Урок 2

- Призма

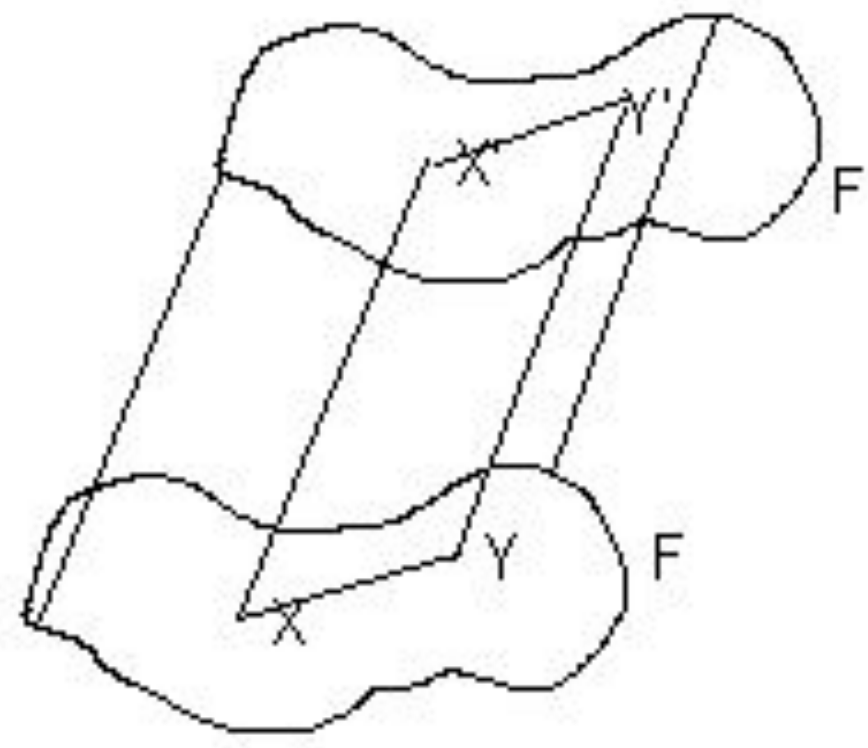
Сколько ребер может иметь выпуклый многогранник?

Почему не может быть 7 ребер?

Рассмотрим $F \subset \alpha$ и не принадлежащую прямой a. $\forall X \in F$ проведем равные отрезки XX', параллельные a и лежащие относительно α в одном полупространстве.

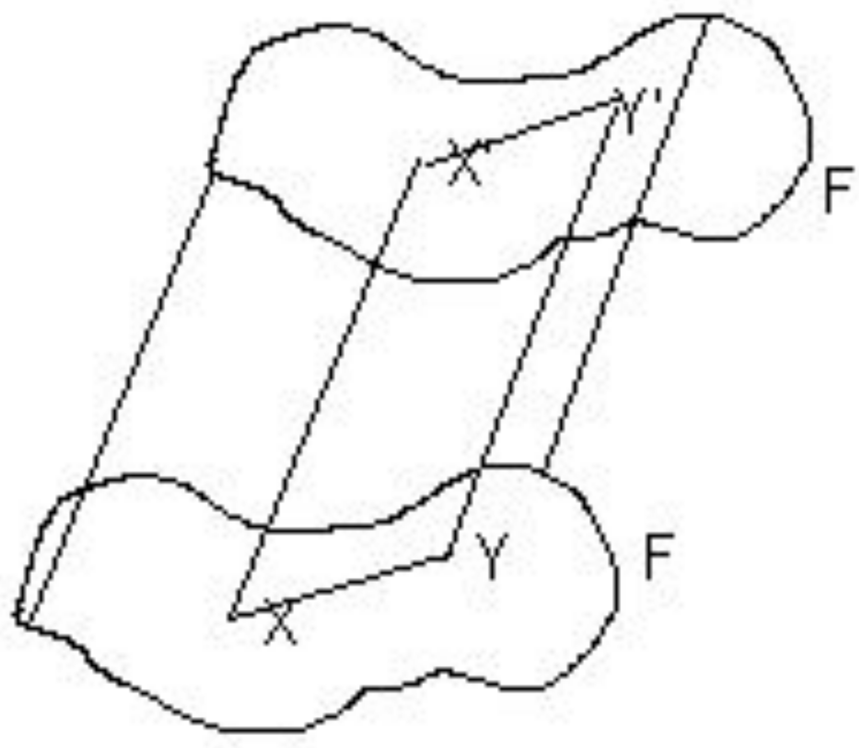
Фигура, образованная этими отрезками называется цилиндром.

Фигура F называется основанием цилиндра, а любой [XX'] – его образующей.



1) F’ = F,

2) Любое сечение цилиндра, параллельное плоскости основания, равно основанию



Определения.

1) ***Высотой цилиндра называется общий перпендикуляр к плоскостям его оснований*.**

2) ***Высотой цилиндра называется расстояние между его основаниями.***

***Цилиндр, основанием которой является многоугольник, называется призмой*.**

Сформулируйте определения боковых ребер и боковых граней призмы; высоты призмы

***Ребра, не лежащие в плоскостях оснований*;**
***грани, не являющиеся основаниями*;**
общий перпендикуляр к основаниям, заключенный между их плоскостями (расстояние между плоскостями оснований)

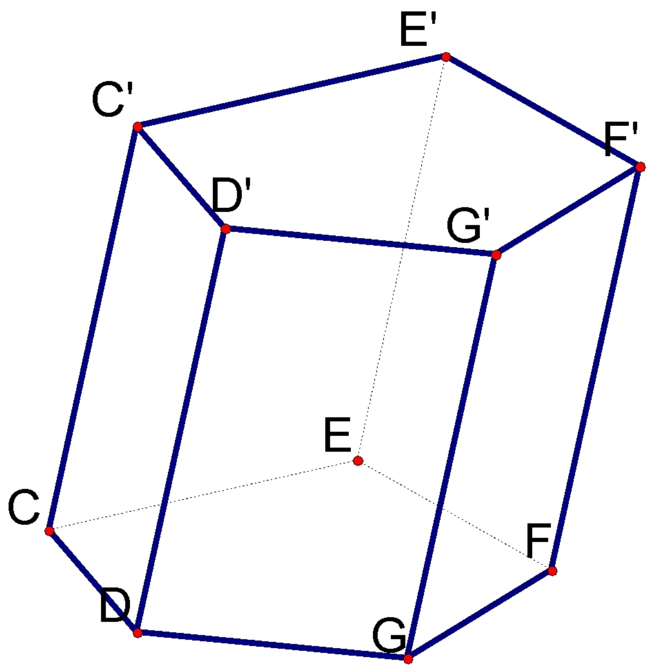
Какие свойства призмы следуют из свойств цилиндра?

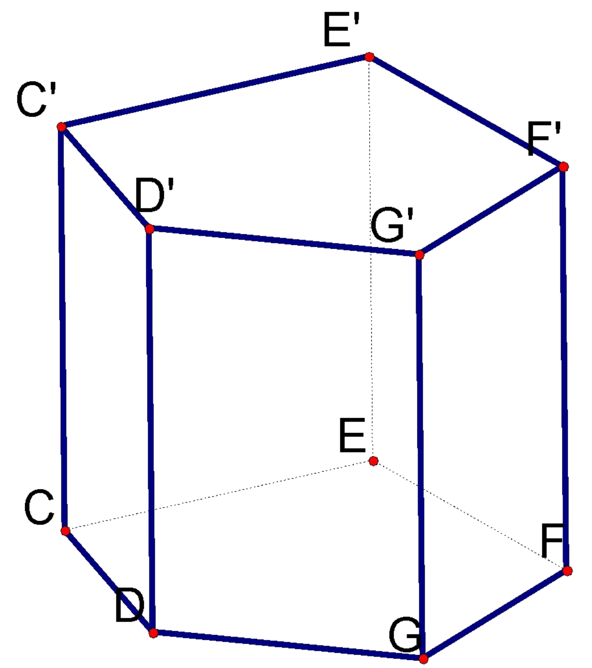
Равенство сечений призмы*, *параллельных основанию,
в частности, равенство оснований призмы;
равенство и параллельность боковых ребер
***и высот призмы*;**
боковые грани – параллелограммы

**Призмой называется многогранник,
у которого две грани, называемые основаниями,
равны и их соответственные стороны
параллельны,
а остальные грани – параллелограммы,
у каждого из которых две стороны являются
соответственными основаниями
параллелограммов**

**Докажите, что это определение эквивалентно
предыдущему.**

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что около призмы можно описать сферу.
Где расположен ее центр?





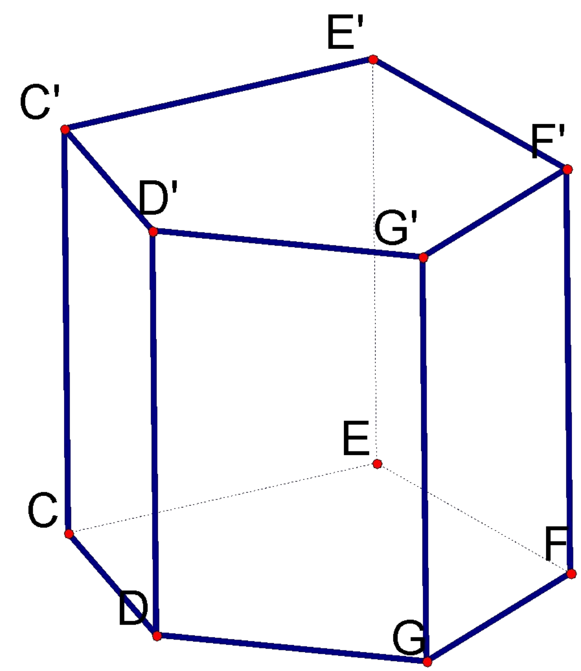
Прямая призма, основание которой – вписанный многоугольник;
середина высоты, соединяющей центры окружностей, описанных около оснований

Вокруг каких из разновидностей призм всегда можно описать сферу?

Прямая треугольная; правильная.

Верно ли, что в любую правильную призму можно вписать сферу?

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что в прямую призму можно вписать сферу. Где расположен ее центр?

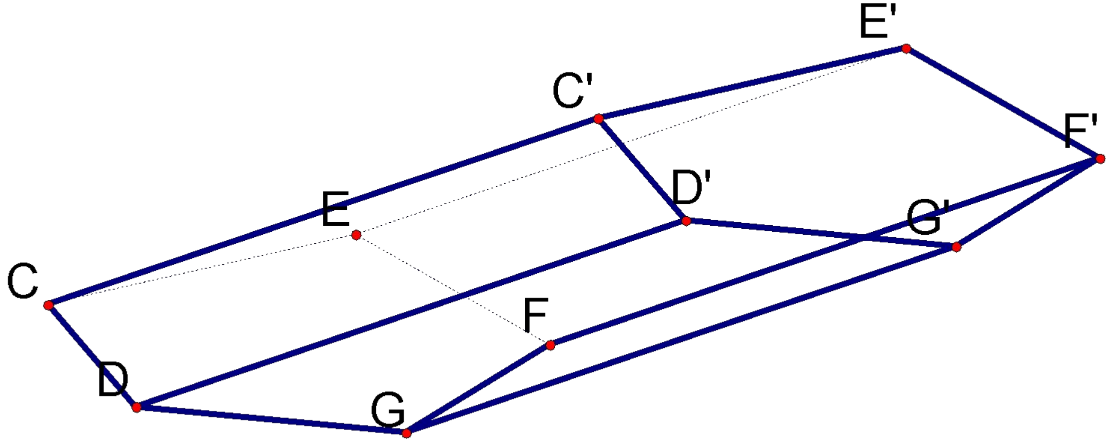


Основание – описанный многоугольник, причем диаметр вписанной окружности равен высоте призмы;

Середина высоты, соединяющей центры окружностей, вписанных в основания

Существую ли наклонные призмы,
в которые можно вписать сферу?

Почему условие, сформулированное для прямой призмы, не применимо для наклонной?

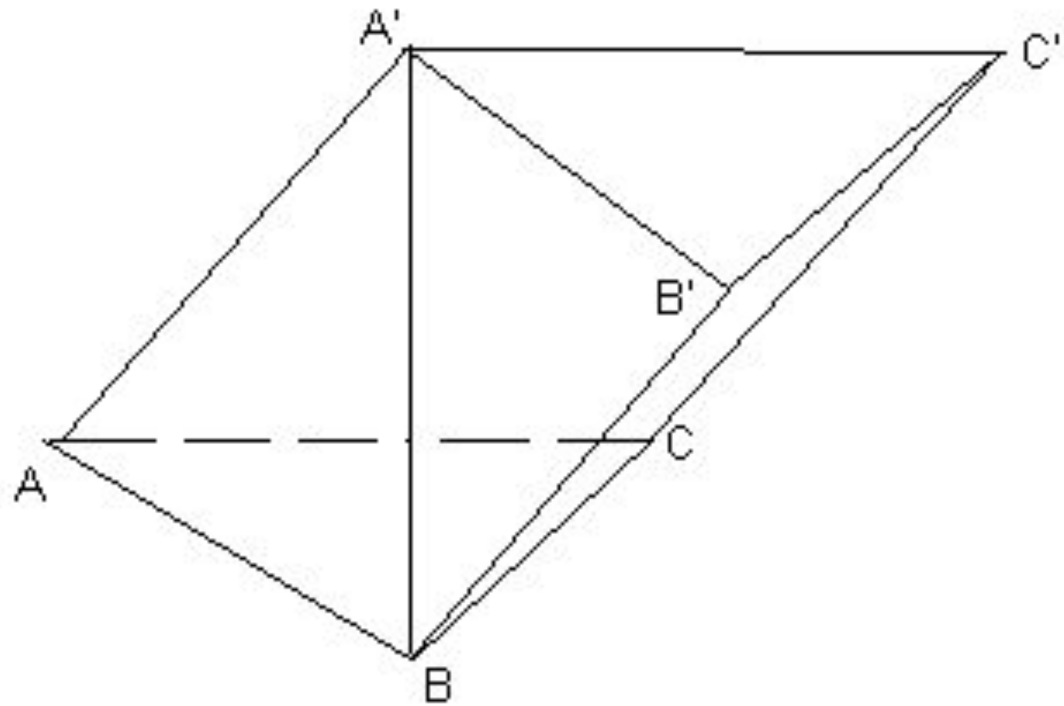


Существует ли треугольная призма, у которой:
а) ровно одна боковая грань — прямоугольник;
б) ровно две боковые грани — прямоугольники;
в) ровно одна грань перпендикулярна основанию;
г) ровно две грани перпендикулярны основанию;
д) боковое ребро перпендикулярно ровно одной стороне основания;
е) центр вписанной сферы не совпадает с центром описанной сферы?

1) Каждое ребро треугольной призмы ABCA’B’C’ имеет длину a.
Найдите углы наклона боковых ребер и граней к плоскости основания, если вершина A’ верхнего основания ортогонально проектируется в:
а) вершину B;
б) в центр O нижнего основания;
в) середину K ребра AC.

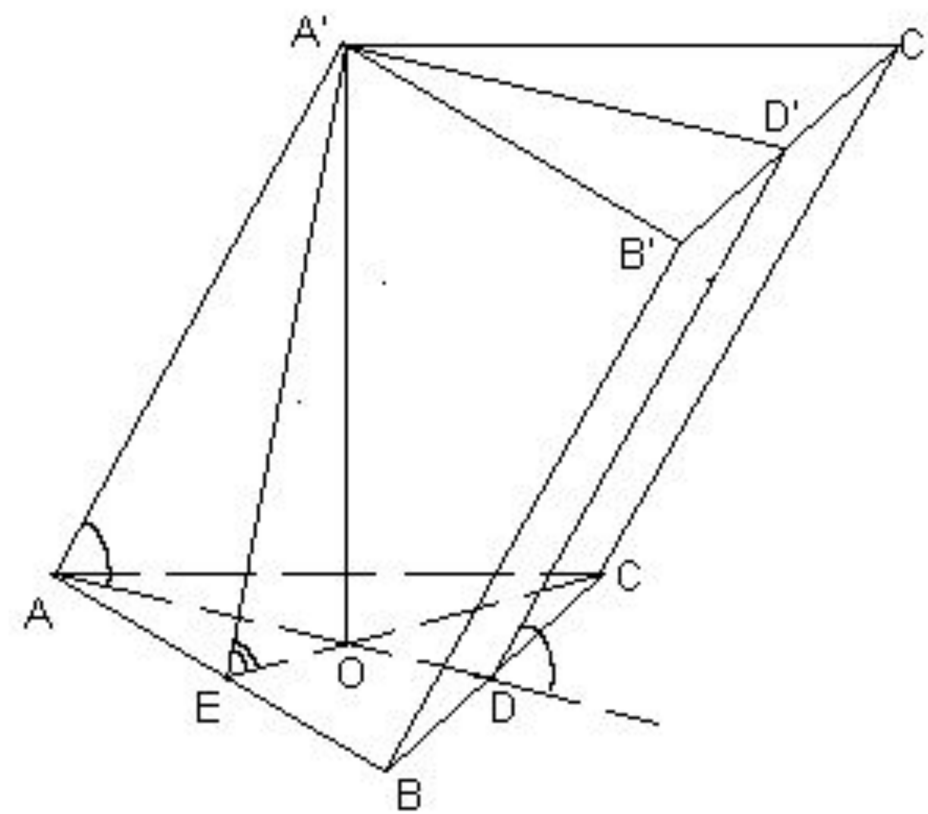
вершина A’ верхнего основания ортогонально проектируется в:

а) вершину B;



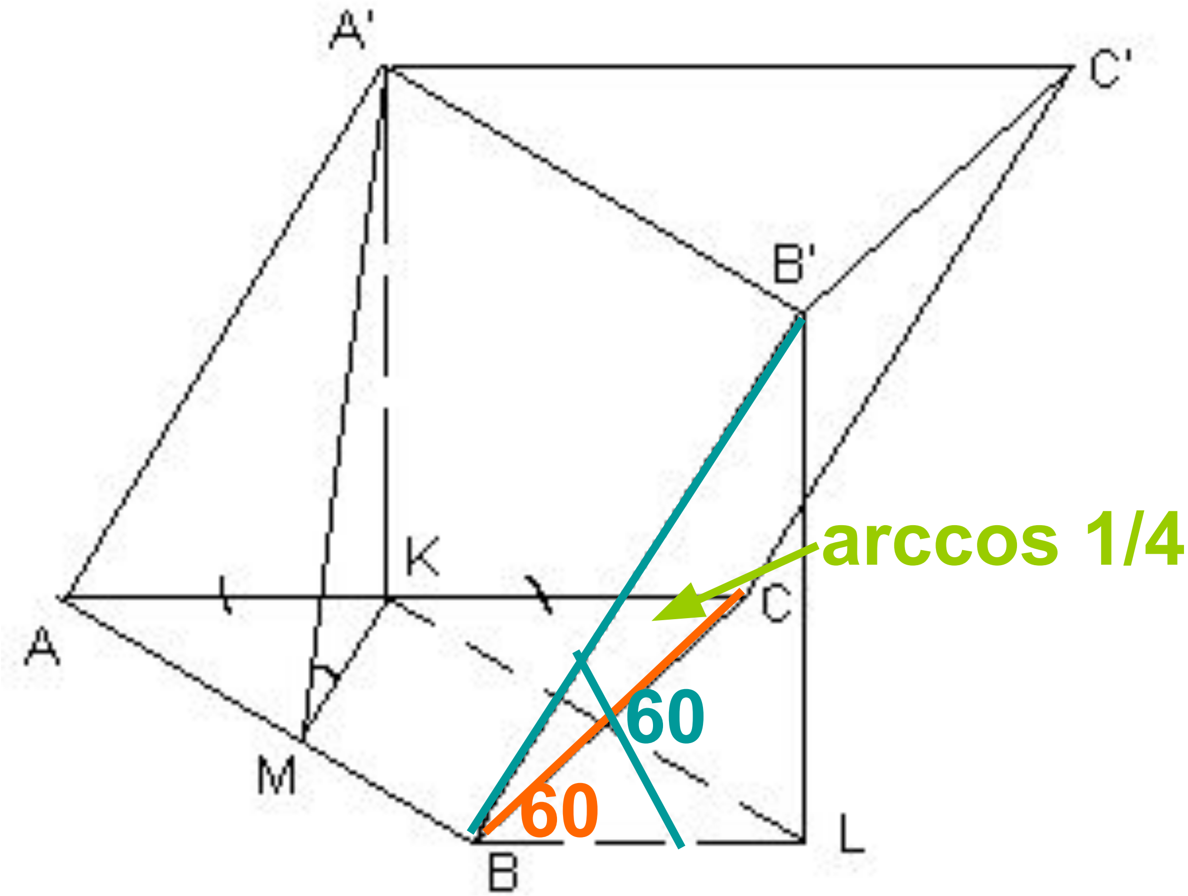
вершина А’ верхнего основания ортогонально проектируется в:

б) в центр О нижнего основания;



вершина А’ верхнего основания ортогонально проектируется в:

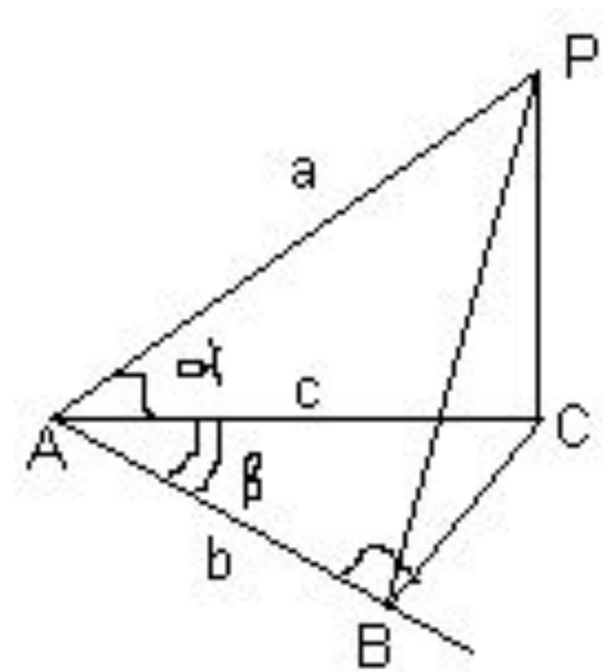
в) середину К ребра АС.



Формула трех косинусов

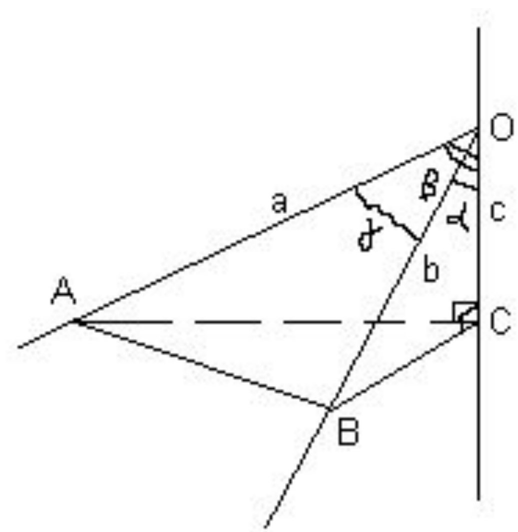
c – проекция наклонной a на плоскость γ;
$b \subset \gamma$; $\phi = \angle(a; b)$; $\alpha = \angle(a; c)$; $\beta = \angle(b; c)$.

<u>Тогда</u>: $\cos\phi = \cos\alpha \cdot \cos\beta$.



Теорема косинусов для трехгранного угла

тогда $\cos\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos \hat{C}$



<u>Следствие</u>. ***Если*** $\hat{C}$ ***= 90°, то*** $\cos\gamma = \cos\alpha \cdot \cos\beta$ **–**

аналог теоремы Пифагора*!*

Теорема синусов для трехгранного угла

$$\frac{\sin\hat{a}}{\sin\alpha} = \frac{\sin\hat{b}}{\sin\beta} = \frac{\sin\hat{c}}{\sin\gamma}$$