Гимназия №148 имени Сервантеса

Сравнение арифметической и геометрической прогрессий

Алгебра 9 класс

Учитель Киреева В.И.

Техническая поддержка Бутман А. С.

Данная презентация предназначена для поддержки учебного процесса. Она одновременно является источником информации и средством привлечения внимания.

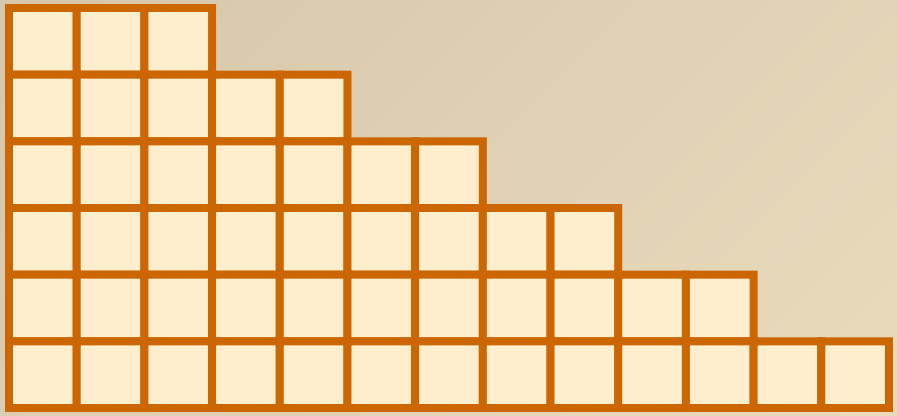
Каждый слайд рассматривается как продолжение предыдущего. Учитель имеет возможность проиллюстрировать с помощью презентации сходства и различия арифметической и геометрической прогрессий на достаточном количестве примеров, вывести характеристические свойства обеих прогрессий, показать на графиках скорость роста каждой из них.

Данная презентация может быть использована для самостоятельного изучения темы.

Сравнение - сопоставление объектов с целью выявления черт сходства и различия между ними. Суждения, выражающие результат сравнения, служат цели раскрытия содержания понятий сравниваемых объектов.

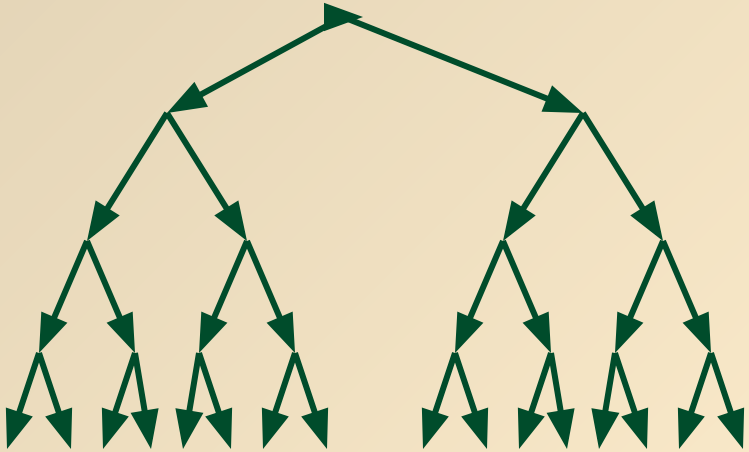
/философский словарь/

Рабочий выложил плитку следующим образом: в первый ряд он положил 3 плитки, во второй 5, и так далее, увеличивая каждый ряд на 2 плитки. Сколько плиток в 7 ряду?



3,5,7,9,11,13,15

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что за одну минуту каждая делится на две. Указать количество бактерий, рожденных одной бактерией за 7 минут.



1,2,4,8,16,32,64

Сравните между собой последовательности, по общим свойствам разделите их на группы

1) 3, 5, 7, 9, 11, …

2) 4, 8, 16, 32, …

3) -1, 2, - 4, 8, -16, …

4) 10, 9, 8, 7

5) 6, 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{9}$, … $\frac{2}{27}$

6) 2, 5, 8, 11, …

7) 4, - 2, 1, - $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, …

1 группа: 1) 4) 6)

Каждый следующий член последовательности получается прибавлением к предыдущему одного и того же числа.

2 группа: 2) 3) 5) 7)

Каждый следующий член последовательности получается из предыдущего умножением на одно и тоже число.

Арифметическая прогрессия:

последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

$\div(a_n)$

$a_{n+1} = a_n + d$ ***, d - разность прогрессии***

$d = a_{n+1} - a_n$

Геометрическая прогрессия:

последовательность чисел, отличных от нуля, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же число, не равное нулю.

$\vdots\!\vdots(b_n)$

$b_{n+1} = b_n \cdot q$ ***, q-знаменатель прогрессии***

$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, q \neq 0$

Формула n- го члена

Арифметическая прогрессия

$a_{n+1} = a_n + d$

a_1

$a_2 = a_1 + d$

$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$

$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$

$a_n = a_1 + (n-1)d$

Геометрическая прогрессия

$b_{n+1} = b_n \cdot q$

b_1

$b_2 = b_1 \cdot q$

$b_3 = b_2 \cdot q = (b_1 \cdot q) \cdot q = b_1 \cdot q^2$

$b_4 = b_3 \cdot q = (b_1 \cdot q^2) \cdot q = b_1 \cdot q^3$

$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

Арифметическая прогрессия

Дано:3;5;7;9; …

Найти: a_{20}=?

Решение:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$a_1=3;\ d=2;\ n=20$

$a_{20}=3+(20-1)\cdot 2=3+19\cdot 2=41$

Ответ: $a_{20}=41$

Геометрическая прогрессия

Дано: (b_n),

$b_3=18,\ b_6=-486$

Найти: b_1=? q=?

Решение: $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$$\begin{cases} 18 = b_1 \cdot q^2 \\ -486 = b_1 \cdot q^5 \end{cases}$$

$q^3 = -27$ $\qquad$ $q=-3$

$b_1=18:9$ $\qquad$ $b_1=2$

Ответ: $b_1=2$; $q=-3$

Задача: **Известны телевизионные интеллектуальные игры, где за верные ответы участнику по определенным правилам начисляется выигрыш:**

1) условие

1	500р
2	1000р
3	1500р
4	2000р
5	2500р

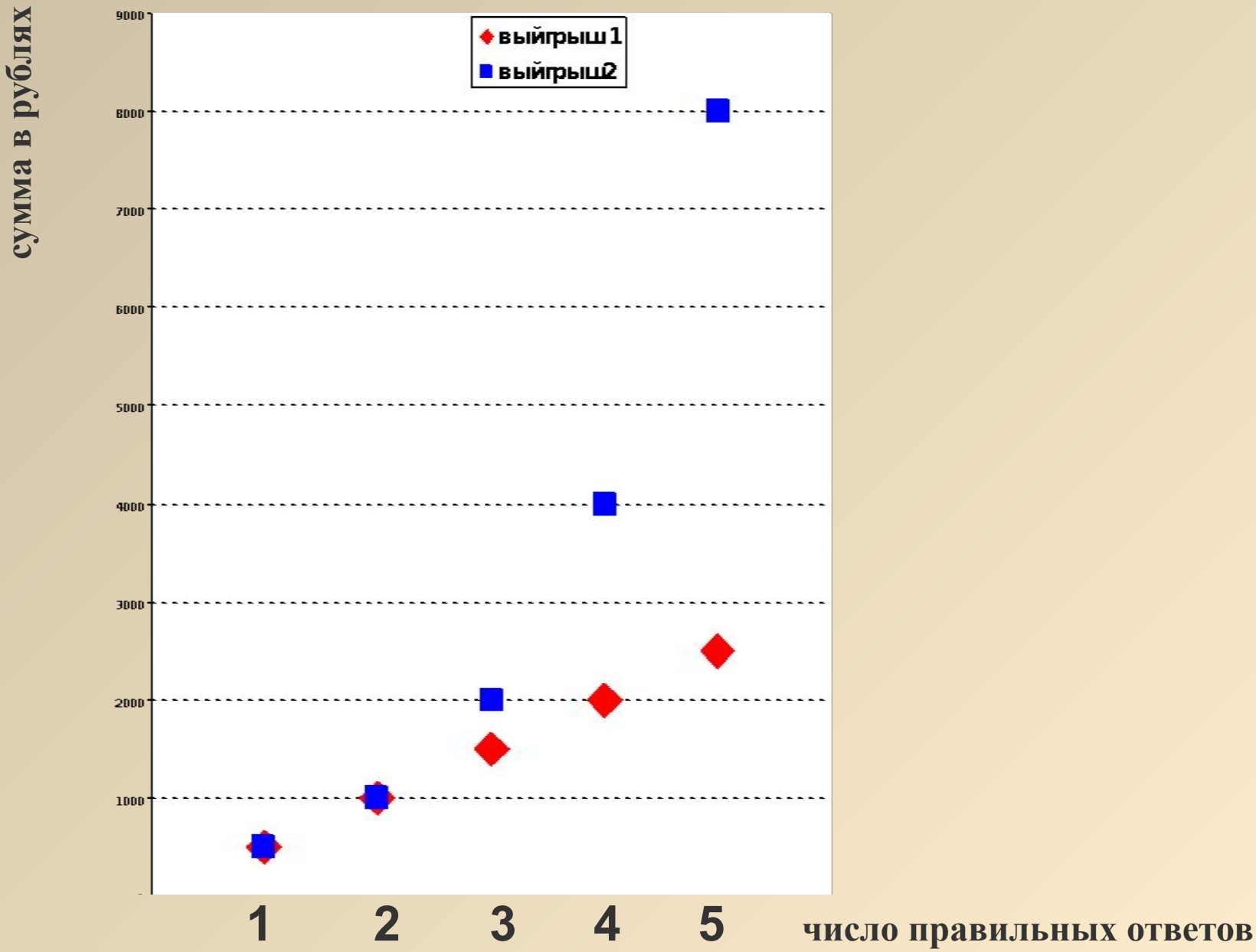
$a_1=500;\ d=500$

2) условие

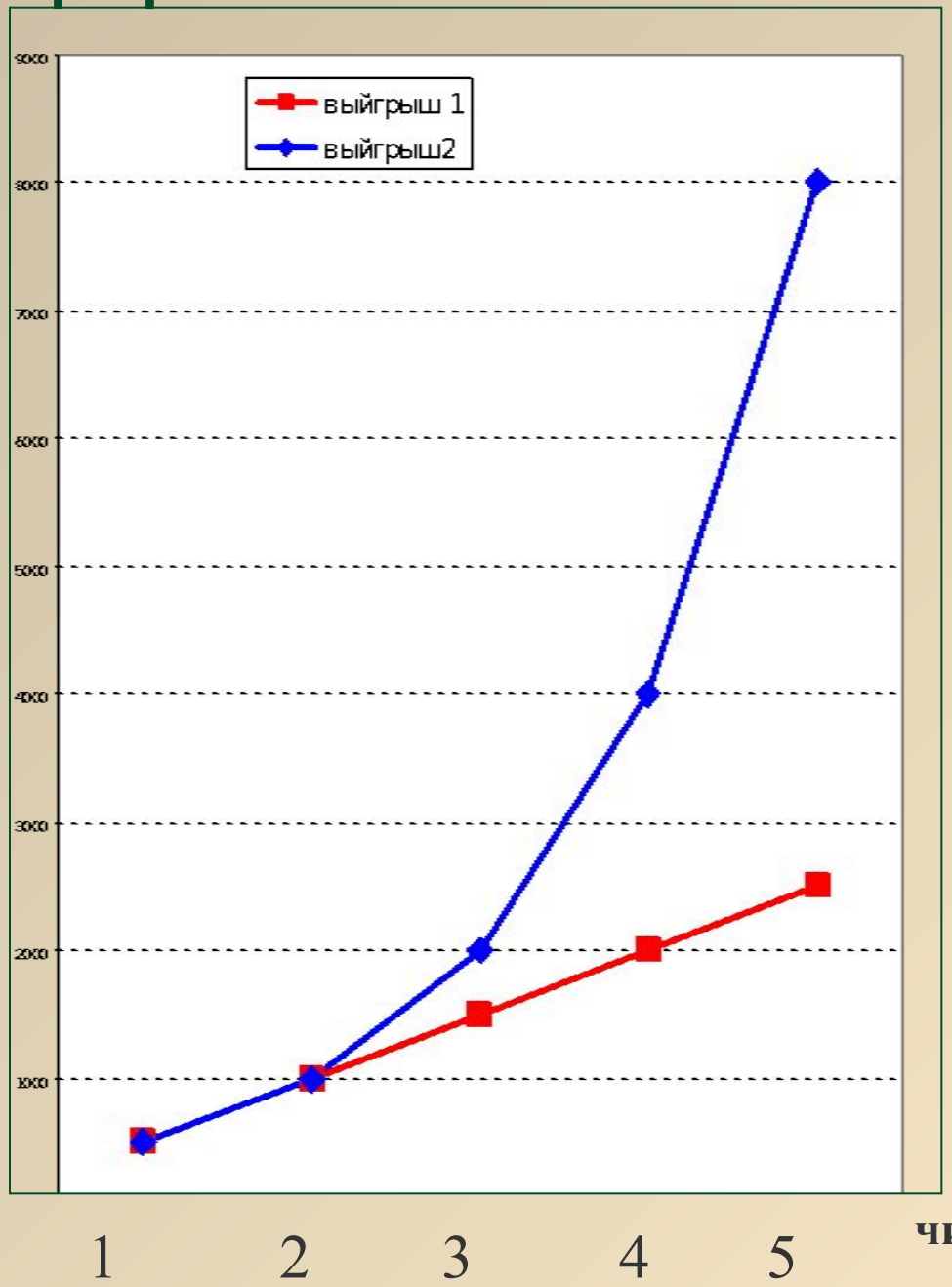
1	500р
2	1000р
3	2000р
4	4000р
5	8000р

$b_1=500;\ q=2$

Точечная диаграмма



График

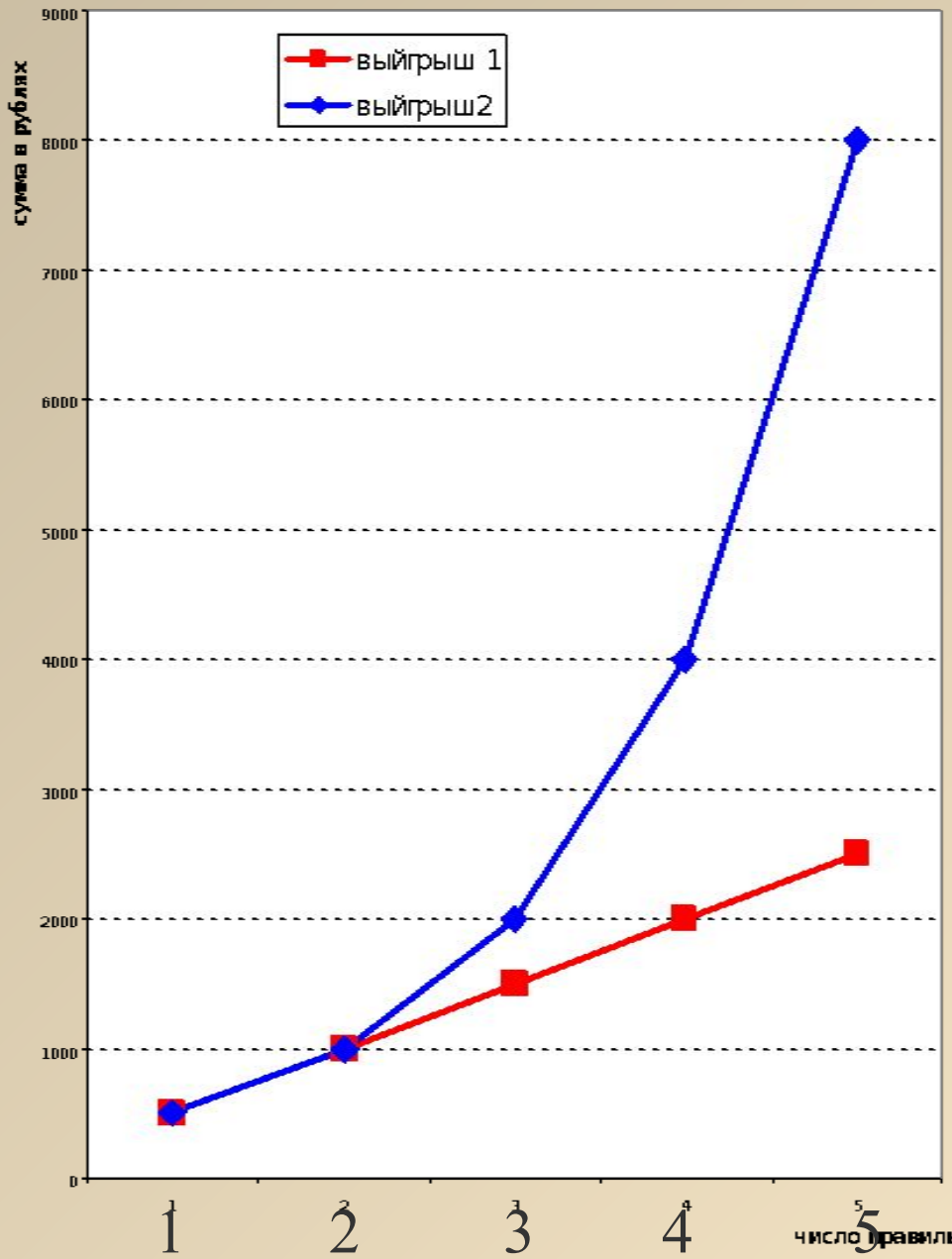


Разность двух рядом стоящих членов остается одна и та же, вследствие чего члены прогрессии возрастают равномерно. Все точки лежат на одной прямой => прогрессия может быть задана формулой

$$a_n=kn+b,$$

где $k=d, b=a_1-d$

График



Разность двух рядом стоящих членов на каждом следующем шаге возрастает, вследствие чего скорость роста геометрической прогрессии все время увеличивается и точки, соответствующие её членам резко уходят «вверх». Все они лежат на кривой, которая называется *экспонента*.

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Арифметическая прогрессия

Геометрическая прогрессия

Характеристическое свойство

÷ 28, 34, 40, 46, 52, 58, 64, 70 …

28 34 40 46 52 58 64 70

34 46 58 70

Вставьте между каждыми двумя членами верхнего ряда их среднее арифметическое.

$$a_k = \frac{a_{k-1} + a_{k+1}}{2}$$

$$a_k = \frac{a_{k-m} + a_{k+m}}{2}$$

∷ 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, …

1 2 16 64 256 32 128

2 8 32 128

Вставьте между каждыми двумя членами верхнего ряда их среднее геометрическое.

$$b_k = \sqrt{b_{k-1} \cdot b_{k+1}}$$

$$b_k = \sqrt{b_{k-m} \cdot b_{k+m}}$$

Индийский царь Шерам призвал к себе изобретателя шахмат, ученого Сету, и предложил, чтобы он сам выбрал себе награду за создание интересной и мудрой игры. Царя изумила скромность просьбы, услышанной им от изобретателя: тот попросил выдать ему за первую клетку шахматной доски одно пшеничное зерно, за вторую - два, за третью - еще в два раза больше и т.д. Сколько зерен должен получить изобретатель шахмат?

1 кл. – 1
2 кл. - 2
3 кл. - 4

35 кл. - 17 179 869 184

64 кл.- 9 223 372 036 854 775 808

Общее число зерен: 18 446 744 073 709 551 615

Масса такого числа зерен больше триллиона тонн. Это заведомо превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.

Спасибо за урок