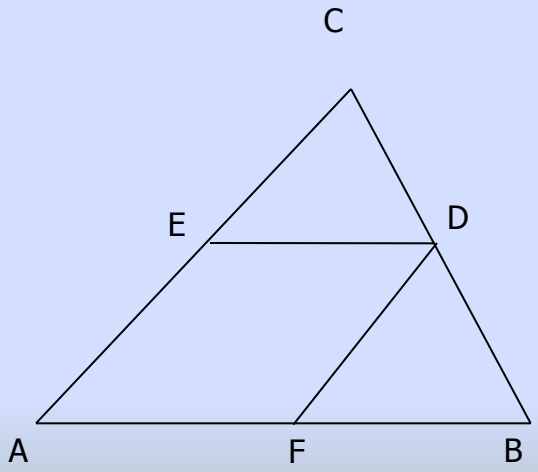
Пусть на прямой $l_1$ отложены равные отрезки $A_1A_2$, $A_2A_3$, $A_3A_4$ и через их концы проведены параллельные прямые, которые пересекают прямую $l_2$ в точках $B_1$, $B_2$, $B_3$, $B_4$ как рисунке 4. Требуется доказать, что отрезки $B_1B_2$, $B_2B_3$, $B_3B_4$ равны друг другу. Докажем, что $B_1B_2=B_2B_3$.

Рассмотрим случай, когда прямые $l_1$ и $l_2$ параллельны. Тогда $A_1A_2=B_1B_2$ и $A_2A_3=B_2B_3$ как противоположные стороны параллелограммов $A_1B_1B_2A_2$ и $A_2B_2B_3A_3$. Так как $A_1A_2= A_2A_3$, то и $B_1B_2=B_2B_3$. Теорема доказана.

# Применение теоремы Фалеса к решению задач

## Средняя линия треугольника

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине.

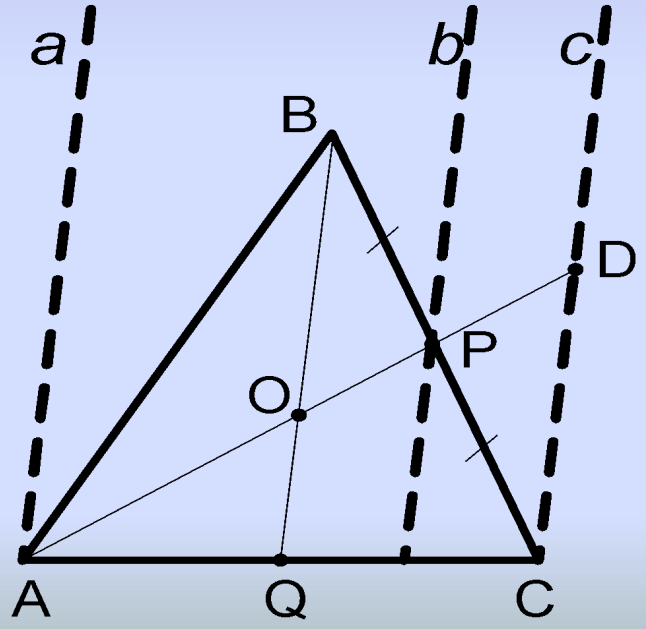


# Доказательство:

Пусть отрезок *DE* – средняя линия в треугольнике *ABC*, т.е. *AE* = *EC*, *CD* = *BD*. Проведем через точку *D* прямую *a*, параллельную стороне *AB*. По теореме Фалеса прямая *a* пересекает сторону *AC* в ее середине и, следовательно, содержит среднюю линию *DE*. Значит, средняя линия *DE* параллельна стороне *AB*. Проведем среднюю линию *DF*. Она параллельна стороне *AC*. Тогда по лемме отрезок *ED* равен отрезку *AF* и равен половине отрезка *AB*. Теорема доказана.

# Задача 1

Дан треугольник ABC. На стороне BC взята точка P так, что BP=PC, а на стороне AC взята точка Q такая , что AQ : QC = 5 : 3. Найдите отношение AO : OP, если точка O – точка пересечения прямых AP и BQ.



# Решение:

Проведем прямые параллельные BQ через точки A, P и C. Точка D – это точка пересечения прямых AP и c.

По теореме Фалеса параллельные прямые BQ, b и c, которые отсекают равные отрезки BP и PC, отсекают равные отрезки OP и PD на прямой AD.

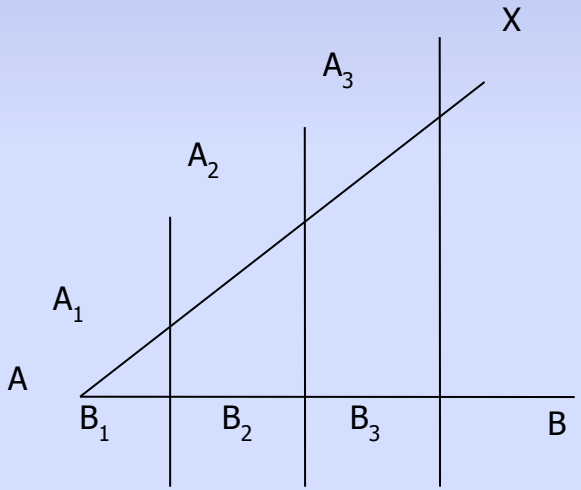
По теореме Фалеса параллельные прямые a, BQ и c, которые отсекают на прямой AC отрезки в соотношении 5 : 3, отсекают и на прямой AD отрезки в соотношении 5 : 3.

То есть AQ : QC= 5:3 и AO : OD = 5:3, а отрезок OD=2OP. Следовательно, AO : OP = 10:3.

Ответ: 10 : 3.

# Задача 2

Разделите отрезок AB при помощи циркуля и линейки на n равных частей.

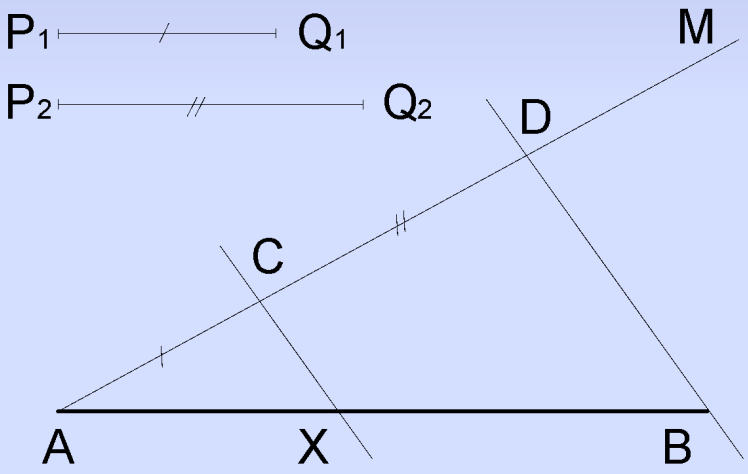


# Решение:

Проведем луч AX, не лежащий на прямой AB, и на нем от точки A отложим последовательно n равных отрезков $AA_1$, $A_1A_2$, …,$A_{n-1}A_n$ , т.е. на столько равных отрезков, на сколько равных частей нужно разделить данный отрезок AB. Проведем прямую $A_nB$ (точка $A_n$ – конец последнего отрезка) и построим прямые, проходящие через точки $A_1$, $A_2$,…, $A_{n-1}$ и параллельные прямые прямой AnB. Эти прямые пересекают отрезок AB в точках $B_1$, $B_2$, …, $B_{n-1}$, которые по теореме Фалеса делят отрезок AB на n равных частей.

# Задача 3

Разделите данный отрезок AB на два отрезка AX и XB, пропорциональные данным отрезкам $P_1Q_1$ и $P_2Q_2$.



# Решение:

Проведем какой-нибудь луч AM, не лежащий на прямой AB, и на этом луче отложим последовательно отрезки AC и CD, равные отрезкам $P_1Q_1$ и $P_2Q_2$. Затем проведем прямую BD и прямую, проходящую через точку C параллельно прямой BD. Она по теореме Фалеса пересечет отрезок AB

в искомой точке X.

# Заключение:

В представленной работе рассмотрена теорема величайшего математика – ученого – мыслителя Фалеса, задачи, в решении которых применяется различные варианты этой теоремы.

Решение геометрических задач различными способами является исследовательской частью данного урока и  дает возможность сравнить разные способы решения и проанализировать их появление.