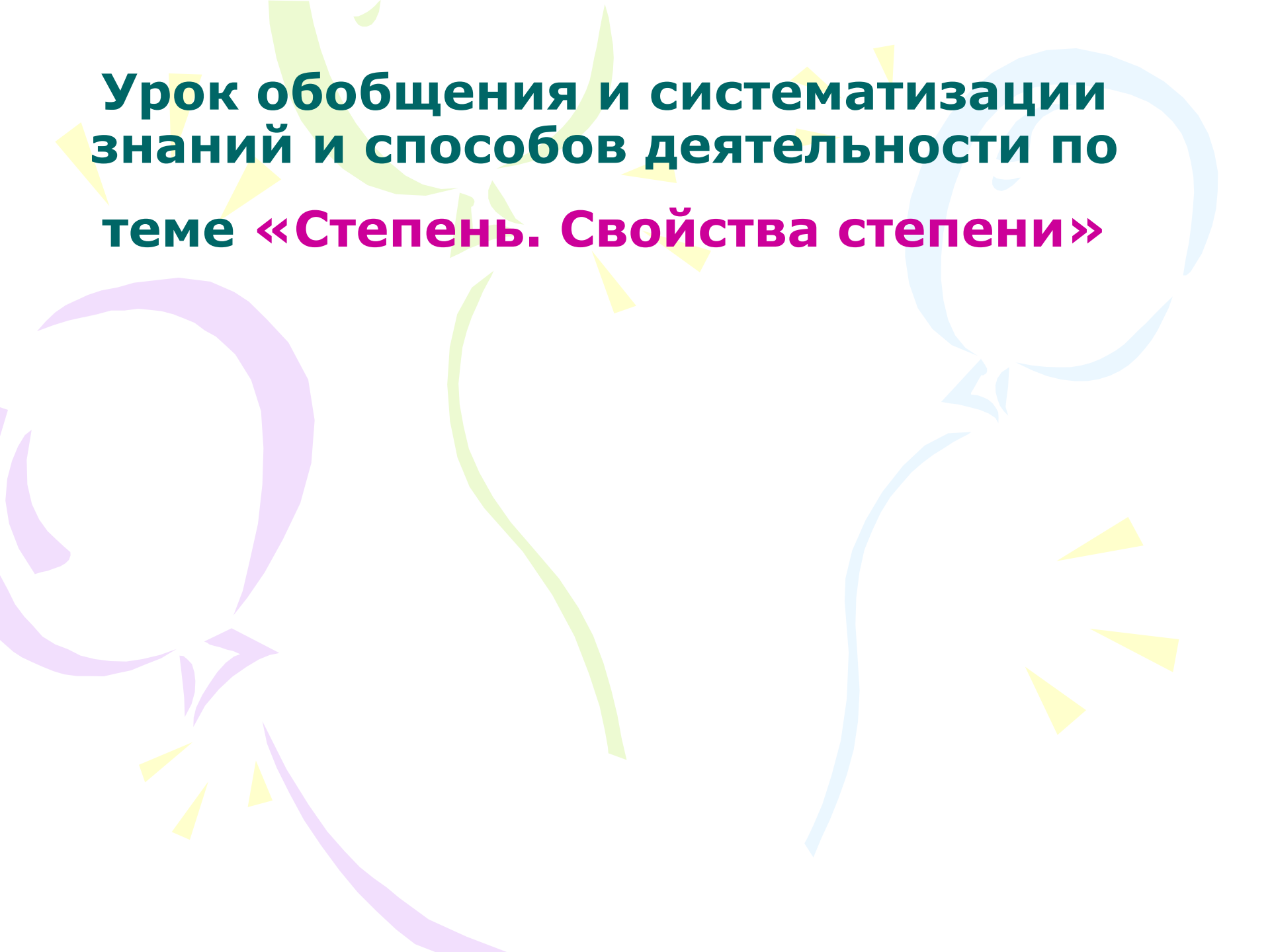


The background of the slide is white and decorated with several large, stylized, colorful swirls in shades of purple, green, and blue. Scattered throughout the background are numerous small, yellow, triangular shapes, some pointing upwards and others downwards, creating a festive or celebratory feel.

Урок обобщения и систематизации знаний и способов деятельности по теме «Степень. Свойства степени»

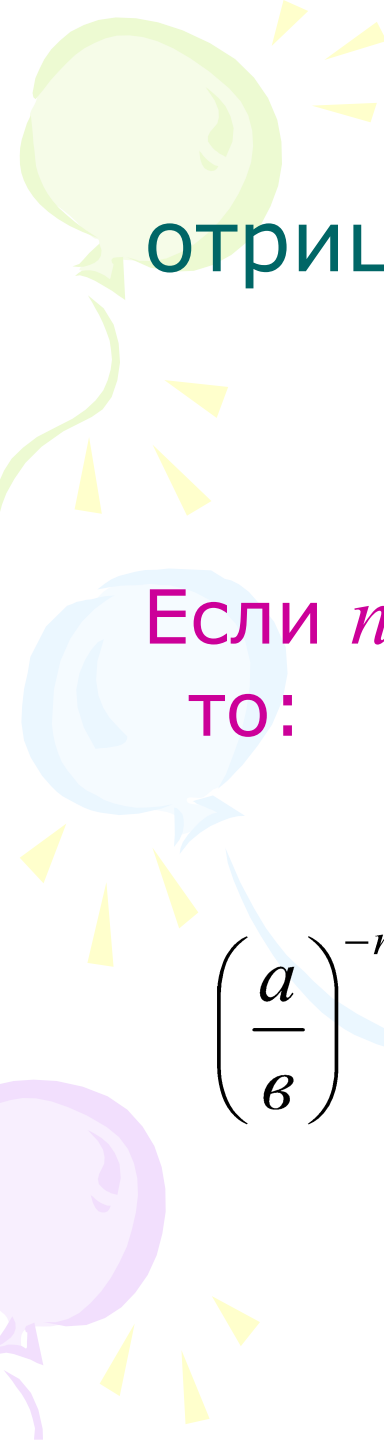


Определение степени с натуральным показателем:

$$a^n = \underbrace{a a \dots a}_{n \text{ раз}}$$

n раз

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a .



Определение степени с отрицательным целым показателем:

Если n – натуральное число и $a \neq 0$, $b \neq 0$,
то:

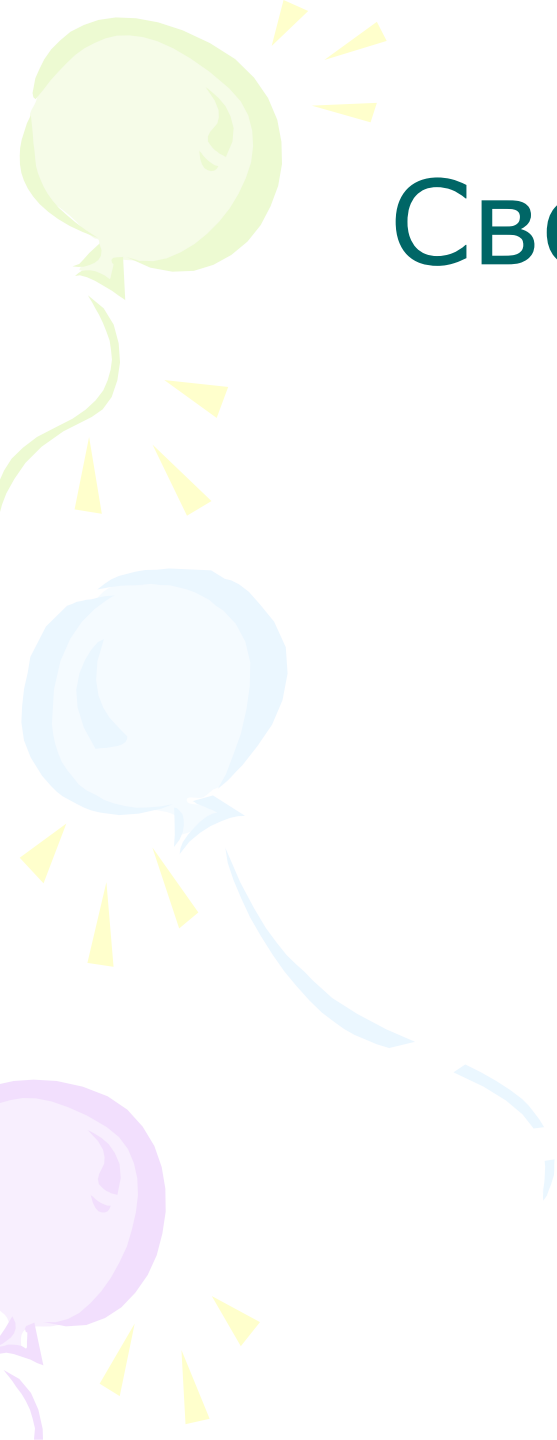
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; \quad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = (a)^n; \quad a^0 = 1.$$

Определение степени с дробным показателем:

Если n – натуральное число, m – целое число, то при $a > 0$:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



Свойства степени:

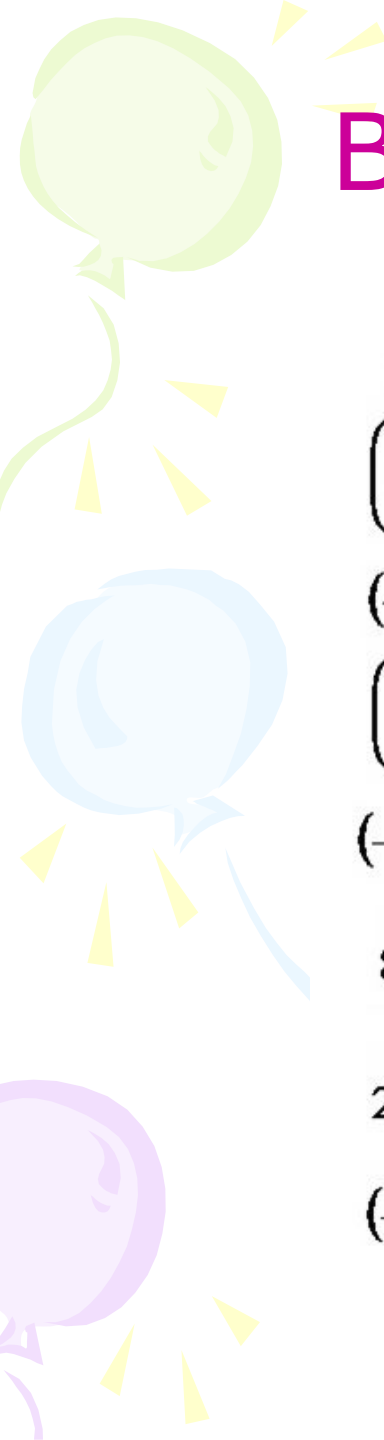
$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(a^m)^n = a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



Выбери верный ответ:

$$2^3$$
$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2$$

а) 4; б) 8; в) 16

а) $2\frac{1}{4}$; б) $1\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{4}$

$$(-1)^4$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

а) 4; б) -1; в) 1

а) $\frac{1}{81}$; б) 81; в) $-\frac{1}{81}$

$$(-0,1)^{-3}$$

а) -1000; б) -0,001; в) 0,001

$$8^{\frac{2}{3}}$$

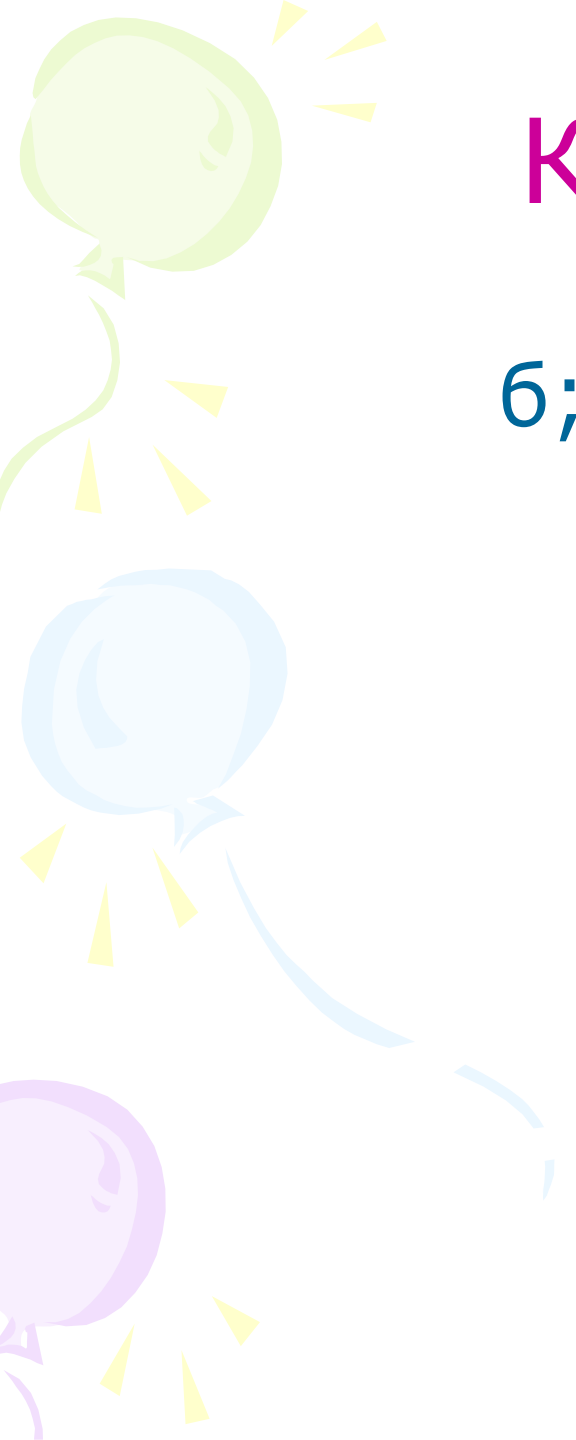
а) 2; б) 4; в) $\frac{1}{4}$

$$25^{-\frac{3}{2}}$$

а) $\frac{1}{125}$; б) $-\frac{1}{125}$; в) 125

$$(-16)^0$$

а) 16; б) 0; в) 1



Коды ответов:

б; а; в; б; а; б; а; в.

Вычисли значение выражения

$$6^{13} \cdot 6^{-15}$$

$$0,5^{-14} : 0,5^{-16}$$

$$(3^{-2})^{-1}$$

$$(2^{-6})^{-2} \cdot 2^{-14}$$

$$\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}}$$

$$16 \cdot (2^{-3})^2$$

$$2^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8^2$$

$$\frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}}$$

$$a) \frac{1}{36}; б) 36; в) -36$$

$$a) 25; б) 0,25; в) -0,25$$

$$a) 9; б) \frac{1}{9}; в) \frac{1}{27}$$

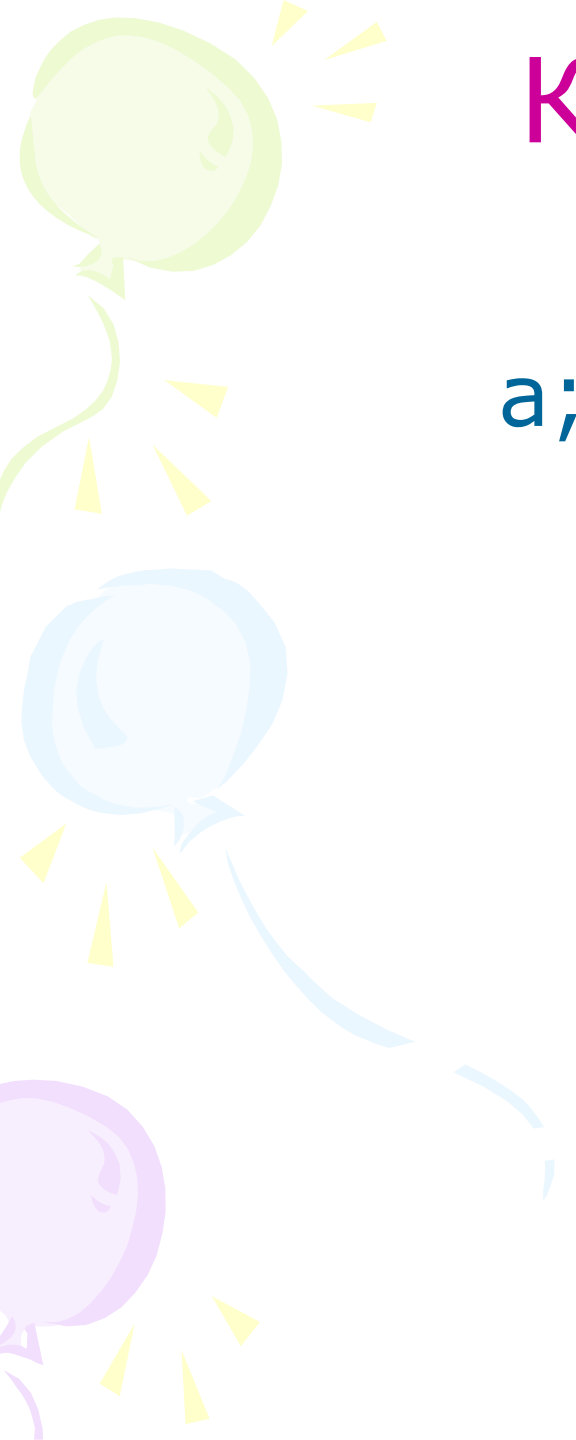
$$a) 4; б) -\frac{1}{4}; в) \frac{1}{4}$$

$$a) \frac{1}{49}; б) 49; в) -\frac{1}{49}$$

$$a) 4; б) \frac{1}{4}; в) \frac{1}{2}$$

$$a) 4; б) -\frac{1}{4}; в) \frac{1}{4}$$

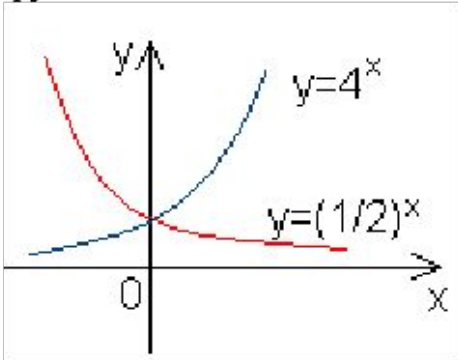
$$a) 3; б) \frac{1}{3}; в) -\frac{1}{3}$$



Коды ответов:

а; б; а; в; а; б; в; а.

Обобщение понятия «степень»

n – показатель степени a^n a – основание степени	$n \in \mathbb{N}$	$n \in \mathbb{Z}$	$n \in \mathbb{Q}$	n – переменная
$a \in \mathbb{N}$	$4^4 =$	$4^{-3} =$	$4^{\frac{1}{2}} =$	$y = 4^x$ – показательная функция 
$a \in \mathbb{Z}$	$(-8)^2 =$	$(-8)^{-1} =$	$(-8)^{\frac{1}{3}} =$	
$a \in \mathbb{Q}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^3 =$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} =$	
a – переменная	$a^3 = a a a$ $a^n = \underbrace{a a \dots a}_{n \text{ раз}}$ $n \geq 1$	$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n},$ $a \neq 0, n \neq 0$	$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},$ $a > 0, n \in \mathbb{N},$ $m \in \mathbb{Z}$	

Реши, если силён

Задания на "3" балла

1. Вычисли:

$$1) -4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + (0,2)^{-3} = -4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -4 \cdot \frac{25}{4} + 5^3 = -25 + 125 = 100$$

$$2) (10^{-10} \cdot 100^6)^{-1} = (10^{-10} \cdot (10^2)^6)^{-1} = (10^{-10} \cdot 10^{12})^{-1} = (10^2)^{-1} = 10^{-2} = 0,01$$

$$3) (c^6 c^{-3})^{-1} \text{ при } C = \frac{1}{3}$$

$$(c^6 c^{-3})^{-1} = (c^3)^{-1} = c^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$$

Задания на «4» балла

Расположите в порядке возрастания числа:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}; (1,4)^{-2} \text{ и } 1,4;$$

Решение: $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = (1,4)^2 = 1,96;$

$$(1,4)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 < 1;$$

Ответ: $(1,4)^{-2}; 1,4; \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}.$

2) Упростите выражение:

$$(a^{-2} - b^{-2})(b^{-1} - a^{-1})^{-1}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)^{-1} &= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a - b}{ab}\right)^{-1} = \frac{(b - a)(b + a)}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a - b} = \\ &= -\frac{a + b}{ab} \end{aligned}$$

3) Представьте выражение в виде степени:

$$\frac{x^{-6} + x^{-4} + x^{-2}}{x^2 + x^4 + x^6};$$

Решение:

$$\frac{x^{-6}(1 + x^2 + x^4)}{x^2(1 + x^2 + x^4)} = \frac{x^{-6}}{x^2} = x^{-8}$$

4) Упростите выражение:

$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n};$$

Решение:

$$\frac{5^{n-1}(5^2 - 1)}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^{n-1} \cdot 24}{2 \cdot 5^n} = \frac{1 \cdot 12}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2,4$$



Задания на «5» баллов

1) Упростите: $\frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}}$;

Решение:

$$\frac{2^3 \cdot (25 \cdot 4)^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^3 \cdot (5^2 \cdot 2^2)^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^{2n+3} \cdot 5^{2n}}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^2 \cdot 5^2}{1} = 100$$

2) Сравните:

$$\left(\frac{0,138}{604,2}\right)^7 \text{ и } \left(\frac{60,42}{0,0138}\right)^{-8}$$

Решение:

$$\left(\frac{60,42}{0,0138}\right)^{-8} = \left(\frac{0,0138}{60,42}\right)^{-8} = \left(\frac{0,0138 \cdot 10}{60,42 \cdot 10}\right)^8 = \left(\frac{0,138}{604,2}\right)^8$$

Основание степени $\frac{0,138}{604,2} < 1$, поэтому по свойству показательной функции, если $a < 1$, то

при $n < m$ $a^n > a^m$.

Так как $7 < 8$ и $a < 1$

$$\left(\frac{0,138}{604,2}\right)^7 > \left(\frac{0,138}{604,2}\right)^8 \text{ и } \left(\frac{0,138}{604,2}\right)^7 > \left(\frac{60,42}{0,0138}\right)^{-8}$$

Вычислите значение числового выражения:

$$9((2\sqrt{54})^{\frac{1}{3}} - (3\sqrt{0,375})^{\frac{1}{3}})^{-4}$$

Решение: $9((\sqrt{4 \cdot 54})^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{9 \cdot 0,375})^{\frac{1}{3}})^{-4} = 9(\sqrt{216^{\frac{1}{3}}} - \sqrt{(\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}}})^{-4} =$

$$= 9(\sqrt{(6^3)^{\frac{1}{3}}} - \sqrt{((\frac{3}{2})^3)^{\frac{1}{3}}})^{-4} = 9(\sqrt{6} - \sqrt{1,5})^{-4} = 9(2\sqrt{1,5} - \sqrt{1,5})^{-4} =$$
$$= 9(1,5^{\frac{1}{2}})^{-4} = 9 \cdot 1,5^{-2} = 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = 9 \cdot \frac{4}{9} = 4$$

Упростите выражение и найдите его значение при заданном значении переменной:

$$\left(1 - d^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) \text{ при } d = 3$$

Решение:

$$\begin{aligned} \left(1 - d^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) &= \left(1 - d^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot d^{\frac{1}{4}} \cdot \left(d^{\frac{1}{4}} + 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \\ &= \left(d^{\frac{1}{4}} - d^{-\frac{1}{4}} d^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{4}} + 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(d^{\frac{1}{4}} - 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{4}} + 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \\ &= \left(d^{\frac{1}{2}} - 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = d - 1 \end{aligned}$$

Если $d = 3$, то $d - 1 = 3 - 1 = 2$

Ответ: 2



Найдите корни уравнения:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27$$

Решение:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

$$2x - 1 = -3$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Ответ : -1.



Спасибо за внимание.

Автор: Микрюкова Е. А.,
учитель школы № 49 г. Кирова.
2009 г.