

Текстовые задачи и моделирование

« модель » и « моделирование » (лат. modus и modulas) – мера, образ.

Функции моделирования :

Познавательная

Эвристическая

Иллюстративная

Систематизирующая

Развивающая

Эстетическая

Виды текстовых задач и способы моделирования.

задачи на движение

(способы моделирования:
составление таблицы,
логические рассуждения
схематический рисунок,
решение с помощью уравнения,
сетевые графы)

задачи на производительность труда

(способы моделирования:
система уравнений,
составление таблицы,
сетевые графы)

задачи на растворы и смеси

(способы моделирования:
уравнения,
логические рассуждения)

комбинаторные задачи

(способы моделирования:
дерево вариантов,
правило умножения)

Моделирование при решении задач на движение

Из пункта А по реке отправляется плот. Через час из пункта А вниз по течению отправляется катер. Найдите время, требующееся катеру, чтобы догнать плот и возвратиться в пункт А, если скорость катера в стоячей воде вдвое больше скорости течения реки.

Пусть неизвестное время – t .

V – скорость движения плота.

Так как скорости катера туда и обратно различаются в три раза, то соответствующие времена и одинаковые пути обратно пропорциональны – 1:3.

Тогда t – расстояние, пройденное катером вниз по течению;

t – расстояние, пройденное катером на обратном пути.

$V + 1/4 * t * V$ – расстояние, пройденное плотом из А до момента, когда его догнал катер.

С другой стороны, это же расстояние, пройденное катером на обратном пути, равно $3/4 * t * V$, так как его скорость движения против течения реки – V .

Приравнивая два этих выражения между собой, получаем:

$$V + 1/4 * t * V = 3/4 * t * V$$

Отсюда $t=2$ ч.

Моделирование при решении задач на производительность труда

При одновременной работе двух насосов разной мощности бассейн наполняется водой за 8 часов. После ремонта насосов производительность первого из них увеличилась в 1,2 раза, а второго – в 1,6 раза, и при одновременной работе обоих насосов бассейн стал заполняться за 6 часов. За какое время наполнится бассейн при работе только первого насоса после ремонта?

Решение: В задачах на совместную работу весь объём выполняемой работы обычно принимается за единицу.

первое условие дает соотношение:

$$V_1 + V_2 = 1/8$$

Второе условие приводит к уравнению:

$$1,2V_1 + 1,6V_2 = 1/6$$

Решим систему уравнений:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = 1/8 \\ 1,2v_1 + 1,6v_2 = 1/6 \end{cases} \begin{cases} 1,6v_1 + 1,6v_2 = 1/5 \\ 1,2v_1 + 1,6v_2 = 1/6 \end{cases} \quad \begin{aligned} 0,4v_1 &= 1/5 - 1/6 = 1/30 \\ v_1 &= 1/12(\text{ч}) \end{aligned}$$

V_1 - это часть полного объема бассейна, наполняемая за 1 час первым насосом. Тогда весь бассейн будет заполнен первым насосом за 12 часов.

Ответ: 12 часов.

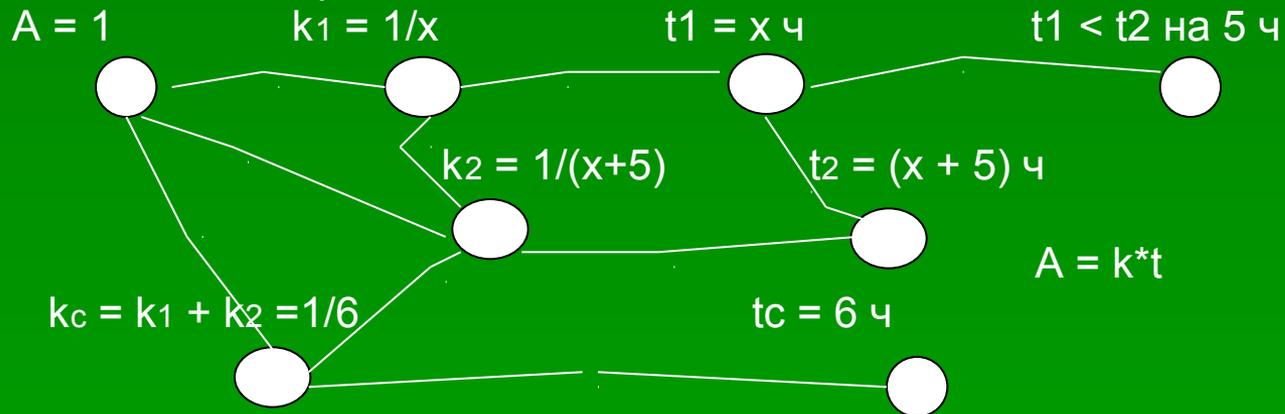
Графы в решении задач на производительность труда

Один штукатур может выполнить задание на 5 ч быстрее другого. Оба вместе они выполняют задание за 6 ч. За сколько часов каждый из них выполнит это задание?

Введём следующие обозначения: выполненная работа – A , время работы – t , количество работы, выполняемой за единицу времени (производительность) – k .

$A = k * t$, выполняемую работу, обозначим за 1.

Рассмотрим в сетевом графе три процесса: работа каждого из двух штукатуров по отдельности и совместная работа.



Работая по схеме $t_1 - t_2 - k_1 - k_2 - k_c = k_1 + k_2$, получим уравнение:

$$1/x + 1/(x+5) = 1/6 \quad \begin{cases} -x^2 + 7x + 30 = 0 & x_{1, 2} = 10; -3 \text{ — не удовлетворяет} \\ x = 0, -5 & \text{условию задачи} \end{cases}$$

Если первый штукатур будет работать один 10 часов, то тогда второй будет работать один $10 + 5 = 15$ часов.

Ответ: Первый штукатур будет работать один 10 часов, то второй будет работать один 15 часов.

Моделирование при решении задач на растворы и смеси

Из бутылки, наполненной 12%-ным раствором соли, отлили 1 л и долили бутылку водой, затем отлили еще литр и опять долили водой. В бутылке оказался 3%-ный раствор соли. Какова вместимость бутылки?

Решение с помощью выстраивания цепочки логических рассуждений:

Пусть $1/x$ - часть целой бутылки, которую отливали каждый раз.

Тогда после первой процедуры отливания – доливания новое процентное содержание соли – $(1 - 1/x)12\%$;

После второй процедуры отливания – доливания процентное содержание соли – $(1 - 1/x)(1 - 1/x)12\%$, которое будет равно 3%;

Откуда получаем:

$$12\%(1 - 1/x)^2 = 3\%$$

$$(1 - 1/x)^2 = 1/4$$

$$1/x = 1/2,$$

значит, каждый раз отливалась половина бутылки

Следовательно, объем бутылки равен 2 л.

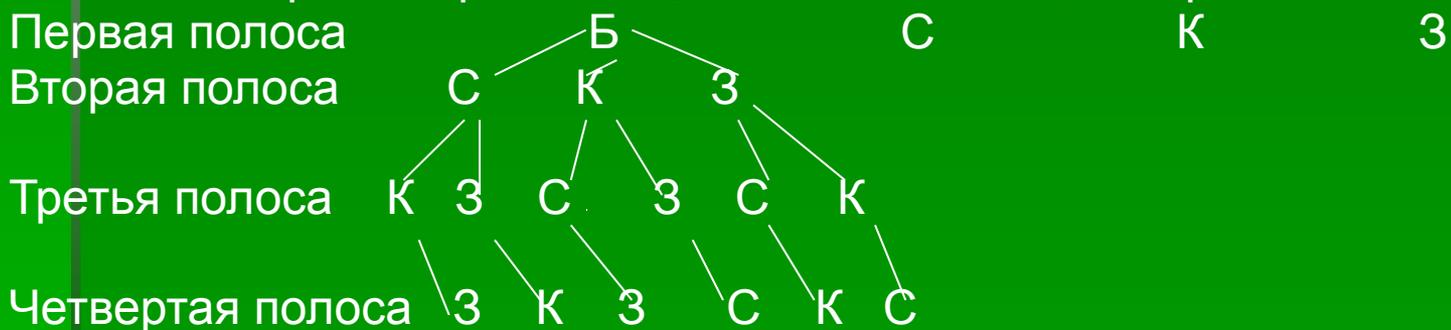
Ответ: 2 л.

Моделирование при решении комбинаторных задач

Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде четырех вертикальных полос, одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный, зеленый. У каждой страны свой, отличный от других, флаг. Сколько всего стран могут использовать такую символику?

Решение:

составим дерево вариантов для одной ветви, где первая полоса – белая:



Ветви для остальных трёх первых полос будут аналогичными. Анализ первой ветви показывает, что с первой белой полосой можно составить 6 различных флагов. Следовательно по столько флагов будет с первой синей, красной и зелёной полосами. По правилу умножения получаем: $6 \cdot 4 = 24$ флагов.

Ответ: 24 флага.

Составление математической модели задачи – процесс сложный и в то же время увлекательный. Выбор способа моделирования зависит от уровня вашей компетенции, вида решаемой задачи и даже от вашей фантазии. Пробуйте, экспериментируйте и тогда любая задача будет вам по плечу.