

**Федеральное агентство по образованию.
Государственное образовательное учреждение
Среднего профессионального образования.
Димитровградский технический колледж.**

Проект

Верещука Станислава.

Тема: «Свойства и графики элементарных функций».

Руководитель: преподаватель Кузьмина В.В.

Димитровград 2007

Содержание:

1. Определение функции.
2. Линейная функция:
 - возрастающая;
 - убывающая;
 - частные случаи.
3. Квадратичная функция.
4. Степенная функция:
 - с четным натуральным показателем;
 - с нечетным натуральным показателем;
 - с целым отрицательным показателем;
 - с действительным показателем.
5. Список использованной литературы.

Определение функции.

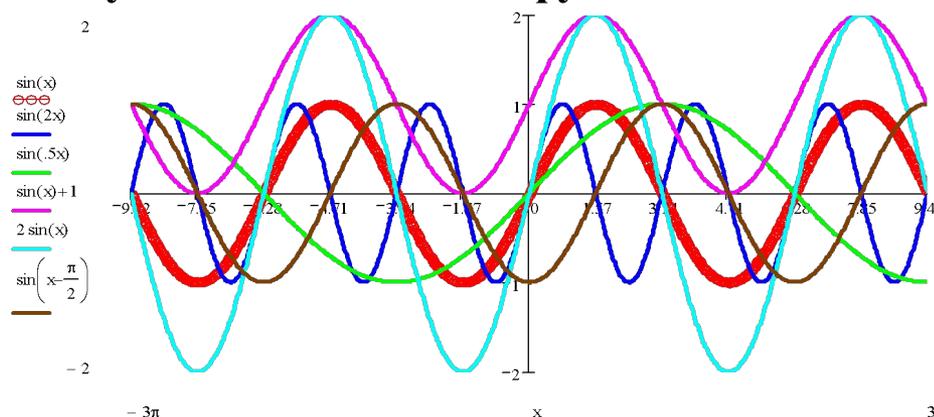


- **Отношение между элементами двух множеств X и Y , при котором каждому элементу x первого множества соответствует один элемент y второго множества, называется функцией и записывают $y = f(x)$.**

Все значения, которые принимает независимая переменная x , называют областью определения функции.

Все значения, которые принимает зависимая переменная y , называют множеством значений функций или областью значений функции.

Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты равны соответствующим значениям функции.



Линейная функция.

Функция, заданная формулой



$$y=kx+b,$$

где k и b - некоторые действительные числа

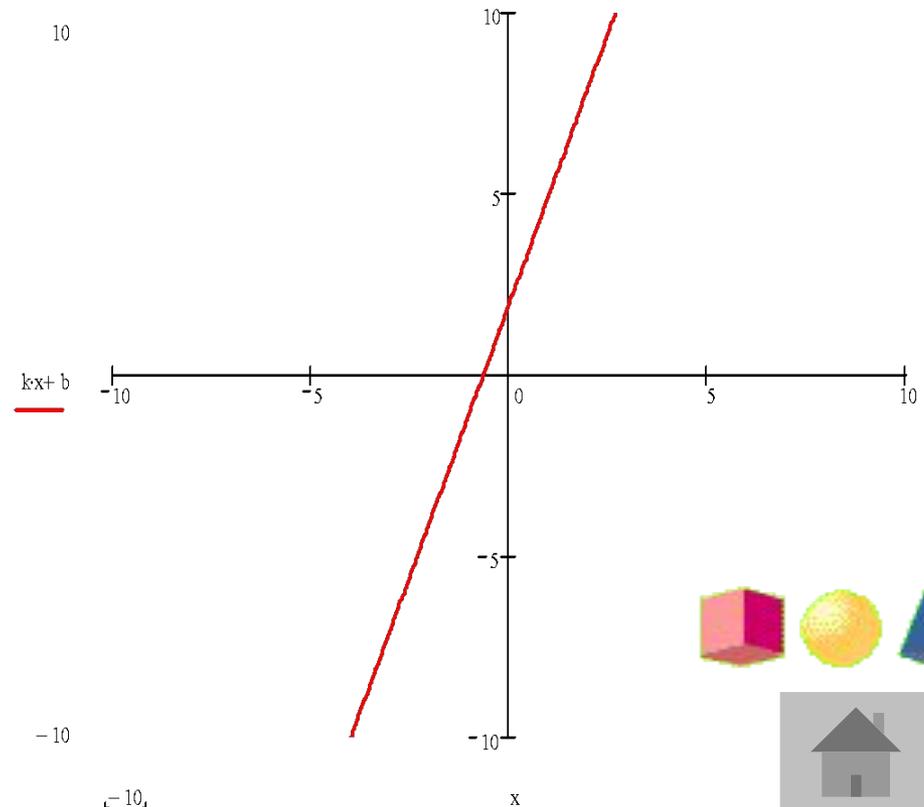
называется **ЛИНЕЙНОЙ.**



Свойства линейной функции (при условии $k > 0$ и $b \neq 0$):

1. Областью определения функции является множество всех действительных чисел $D(f)=\mathbb{R}$.
2. Множество значений линейной функции - множество всех действительных чисел $E(f)=\mathbb{R}$.
3. При $k > 0$ функция возрастает.

$$y=kx+b \quad (k > 0)$$

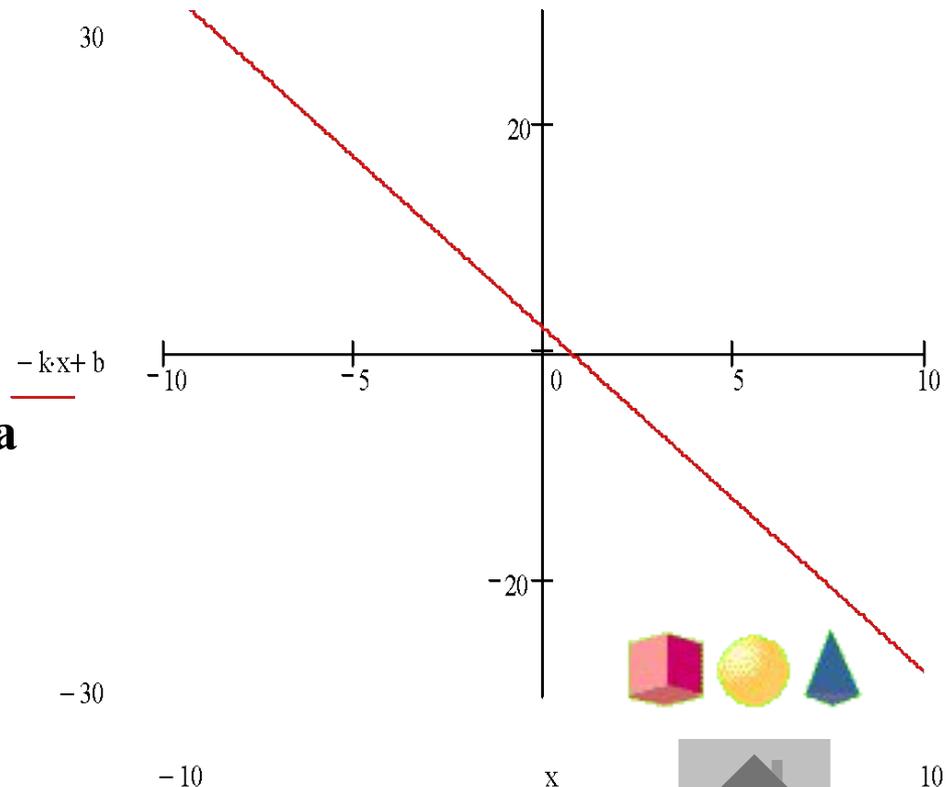




Свойства линейной функции (при условии $k < 0$ и $b \neq 0$):

4. При $k < 0$ функция убывает.
5. Линейная функция не является ни четной, ни нечетной.
6. Графиком линейной функции является прямая.
7. Для построения графика линейной функции достаточно определить координаты двух точек графика и через них провести прямую.

$$y = kx + b \quad (k < 0)$$



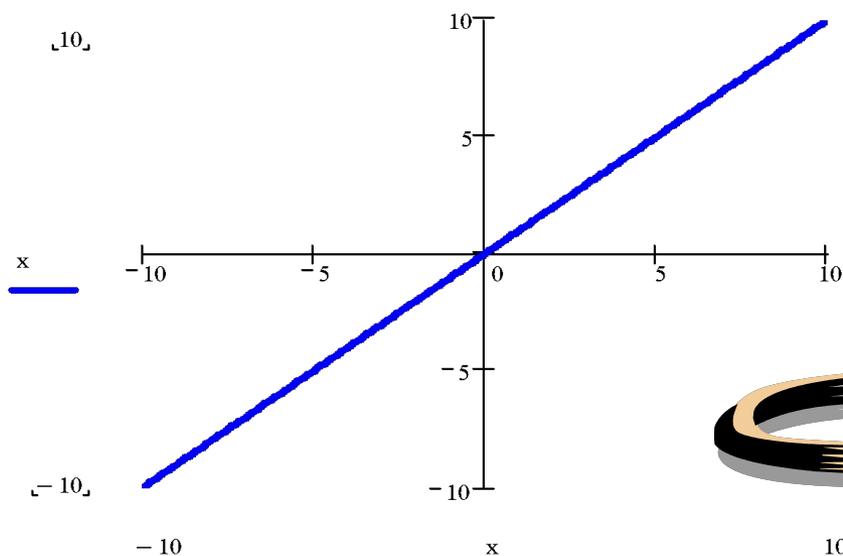
Частные случаи линейной функции:



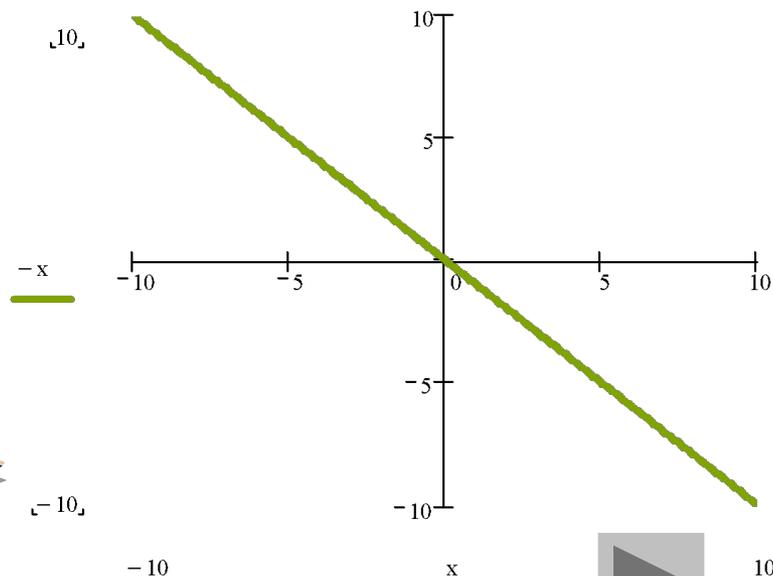
1. Если $b=0$, то линейная функция задаётся формулой $y=kx$.

Такая функция называется прямой пропорциональностью. Графиком прямой пропорциональности является прямая, проходящая через начало координат.

$$y=kx \ (k>0)$$



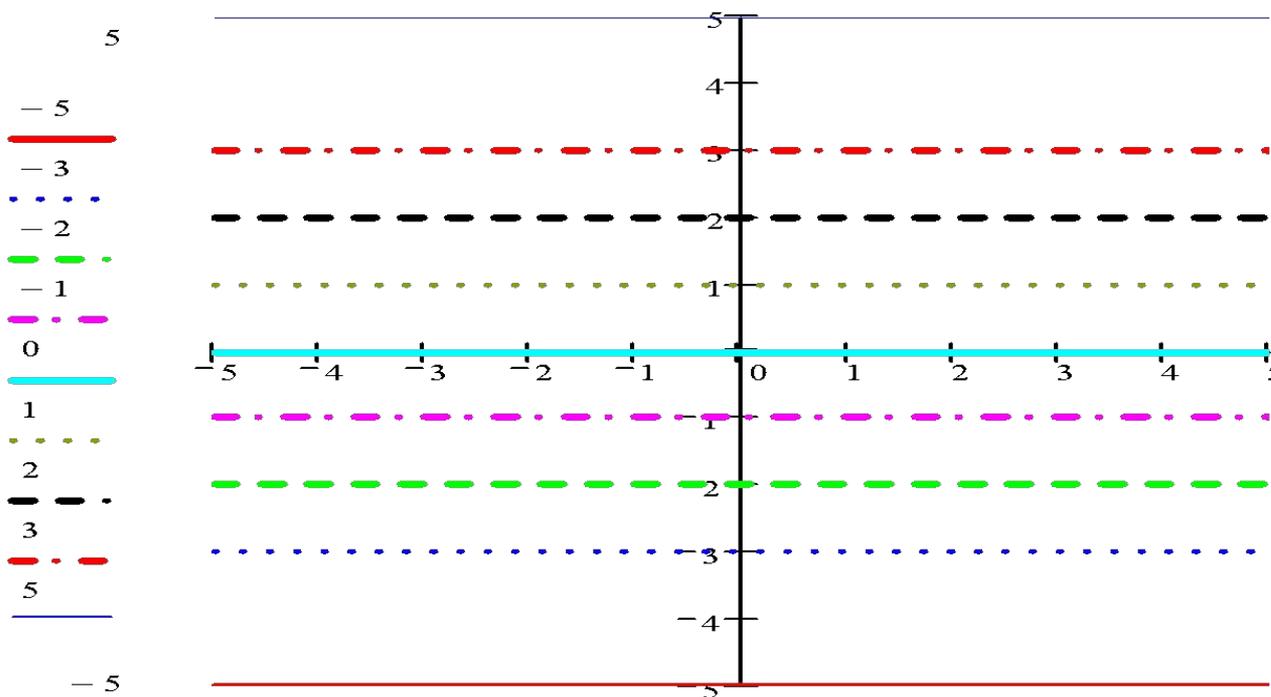
$$y=kx \ (k<0)$$



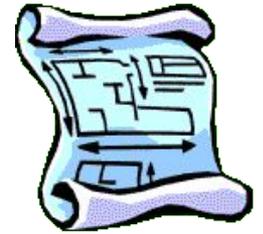
Частные случаи линейной функции:



2. Если $k=0$, то линейная функция задаётся формулой $y=b$. Такая функция называется постоянной. Графиком постоянной функции является прямая, параллельная оси Ox . Если $k=0$ и $b=0$, то график постоянной функции совпадает с осью Ox .



■ Квадратичная функция.

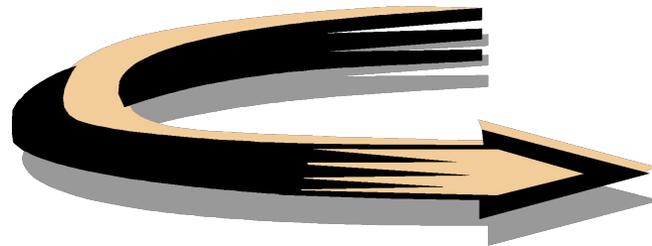


- Функция, задаваемая формулой



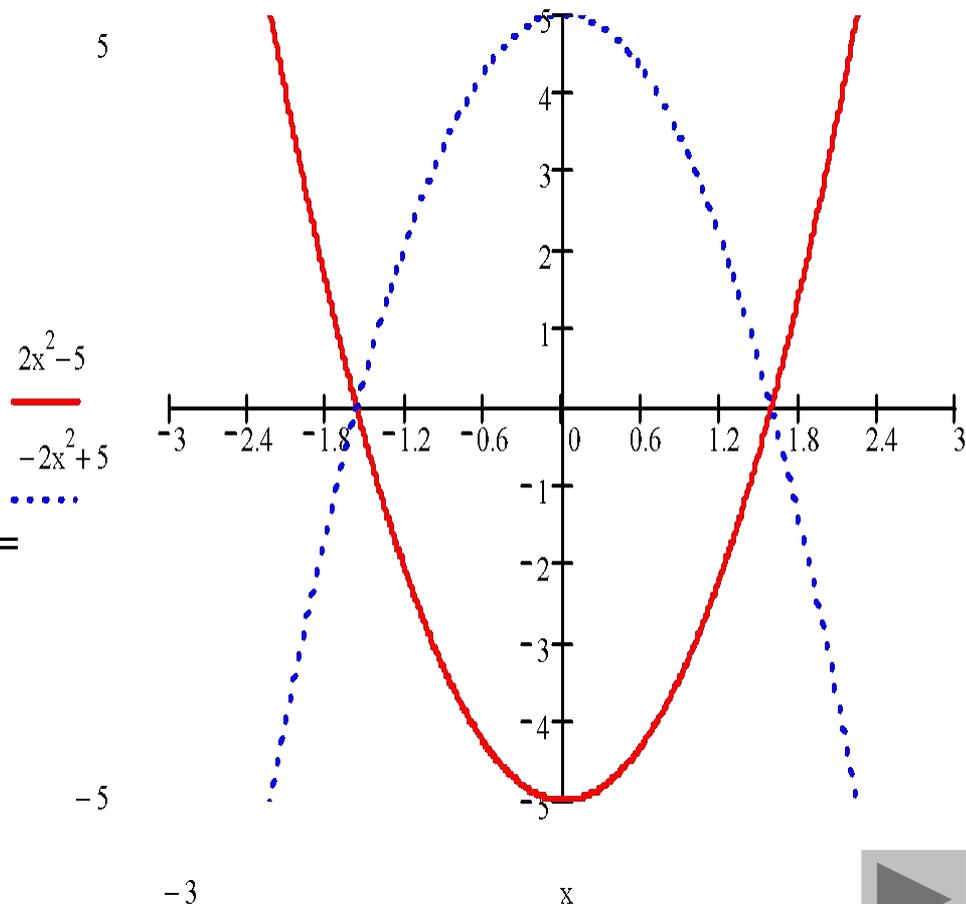
- $y = ax^2 + bx + c$

- - называется **Квадратичной**,
- где x -независимая переменная, а
- b, c - некоторые числа, причем a не равняется 0.



Квадратичная функция.

Областью определения квадратичной функции является $D(f)=\mathbb{R}$ - множество всех действительных чисел. Графиком квадратичной функции является парабола. Осью симметрии параболы служит прямая $x = -\frac{b}{2a}$



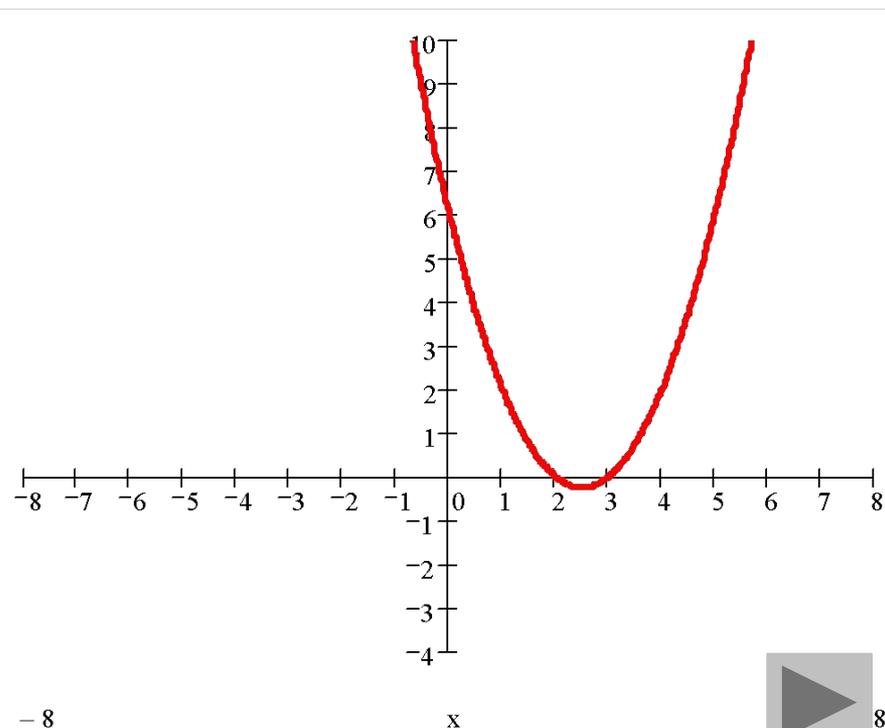
Квадратичная функция.

Точки пересечения
параболы с осью ox
являются точки с
координатами $(2;0)$ и $(3;0)$.

$$y = x^2 - 5x + 6$$

Точка $x_0 = -\frac{b}{2a}$
позволяет найти абсциссу
вершины параболы.

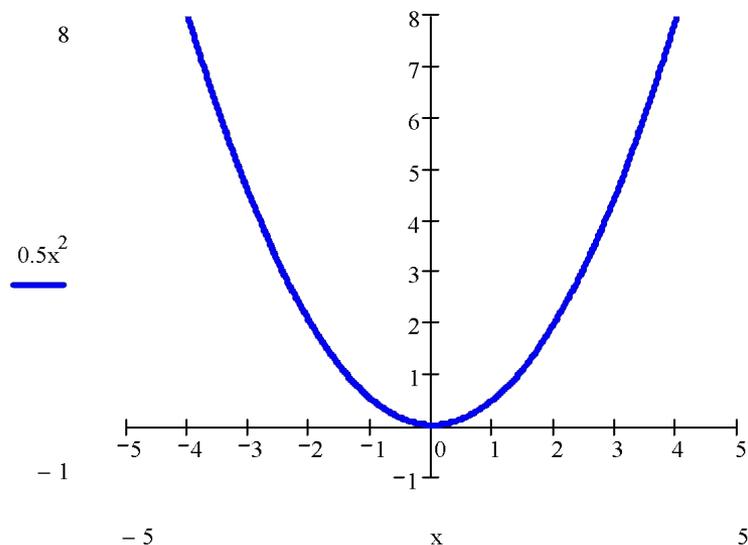
$$x^2 - 5x + 6$$



Квадратичная функция.

В простейшем случае ($b=c=0$) графиком функции $y=ax^2$ есть парабола, проходящая через начало координат.

$$y = 0.5 x^2$$



Квадратичная функция.



На слайде представлены
графики функций:

$$y = -2x^2 + 2x + 2$$



$$y = 2x^2 + 2x + 2$$



$$y = -2x^2 - 2x - 2$$

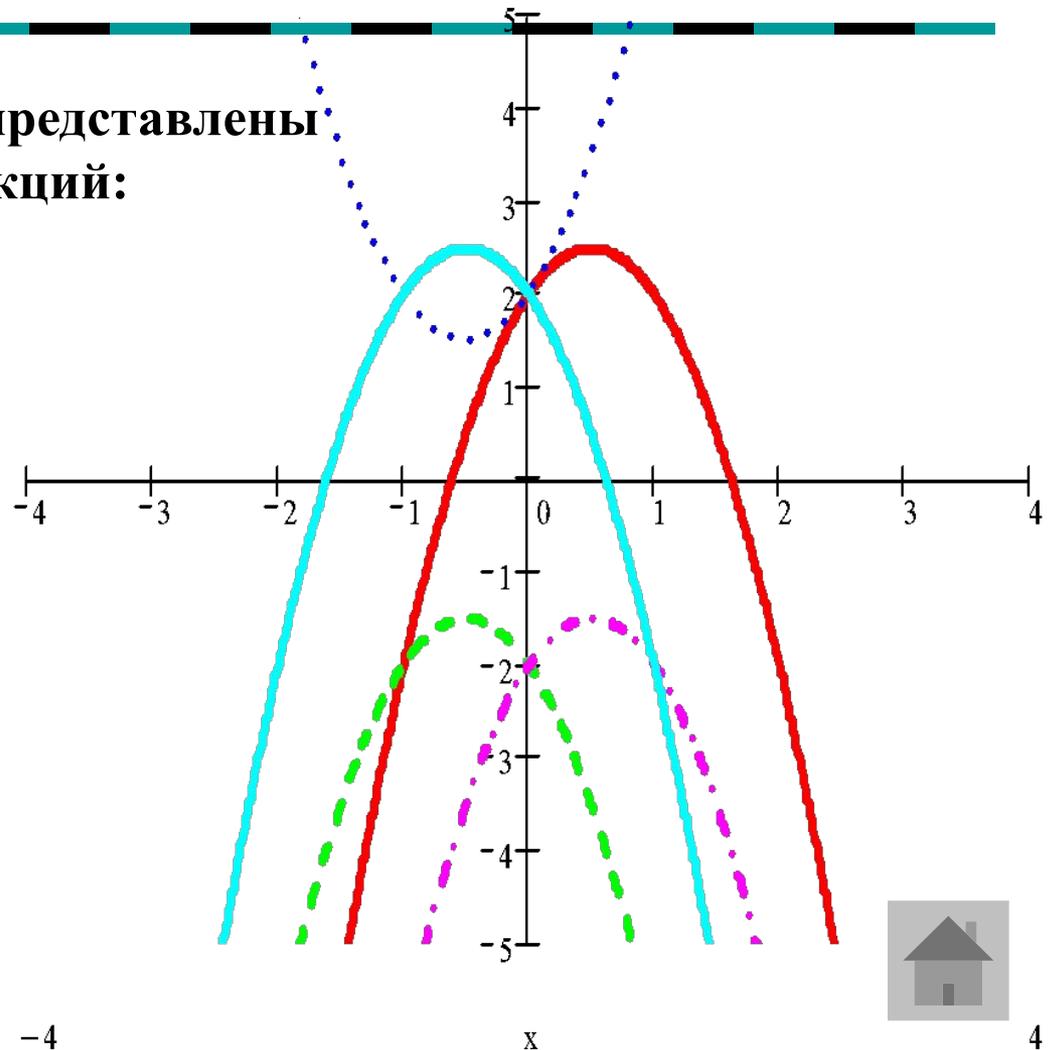
$$y = -2x^2 + 2x - 2$$

$$y = -2x^2 - 2x + 2$$

$$y = -2x^2 - 2x + 2$$



-5



-4

x



4

Степенная функция.



Функция, заданная формулой

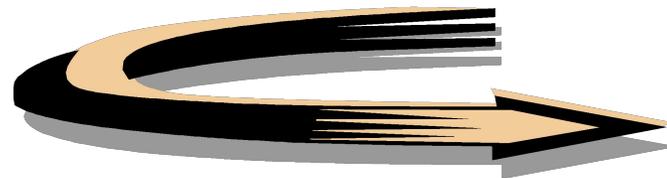
$$y=x^n,$$

где n - натуральное число,

называется

степенной функцией

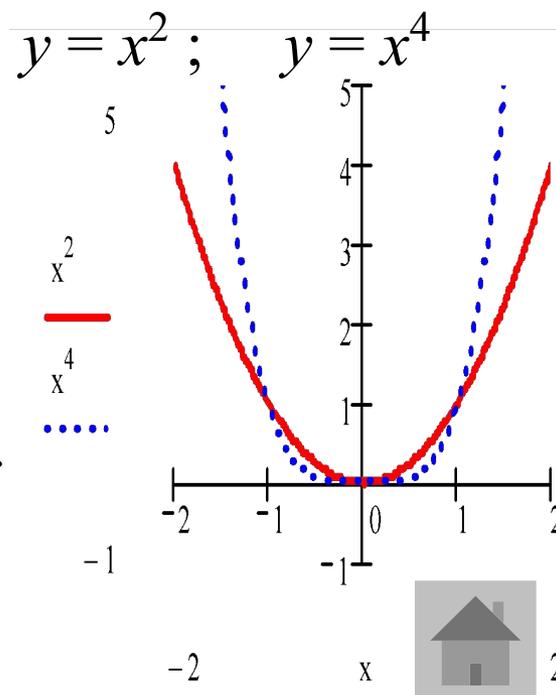
с натуральным показателем.



Свойства степенной функции с чётным натуральным показателем:



1. Область определения $D(f)=\mathbf{R}$ - множество всех действительных чисел.
2. Область значений $E(f)=\mathbf{R}_+$ - множество всех неотрицательных чисел.
3. Функция является четной т.е. $f(-x)=f(x)$.
4. Нули функции: $y=0$ при $x=0$.
5. Функция убывает от $-\infty$ до 0 при $x \in (-\infty, 0]$.
6. Функция возрастает от 0 до $+\infty$ при $x \in [0, +\infty)$.
7. Производная вычисляется по формуле: $(x^n)'=nx^{n-1}$.



Свойства степенной функции с нечётным натуральным показателем:



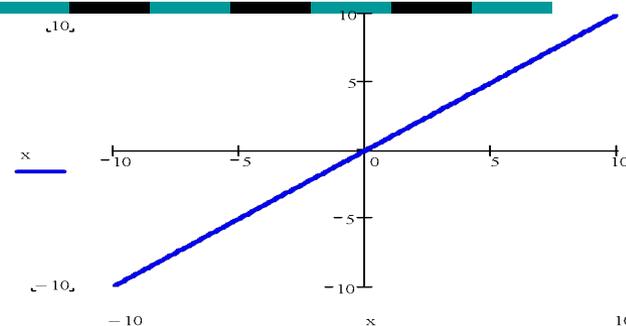
Если $n=1$, то функция, задана формулой

$y = x$. Такая функция является прямой пропорциональностью.

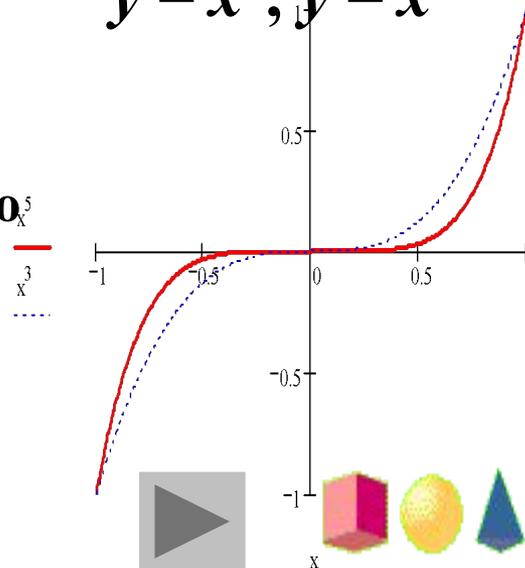
Если $n=3$, то функция задана формулой

$y = x^3$. Её графиком является кубическая парабола.

Если n - нечётное натуральное число и n не равно 1, то функция обладает теми же свойствами, что и $y = x^3$.



$$y = x^3; y = x^5$$



Свойства степенной функции с нечетным показателем n , не равным 1:



1. Область определения $D(f)=\mathbb{R}$ – множество всех действительных чисел.

2. Область значений $E(f)=\mathbb{R}$ – множество всех действительных чисел.

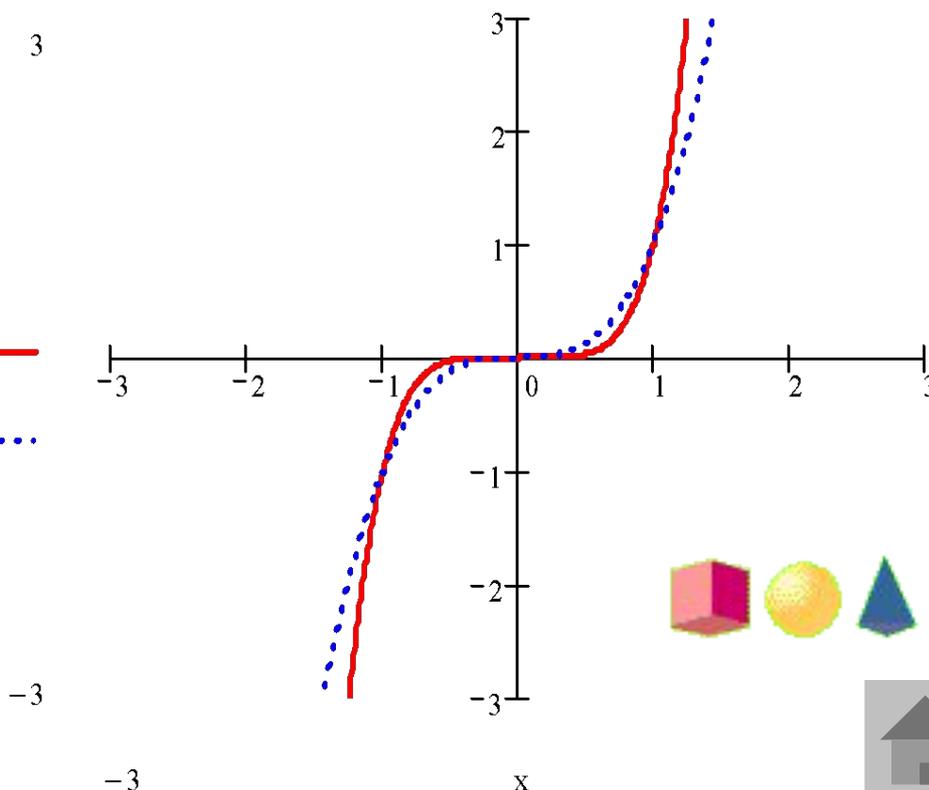
3. Функция является нечетной, т.е. $f(-x) = -f(x)$.

4. Нули функции: $y=0$ при $x=0$.

5. Функция возрастает на всей области определения.

6. Производная вычисляется по формуле: $(x^n)' = nx^{n-1}$.

$$y = x^3; y = x^5$$



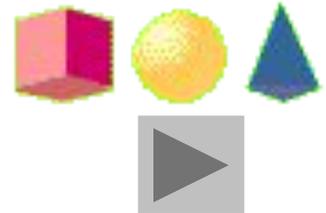
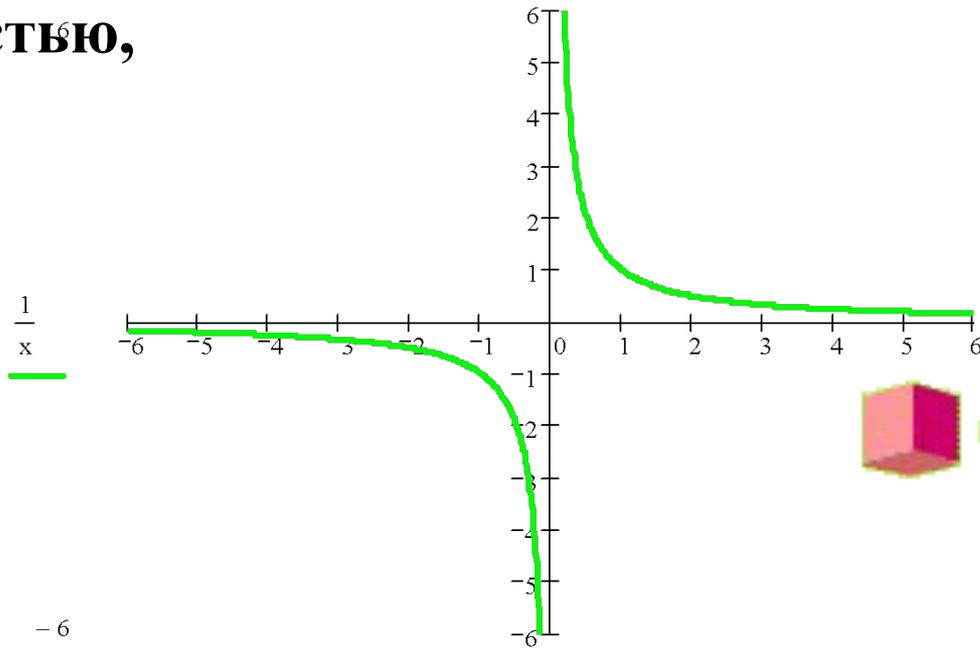
Степенная функция с целым отрицательным показателем.



Функция заданная формулой $y = x^{-n}$, где n - натуральное число, называется степенной функцией с целым отрицательным показателем.

Если $n=1$, то такая функция является обратной пропорциональностью,

$$y = x^{-1} = 1/x$$



Степенная функция с целым отрицательным показателем, n - нечетное



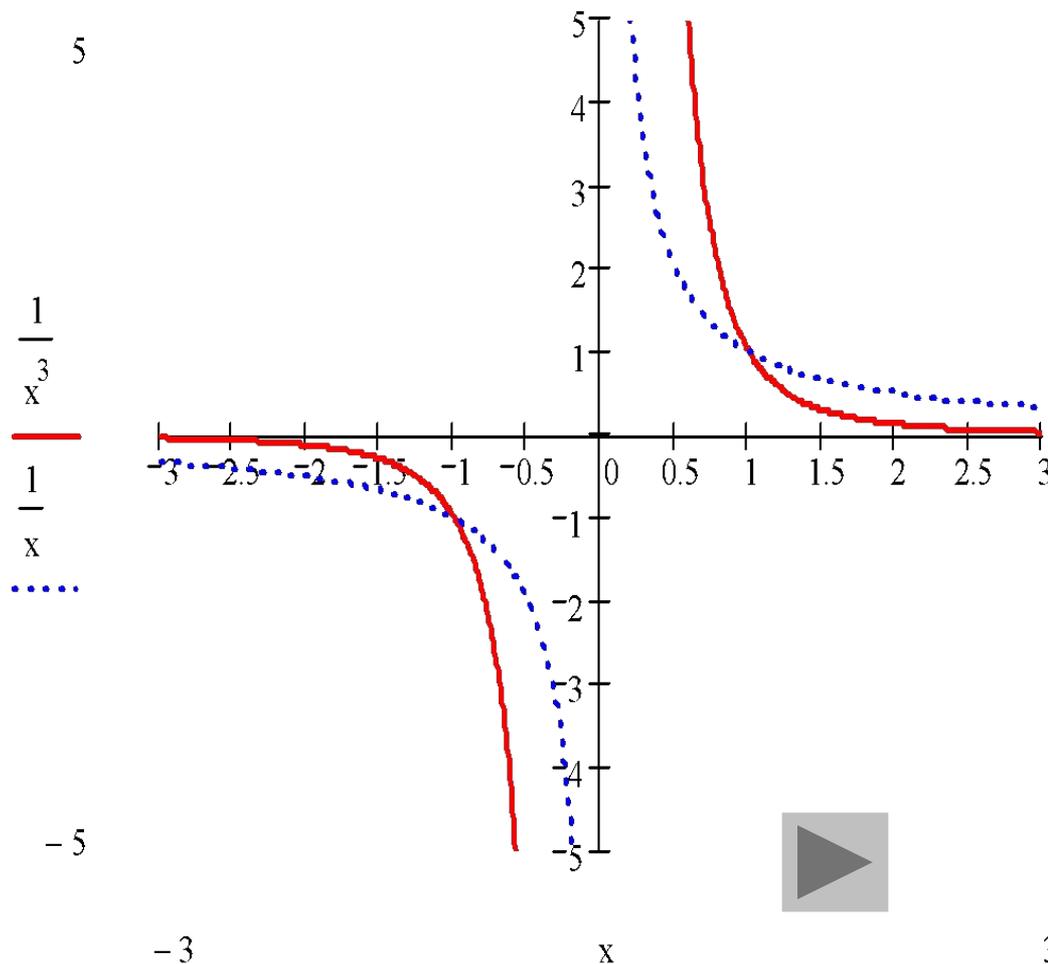
Если n - нечетное число, то функция обладает аналогичными свойствами, что и функция $y = 1/x$.

1. Область определения

$$D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

2. Область значений

$$E(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

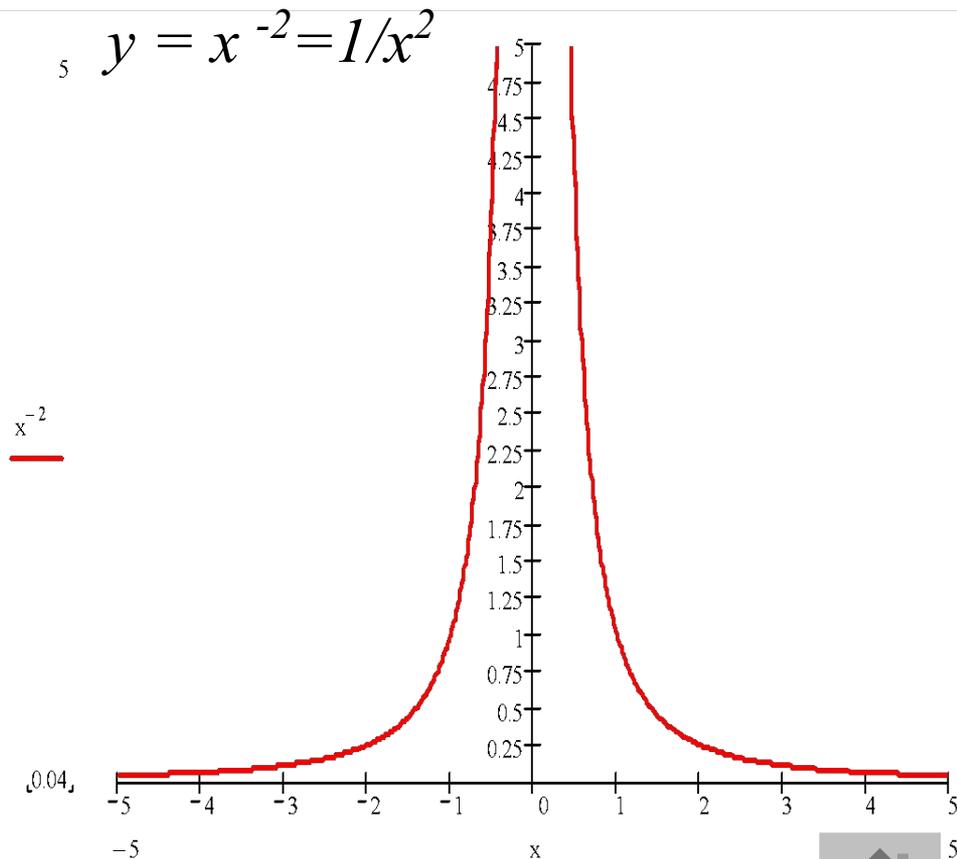


Свойства функции $y = x^{-n}$,

где n - четное число:



- Область определения - множество всех действительных чисел, кроме нуля.
- Область значений - множество всех положительных чисел.
- Функция четная, т.е. $f(-x) = f(x)$.
- Функция убывает на промежутке $(0, +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty, 0)$.

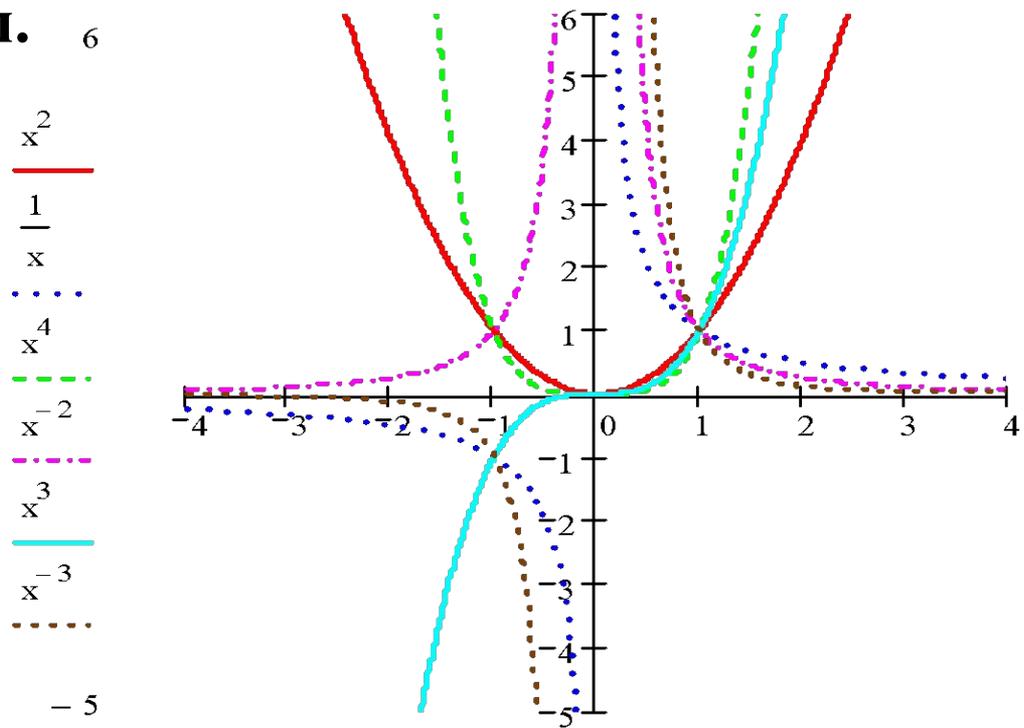


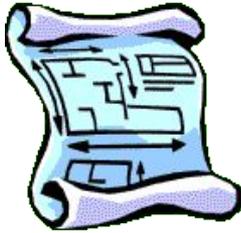


Степенная функция с действительным показателем.



Функция вида $y=x^p$, где p - любое действительное число, называется степенной функцией с действительным показателем.





Литература.



1. Дадаян А.А. Математика: Учебник.- М.:ФОРУМ: ИНФРА-М, 2006
2. Математика.Справочник школьника. Филологическое общество «Слово». Москва 1995.
3. Программное обеспечение : MS PowerPoint, MS Microsoft Word, математический пакет Mathcad.

